



HAL
open science

Méthodologie d'analyse métrologique d'algorithmes de traitement d'images à porteuse : résolution et résolution spatiale

Jérôme Molimard, Claudiu Badulescu, Michel Bornert, Jean-Christophe Dupré, Michel Grediac, S. Equis, Pascal Picart, René Rotinat, Valery Valle

► To cite this version:

Jérôme Molimard, Claudiu Badulescu, Michel Bornert, Jean-Christophe Dupré, Michel Grediac, et al.. Méthodologie d'analyse métrologique d'algorithmes de traitement d'images à porteuse : résolution et résolution spatiale. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03391287

HAL Id: hal-03391287

<https://hal.science/hal-03391287v1>

Submitted on 21 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Méthodologie d'analyse métrologique d'algorithmes de traitement d'images à porteuse : résolution et résolution spatiale.

J. MOLIMARD, C. BADULESCU, M. BORNERT, J.C. DUPRÉ, S. EQUIS,
M. GRÉDIAC, P. PICART, R. ROTINAT, V. VALLE

GDR CNRS 2519, « Mesure de champs et identification en mécanique des solides »
<http://www.ifma.fr/lami/gdr2519/>

Résumé :

Les méthodes optiques de champs ont pris une grande importance dans la mécanique expérimentale moderne. Si elles bénéficient d'une diffusion de plus en plus large dans les laboratoires universitaires, leur pénétration du tissu industriel reste faible pour de multiples raisons, parmi lesquelles un manque de caractérisation métrologique. Une mesure de champ peut se caractériser par les grandeurs classiques que sont la résolution, le biais, la gamme de mesure notamment, mais également par une grandeur qui leur est propre, la résolution spatiale. La présente communication propose une démarche originale permettant en une seule étape l'estimation de la résolution, de la résolution spatiale et du biais induit par un opérateur donné (système de décodage de l'information, par exemple un algorithme de corrélation, fonction de filtrage passe-bas, ou de dérivation, ...). Cette approche s'appuie sur la génération d'un champ particulier, multi-fréquentiel et d'une représentation du résultat sous la forme d'un diagramme de Bode. Cette analyse est appliquée à divers algorithmes d'extraction de phase d'une image synthétique à porteuse, pour une interprétation en terme de déplacement.

Abstract :

Optical full-field techniques have a great importance in modern experimental mechanics. Even if they are reasonably spread among the university laboratories, their diffusion in industrial companies remains very weak for several reasons, especially a lack of metrological performance assessment. A full-field measurement can be characterized by its resolution, bias, measuring range, and by a specific quantity, the spatial resolution. The present communication proposes an original procedure for the estimation in one single step of the resolution, bias and spatial resolution for a given operator (decoding algorithm, such as image correlation, low-pass filters, derivation tools, ...). This procedure is based on the construction of a particular multi-frequential field, and a Bode diagram representation of the results. This analysis is applied to various phase demodulating algorithms for the estimation of in-plane displacements.

Mots clefs : mesure optique, grille, résolution, résolution spatiale

1 Introduction

Si les méthodes optiques de mesures de champs cinématiques sont d'un usage de plus en plus répandu en mécanique expérimentale, du fait notamment de la richesse des informations qu'elles fournissent en comparaison de mesures individuelles, locales ou globales, plus classiques, leur caractérisation métrologique précise reste une question ouverte. De plus, la diversité des procédures et en particulier des algorithmes de traitement des images produites, peut troubler un utilisateur non spécialiste. La conséquence en est une diffusion encore limitée en milieu industriel et une utilisation souvent empirique de ces outils. Le GDR 2519 CNRS « Mesures de champs et identification en mécanique des solides » s'est fixé comme objectif de clarifier cette situation et de proposer en particulier des méthodologies d'analyse des performances et d'identification des domaines d'application des diverses méthodes de mesure de champs. Après un premier travail sur les techniques de mesure par corrélation d'image qui a conduit d'une part à une méthodologie d'analyse et d'autre part à la mise en évidence de divers régimes d'erreur de ces algorithmes, dépendant de la combinaison de paramètres utilisés et de la nature du champ analysé [1], le groupe de travail « Métrologie » du GDR aborde maintenant les techniques d'extraction de phase d'images à codage périodique, telles celles

