



**HAL**  
open science

## Surfaces réelles vs surfaces auto-affines synthétiques : estimation des propriétés mécaniques et de transport d'un contact rugueux

Christophe Vallet, Didier Lasseux, Philippe Sainsot, Hassan Zahouani,  
Jean-François Rit

### ► To cite this version:

Christophe Vallet, Didier Lasseux, Philippe Sainsot, Hassan Zahouani, Jean-François Rit. Surfaces réelles vs surfaces auto-affines synthétiques : estimation des propriétés mécaniques et de transport d'un contact rugueux. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03391295

**HAL Id: hal-03391295**

**<https://hal.science/hal-03391295>**

Submitted on 21 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Surfaces réelles vs surfaces auto-affines synthétiques : propriétés mécaniques et de transport d'un contact rugueux.

C. VALLET<sup>a,b</sup>, D. LASSEUX<sup>a</sup>, P. SAINOT<sup>c</sup>, H. ZAHOUANI<sup>d</sup>, J.F. RIT<sup>b</sup>

a. TREFLE, CNRS UMR8508 - Arts et Métiers ParisTech, Esplanade des Arts et Métiers, 33405 TALENCE

b. EDF R&D-MMC, Avenue des Renardières - Ecuelles, 77818 MORET-SUR-LOING Cedex

c. LaMCoS, INSA-Lyon, CNRS UMR5229, F69621 VILLEURBANNE Cedex

d. ENISÉ, 58 rue Jean Parot, 42000 SAINT-ETIENNE

## Résumé :

On s'intéresse à la représentation de surfaces rugueuses aléatoires par des analogues auto-affines pour décrire les propriétés mécaniques et de transport (écoulement visqueux et diffusion) du contact de ces surfaces avec un plan lisse indéformable. En s'appuyant sur des textures rodées et sablées réelles, des textures équivalentes sont synthétisées grâce à l'approche fractale. L'adéquation entre surfaces réelles et synthétiques est démontrée en comparant la dépendance des propriétés de contact et de transport vis à vis de la contrainte normale appliquée.

## Abstract :

We are interested in the representation of random rough surfaces by self-affine synthetic ones to describe mechanical and transfer properties (viscous flow and diffusion) of the contact between these surfaces and a smooth rigid plane. From real textures - lapped or sand-blasted -, equivalent surfaces are synthesized with a fractal approach. Adequacy between real and synthetic surfaces is proved by comparing the dependence of contact and transfer properties on the applied contact pressure.

## Mots clefs : surfaces fractales auto-affines, contact rugueux, propriétés de transport

## 1 Introduction

Ce travail entre dans le contexte général des propriétés de contact de surfaces rugueuses sous charge et trouve de nombreuses applications industrielles, notamment dans le nucléaire, où l'étanchéité de certains organes est réalisée par le contact direct entre surfaces métalliques usinées. Nous nous intéressons ici aux caractéristiques mécaniques et aux transports visqueux et diffusif au travers d'un contact formé par une surface rugueuse serrée contre un plan lisse indéformable. A partir des données brutes d'état de surface et de serrage appliqué, un modèle de déformation élastoplastique est utilisé pour déterminer les propriétés de contact et le champ des ouvertures percolant. Ce dernier est alors utilisé pour déterminer les propriétés de transport visqueux et diffusif du contact en utilisant les modèles de transport correspondant. L'objectif est de valider l'utilisation de surfaces synthétiques à la place de surfaces réelles, pour des textures présentant des propriétés d'auto-affinité, permettant ainsi de prédire les propriétés d'un contact rugueux sans recours à l'expérience afin de les caractériser et, à terme, de les améliorer.

L'étude est menée sur deux types de textures aléatoires : des surfaces rodées et des surfaces sablées. Dans un premier temps, ces surfaces sont caractérisées à l'aide d'une approche fractale. Des textures équivalentes, i.e. ayant les mêmes propriétés d'auto-affinité, sont ensuite générées numériquement. L'adéquation entre surfaces réelles et synthétiques est analysée en comparant la dépendance des propriétés de contact et de transport vis à vis de la contrainte normale appliquée pour une large gamme de serrage.

## 2 Analyse et simulation de surfaces fractales auto-affines isotropes

Pour caractériser une surface auto-affine  $z$ , il est commode de calculer sa densité spectrale  $P$ , qui suit une loi puissance du type [1] :

$$P(\omega_x, \omega_y) = \lim_{L_x, L_y \rightarrow \infty} \frac{1}{L_x L_y} \left| \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} z(x, y) e^{-i(x\omega_x + y\omega_y)} dx dy \right|^2 = \frac{C^{2D_f - 4}}{\omega_{eq}^{8 - 2D_f}} \text{ avec } \omega_{eq} = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \quad (1)$$

Cette relation montre qu'une surface fractale auto-affine, que nous avons supposée isotrope, peut donc être

caractérisée à l'aide de deux paramètres uniquement, théoriquement indépendants de l'échelle et donc de la mesure : la dimension fractale  $D_f$  et un facteur d'amplitude  $C$ . Les paramètres de rugosité  $D_f$  [-] et  $C$  [m] peuvent être évalués grâce au graphe de  $\log(P) = f(\log\omega_{eq})$ . D'après l'équation (1),  $D_f$  contrôle le poids relatif des différentes fréquences et est donc un indicateur du degré d'irrégularité de la surface. Le paramètre  $C$  implique de façon identique toutes les fréquences et est donc directement relié aux paramètres moyens d'amplitude tels que  $Ra$  ou  $Rq$ . Dans ce travail, nous utiliserons  $Ra$  au lieu de  $C$  car c'est un paramètre très largement utilisé dans le monde industriel et facilement mesurable.

Les surfaces réelles considérées ici sont issues de mesures par interférométrie en lumière blanche sur deux éprouvettes différentes, l'une rodée avec des particules de  $1\mu m$  et l'autre sablée avec des billes de l'ordre de  $70-100\mu m$ . Les paramètres de mesure sont rappelés dans le tableau 1. Les longueurs d'échantillonnage  $L_x$  et  $L_y$  sont supposées suffisamment grandes et les pas d'échantillonnage  $\Delta_x = L_x/n_x$ ,  $\Delta_y = L_y/n_y$  suffisamment petits pour que la mesure soit représentative des états de surface.

Surface	$L_x \times L_y$	$n_x \times n_y$	$Ra$	$D_f$
rodée			$0,4\mu m$	<b>2,50</b>
sablée	$462 \times 607\mu m$	$480 \times 736$ points	$1,0\mu m$	<b>2,51</b>

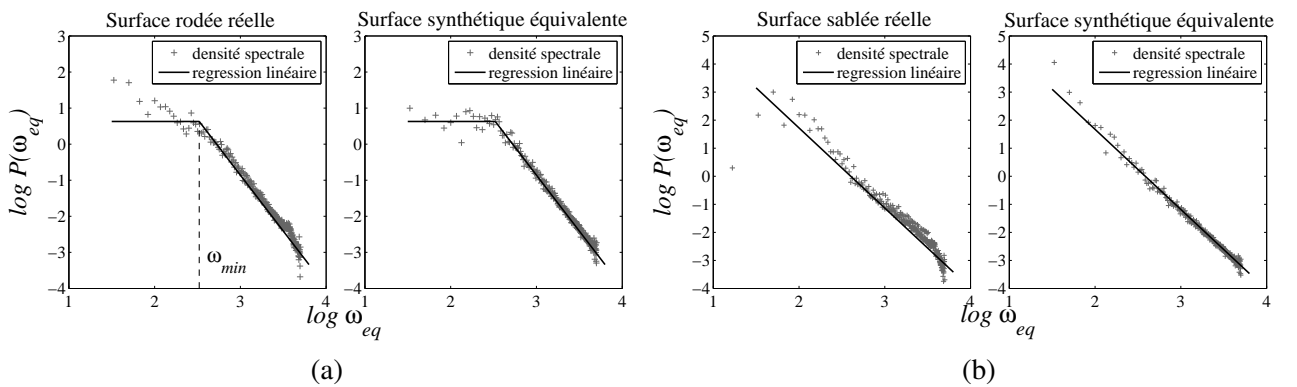
TAB. 1 – Paramètres des surfaces étudiées -

Les densités spectrales des surfaces réelles rodée et sablée, qui sont représentées sur la figure 1, ont été estimées par :

$$P_{kl} = L_x L_y |\tilde{z}_{kl}|^2, \quad k \in [0, n_x - 1] \text{ et } l \in [0, n_y - 1] \quad (2)$$

où les coefficients  $\tilde{z}_{kl}$  sont calculés à l'aide d'une transformée de Fourier rapide (FFT) du champ des hauteurs mesurées  $z_{mn}$ .

La figure 1 montre une bonne linéarité des graphes  $\log(P) = f(\log\omega_{eq})$ . Contrairement à la surface sablée qui suit une loi unique à toutes les échelles considérées ici, la surface rodée ne présente des propriétés d'auto-affinité que pour des fréquences  $\omega_{eq}$  supérieures à une fréquence de coupure  $\omega_{min}$ . Pour les basses fréquences, le comportement ne suit plus la même loi. Pour éviter de multiplier le nombre de paramètres caractérisant la densité spectrale, nous considérerons par la suite que pour  $\omega_{eq} < \omega_{min}$ ,  $P$  est constant [2]. Le profil théorique de  $P$  est obtenu à l'aide d'une régression linéaire au sens des moindres carrés, permettant ainsi d'estimer  $D_f$  et  $\omega_{min}$ . Comme on peut le voir dans le tableau 1, les deux surfaces ont sensiblement la même dimension fractale, mais comme elles n'ont pas été usinées avec des particules de même taille, elles ne sont pas fractales aux mêmes échelles et n'ont pas le même  $Ra$ .

FIG. 1 – Densités spectrales  $P$  des textures rodées (a) et sablées (b) -

Des surfaces auto-affines équivalentes aux surfaces réelles ( $D_f$  et  $Ra$  identiques) ont ensuite été générées numériquement à l'aide d'une approche basée sur la méthode du filtrage de Fourier [1]. Une séquence de nombres aléatoires  $a_{mn}$  ( $1 \leq m \leq n_x$  and  $1 \leq n \leq n_y$ ) est tout d'abord générée dans l'espace réel. En appelant  $\tilde{a}$  la transformée de Fourier discrète de  $a$ , les coefficients de Fourier  $\tilde{z}_{kl}$  de la surface  $z_{mn}$  sont ensuite obtenus en introduisant une corrélation aux coefficients  $\tilde{a}_{kl}$ , de telle manière que le module de  $\tilde{z}_{kl}$  suive une loi puissance comme défini par l'équation (1) :

$$\tilde{z}_{kl} = \frac{\tilde{a}_{kl}}{(\omega_{kl})^{4-D_f}} \text{ avec } \omega_{kl} = 2\pi \sqrt{\left(\frac{k}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{l}{L_y}\right)^2} \quad (3)$$

La surface  $z_{mn}$ , qui est obtenue par une transformée de Fourier inverse de  $\tilde{z}_{kl}$ , est enfin renormée de manière à ce qu'elle ait le  $Ra$  désiré :

$$\bar{z}_{mn} = \frac{Ra}{\frac{1}{n_x n_y} \sum_{k=1}^{n_x} \sum_{l=1}^{n_y} |z_{kl}|} z_{mn} \quad (4)$$

Les densités spectrales des surfaces synthétiques équivalentes sont représentées sur la figure 1. Pour la surface rodée synthétique, une fréquence de coupure  $\omega_{min}$  a également été introduite dans  $P$ .

### 3 Modèles de déformation et de transport

#### 3.1 Modèle de déformation élasto-plastique parfait

Par la suite, nous considérons le contact entre une surface rugueuse, définie précédemment, avec un plan lisse et infiniment rigide. Si on suppose que l'aire de contact est petite comparée aux dimensions des pièces en contact et que les pentes des surfaces sont suffisamment faibles, les massifs peuvent être considérés comme semi-infinis. Cette hypothèse permet d'exprimer une relation charge-déplacement à l'aide d'une méthode aux intégrales de frontière. Dans ce cas, les déplacements  $u$  de la surface déformable sont liés aux pressions de contact  $p^c$  par une relation du type [3] :

$$u(\mathbf{x}) = \frac{1-\nu^2}{\pi E} \int_S \frac{1}{\sqrt{(x-\xi_x)^2 + (y-\xi_y)^2}} p^c(\boldsymbol{\xi}) dS \quad (5)$$

$S$  est l'aire apparente de contact,  $E$  et  $\nu$  sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson de la surface rugueuse. Les pressions de contact doivent par ailleurs vérifier la relation d'équilibre :

$$\frac{1}{S} \int_S p^c(\mathbf{x}) dS = Pca \quad (6)$$

où  $Pca$  est la pression de contact apparente appliquée.

D'après l'équation (5), le contact est résolu en ne considérant que la surface (et non le volume sous jacent), ce qui réduit considérablement les temps de calcul par rapport aux méthodes par éléments finis. Comme  $u$  et  $p^c$  sont deux champs inconnus, la méthode de résolution est itérative, initiée à l'aide d'une donnée  $p^c$  qui est itérativement modifiée à l'aide d'un algorithme de type gradient conjugué. Le détail de cette procédure est fourni dans [4]. La résolution du problème (5) permet d'obtenir les déformations en fonction de la pression de contact  $Pca$  appliquée en régime purement élastique. Pour plus de réalisme, nous avons introduit dans le modèle un critère de plasticité simplifié qui assimile le comportement du matériau à un comportement élasto-plastique parfait. Dans ce cas, les pressions de contact  $p^c$  sont bornées par une pression limite, prise comme étant la dureté  $\mathcal{H}$  du matériau.

#### 3.2 Modèles de transport

Après calcul de l'écrasement des rugosités, nous résolvons l'écoulement au travers du champ des ouvertures résultant. Dans ce travail, nous nous intéressons à un transport massique incompressible, isotherme et stationnaire. Deux types de transport sont étudiés, l'un dû à un écoulement rampant visqueux, l'autre diffusif. A l'échelle microscopique, l'écoulement visqueux est décrit à l'aide du modèle de Stokes :

$$-\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} = 0 \quad (7a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (7b)$$

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0, \text{ à la paroi} \quad (7c)$$

$\mathbf{v}$  étant la vitesse de fluide,  $p$  sa pression et  $\mu$  sa viscosité dynamique. De la même manière, la diffusion est décrite par la loi de Fick :

$$\nabla \cdot (\mathcal{D} \nabla c) = 0 \quad (8a)$$

$$\nabla c \cdot \mathbf{n} = 0 \text{ à la paroi} \quad (8b)$$

où  $\mathcal{D} \nabla c$  est le flux diffusif,  $c$  la concentration de l'espèce qui diffuse au travers du contact et  $\mathcal{D}$  le coefficient de diffusion moléculaire.

Si on suppose que le champ d'ouverture  $h(x, y)$  est à faibles variations, les deux modèles 3-D précédents peuvent être réduits d'une dimension. La résolution des modèles 2-D se fait alors au travers d'un milieu à deux

phases : une phase fluide  $\beta$  et une phase solide (zones de contact)  $\sigma$ . Cette simplification est effectuée grâce à une analyse en ordre de grandeur et une intégration des équations dans la direction normale au plan de contact (voir [5] pour plus de détails). Dans ce cas, les deux modèles réduits se réécrivent sous la forme générique :

$$\mathbf{q} = -k\nabla\omega \quad \text{dans } \beta \quad (9a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = 0 \quad \text{dans } \beta \quad (9b)$$

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{sur } C_{\beta\sigma} \quad (9c)$$

$C_{\beta\sigma}$  étant les lignes de contour des zones de contact.

Pour l'écoulement visqueux,  $\mathbf{q} = \int_0^h \mathbf{v} dz$ ,  $k = \frac{h^3}{12\mu}$  et  $\omega = p$ . Pour la diffusion,  $\mathbf{q} = \int_0^h \mathbf{j} dz$ ,  $k = \mathcal{D}h$  et  $\omega = c$ .

En utilisant une technique de prise de moyenne appliquée au modèle (9), il est possible de relier le débit macroscopique, défini à l'échelle de l'élément de surface, à la force motrice macroscopique (gradient de pression ou de concentration). Pour ce faire, nous utilisons deux opérateurs de prise de moyenne [6] :

$$\langle \varphi \rangle = \frac{1}{S} \int_{S_\beta} \varphi dS = \frac{1}{S_\beta + S_c} \int_{S_\beta} \varphi dS \quad \text{et} \quad \langle \varphi \rangle^\beta = \frac{1}{S_\beta} \int_{S_\beta} \varphi dS \quad (10a)$$

ainsi que le théorème de prise de moyenne (règle de Leibnitz) :

$$\langle \nabla \varphi \rangle = \nabla \langle \varphi \rangle + \frac{1}{S} \int_{C_{\beta\sigma}} \mathbf{n} \varphi dS \quad (10b)$$

En utilisant la même procédure que dans [7], et détaillée dans [5], on peut montrer que le modèle (9) devient à l'échelle macroscopique :

$$\langle \mathbf{q} \rangle = -\mathbf{H} \cdot \nabla \langle \omega \rangle^\beta \quad (11a)$$

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{q} \rangle = 0 \quad (11b)$$

Dans l'équation (11a), le tenseur  $\mathbf{H}$  peut être déterminé explicitement à partir du champ d'ouverture selon la relation :

$$\mathbf{H} = \langle k(\mathbf{I} + \nabla \mathbf{b}) \rangle \quad (12)$$

où  $\mathbf{b}$  est la solution du problème de fermeture :

$$\nabla \cdot (k\nabla \mathbf{b}) = -\nabla \tilde{k} \quad \text{dans } \beta \quad (13a)$$

$$-\mathbf{n}_{\beta\sigma} \cdot \nabla \mathbf{b} = \mathbf{n}_{\beta\sigma} \quad \text{sur } C_{\beta\sigma} \quad (13b)$$

$$\mathbf{b}(\mathbf{x} + \mathbf{L}) = \mathbf{b}(\mathbf{x}) \quad (13c)$$

$$\langle \mathbf{b} \rangle = 0 \quad (13d)$$

avec  $\tilde{k} = k - \langle k \rangle$  et  $\mathbf{L}$  la dimension de la surface sur laquelle la moyenne est effectuée.

Pour l'écoulement visqueux, on a donc  $\langle \mathbf{q}_v \rangle = -\frac{\mathbf{K}}{\mu} \cdot \nabla \langle p \rangle^\beta$  et pour la diffusion  $\langle \mathbf{q}_d \rangle = -\mathcal{D} \mathbf{D} \cdot \nabla \langle c \rangle^\beta$ ,  $\mathbf{K}$  et  $\mathbf{D}$  étant des tenseurs intrinsèques qui ne dépendent respectivement que de  $h^3$  et de  $h$ .

## 4 Résultats : surface réelle versus surface synthétique

Dans cette section, nous comparons les résultats obtenus à partir de surfaces réelles avec ceux des surfaces synthétiques équivalentes, afin de valider l'utilisation de l'approche fractale pour décrire les textures rodées ou sablées. Le comparatif est effectué sur la distribution des aires locales de contact d'une part et sur les propriétés de transport  $\mathbf{K}$  et  $\mathbf{D}$  d'autre part. Les comparatifs ont été réalisés pour des pressions de contact apparentes  $P_{ca}$  variant de 7 à 600 MPa et avec les propriétés d'un acier inoxydable standard :  $E = 210 GPa$ ,  $\nu = 0,3$  et  $\mathcal{H} = 1800 MPa$ . Pour chaque processus - rodage et sablage -, quatre surfaces auto-affines différentes ont été générées avec les mêmes paramètres de rugosité, c'est-à-dire en ne changeant que la séquence aléatoire initiale  $a_{mn}$ .

## 4.1 Aires réelles de contact

Sur la figure 2, nous avons représenté la moyenne  $m$  et l'écart type  $\sigma$  de la distribution des aires locales de contact en fonction du serrage appliqué pour les surfaces rodées et sablées. Contrairement aux surfaces sablées, toutes les surfaces rodées simulées présentent le même comportement, ce qui montre que, grâce à la fréquence de coupure  $\omega_{min}$ , les dimensions  $L_x, L_y$  sont suffisamment grandes pour être représentatives des textures rodées. En revanche, les surfaces sablées étant fractales à toutes les échelles considérées, on constate des dispersions entre les différentes réalisations, dispersions qui sont dues à un effet de taille finie des surfaces [8].

Les résultats de la figure 2(a) montrent un bon accord entre la moyenne des aires locales de contact de la surface rodée réelle et celles de ses homologues simulées, puisque les erreurs relatives sont inférieures à 10%. L'écart type est un peu plus sensible car les erreurs sont de l'ordre de 30%. Concernant les surfaces sablées réelle et simulées, les erreurs relatives sur la moyenne  $m$  peuvent atteindre 20% (Fig. 2(b)), ce qui reste raisonnable comparé à la dispersion relative des quatre réalisations qui est de l'ordre de 15%. Les résultats concernant l'écart type montrent un bon accord entre surfaces réelle et simulées.

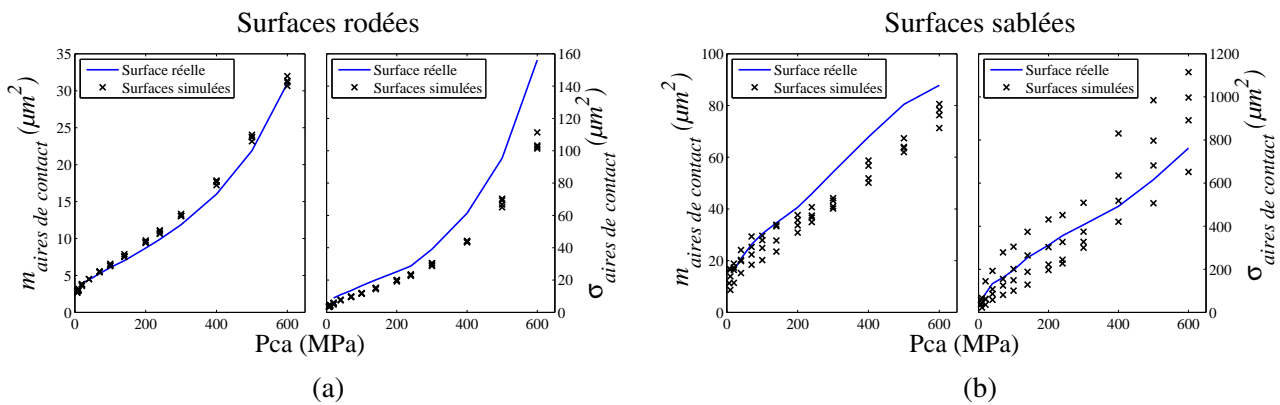


FIG. 2 – Moyenne  $m$  et écart type  $\sigma$  de la distribution des aires locales de contact des textures rodées (a) et sablées (b) -

## 4.2 Propriétés de transport effectives

Les propriétés de transport effectives  $\mathbf{K}$  et  $\mathbf{D}$  sont calculées en fonction du serrage appliqué  $P_{ca}$  par résolution du problème de fermeture (13) au travers du champ des ouvertures, issu du calcul de déformation de la surface rugueuse. Les processus de rodage et de sablage étant aléatoires, on s'attend à ce que les surfaces soient isotropes, ce qui conduit à des tenseurs  $\mathbf{K}$  et  $\mathbf{D}$  sphériques :  $\mathbf{K} = KI$  et  $\mathbf{D} = DI$ .

La comparaison entre les propriétés de transport des surfaces réelle et simulées est présentée sur la figure 3. Celle-ci montre l'évolution des termes diagonaux de  $\mathbf{K}$  et  $\mathbf{D}$  en fonction de la pression de contact apparente  $P_{ca}$ . Comme attendu, cette figure met clairement en évidence la décroissance de  $\mathbf{K}$  et  $\mathbf{D}$  avec  $P_{ca}$ , qui s'explique simplement par le fait que le serrage rend le contact moins percolant. Contrairement à certains résultats expérimentaux qui faisaient apparaître pour des textures tournées une décroissance en loi puissance [9], les textures fractales ont un comportement plus complexe. On peut de plus remarquer que la plage de variation de  $K$  est bien plus importante que celle de  $D$ , ce qui est lié au fait que  $K$  varie avec  $h^3$  tandis que  $D$  varie avec  $h$ .

Ces résultats confirment que les textures rodées étudiées ici sont parfaitement isotropes (termes diagonaux identiques), et que les 4 surfaces rodées synthétiques ont le même comportement. Cette figure montre en revanche une certaine anisotropie des textures sablées. Encore une fois, ces écarts entre les termes diagonaux sont liés à l'absence de fréquence de coupure  $\omega_{min}$  dans la densité spectrale et donc à un effet de taille des surfaces [8].

Cependant, quelles que soient les textures, rodées ou sablées, un très bon accord est obtenu entre surfaces réelles et simulées, aussi bien pour  $K$  que pour  $D$ . Pour les textures rodées, les écarts relatifs sur  $D$  sont inférieurs à 7%, et ceux sur  $K$  sont inférieurs à 20%, ce qui reste faible compte tenu du fait que  $K$  varie sur environ trois ordres de grandeur pour la gamme de  $P_{ca}$  considérée. Pour les textures sablées, les écarts relatifs entre les termes diagonaux par rapport à la valeur moyenne ( $\frac{|K_{xx} - K_{yy}|}{(K_{xx} + K_{yy})/2}$ ) atteignent 20% pour la diffusivité et 45% pour la transmissivité.

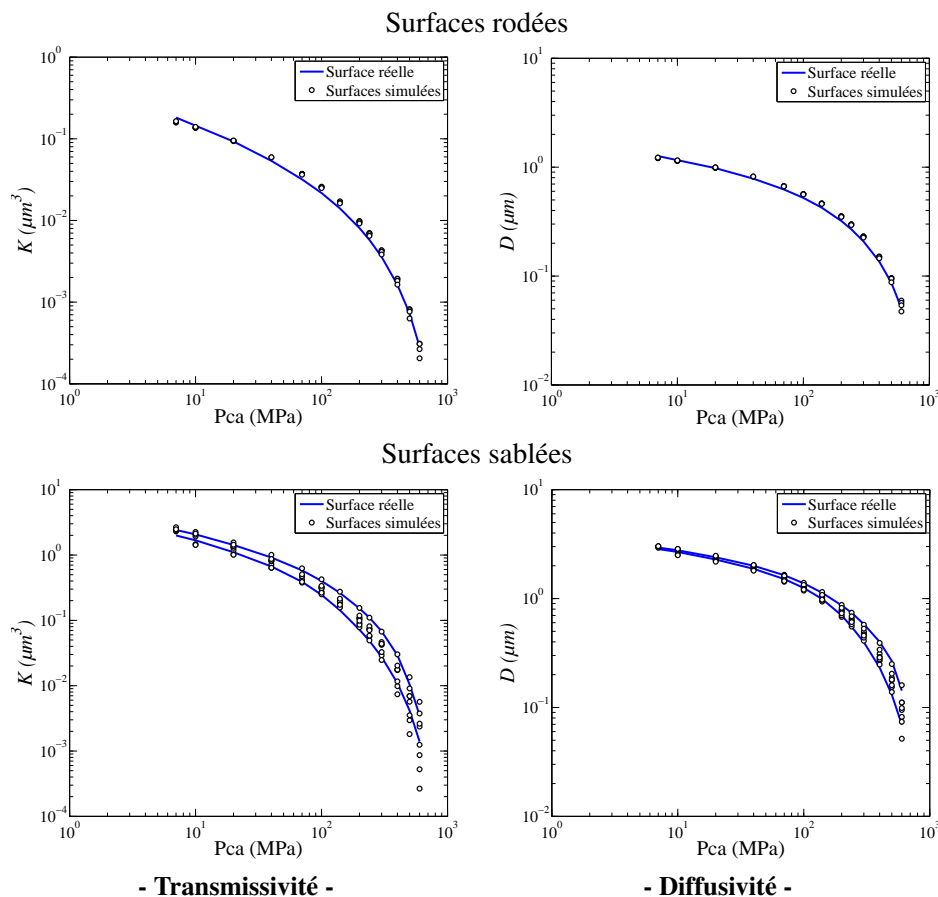


FIG. 3 – Propriétés de transport effectives des surfaces réelle et simulées -

## 5 Conclusion

L'ensemble de ces résultats, portant à la fois sur la caractérisation des textures rodées et sablées, sur les aires de contact et sur les propriétés de transport, permettent de conclure que l'utilisation de surfaces auto-affines simulées est tout à fait appropriée pour prédire le comportement d'un contact entre textures rugueuses aléatoires, tant du point de vue mécanique que du point de vue du transport de matière visqueux ou diffusif.

*Remerciements à EDF R&D, le CNES, SNECMA et le CNRS pour leur soutien financier.*

## Références

- [1] Peitgen H. and Saupe D. The Science of Fractal Images. Springer-Verlag, New York, 1988.
- [2] Persson B., Albohr O., Tartaglino U., Volokitin A., and Tosatti E. On the nature of surface roughness with application to contact mechanics, sealing, rubber friction and adhesion. *J. Phys. : Condens. Matter*, 17, R1–R62, 2005.
- [3] Mayeur C., Sainsot P., and Flamand L. A numerical elastoplastic model for rough contact. *Journal of Tribology*, 117, 422–429, 1995.
- [4] Polonsky I. and Keer L. A numerical method for solving rough contact problems based on the multi-level multi-summation and conjugate gradient techniques. *Wear*, 231, 206–219, 1999.
- [5] Vallet C. Fuite Liquide au Travers d'un Contact Rugueux : Application à l'Étanchéité des Appareils de Robinetterie. PhD thesis, Arts et Métiers ParisTech, 2008.
- [6] Whitaker S. The Method of Volume Averaging, Theory and Application of Transport in Porous Media. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [7] Quintard M. and Whitaker S. Ecoulement monophasique en milieux poreux : Effets des hétérogénéités locales. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, 6, 691–726, 1987.
- [8] Vallet C., Lasseux D., Sainsot P., and Zahouani H. Real versus synthesized fractal surfaces : Contact mechanics and transport properties. *Tribology International*, 42, 250–259, 2009.
- [9] Marie C. and Lasseux D. Experimental leak-rate measurement through a static metal seal. *Journal of Fluids Engineering*, 129(6), 799–805, 2007.