utilisée en interférométrie de speckle ou sur réseau, en projection de frange ou par encore par les méthodes de grille. Ce travail a conduit à la définition d'une méthodologie de caractérisation des performances des diverses techniques, notamment en termes de résolution spatiale qui est une notion spécifique aux méthodes de mesure de champs. L'analyse d'images synthétiques reste en nombre restreint du fait du caractère faiblement aléatoire du codage, par opposition aux méthodes de corrélation analysant des motifs aléatoires [1]. La démarche repose d'une part sur la génération de paires d'images, l'une de référence et l'autre déformée selon un champ de déplacement suffisamment riche pour contenir toutes les informations spectrales requises et décrit dans le paragraphe suivant, et, d'autre part, sur une exploitation spécifique des résultats des mesures des divers outils de traitements fournissant une évaluation du déplacement en chaque pixel de l'image. Cette analyse, détaillée au paragraphe 3, est appliquée, au paragraphe 4, à divers outils développés et/ou utilisés dans les laboratoires partenaires du GDR. Les premières conclusions et les pistes pour étendre ce travail sont évoquées en dernière partie.

2 Champs analysés et images synthétiques

La démarche proposée s'inspire de la construction des fonctions de transfert de modulation donnant l'amplitude restituée par un dispositif optique d'un signal périodique réel en fonction de la fréquence de ce signal. Toutefois, afin de limiter le nombre d'images à traiter, il a été convenu d'analyser une large gamme de fréquences au travers d'une seule image. Il est donc proposé d'utiliser un déplacement périodique à périodicité variable, orientée selon la verticale de l'image et d'amplitude constante A_U , de la forme

$$U_y = A_U \times \cos\left(\frac{\pi}{P} \frac{y^2}{y_{max}}\right) = A_U \times \cos(F) \quad (1)$$

où y est la cote de l'image de hauteur y_{max} . Un tel choix permet d'obtenir une évolution linéaire de la fréquence locale en fonction de y :

$$f_y = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial F}{\partial y} = \frac{1}{P} \frac{y}{y_{max}} \quad (2)$$

si bien que la longueur d'onde minimale du signal est P , atteinte au bas de l'image. Afin de dissocier la phase du signal de sa fréquence, il est proposé de surcroît de faire varier la phase continûment de 0 à 2π sur la largeur de l'image, en ajoutant à F le terme $2\pi \frac{x}{x_{max}}$. Le déplacement retenu prend donc la forme

$$U_y = A_U \times \cos\left(\frac{\pi}{P} \frac{y^2}{y_{max}} + 2\pi \frac{x}{x_{max}}\right) \quad (3)$$

La figure 1 fournit une représentation graphique du champ obtenu avec les paramètres $A_U = 0,3$, $P = 5$, $y_{max} = 1024$ et $x_{max} = 512$ (pixels) utilisés pour nos simulations.

Bien qu'un tel champ puisse en principe être utilisé pour caractériser toute technique de mesure de champ, il a été associé dans notre démarche à un codage périodique sinusoïdal parfait de l'intensité de l'image, de la forme

$$I = B_I \left[1 + \frac{A_I}{B_I} \cos\left(2\pi \frac{y + U_y}{P_{opt}}\right) \right] \quad (4)$$

où A_I/B_I reflète le contraste du signal, pris égal à 1 dans un premier temps, et P_{opt} est le pas du marquage périodique, variant entre 5 et 8 pixels dans notre étude. Ce codage idéal ne tient pas compte d'éventuelles imperfections d'un signal réel, potentiellement entaché de défauts d'uniformité d'éclairage, de bruit plus ou moins intense ou caractérisé par un profil non sinusoïdal, comportant donc des harmoniques d'ordre supérieur. Il a toutefois été retenu dans le cadre de cette étude de faisabilité. La combinaison de (3) et (4) donne une expression analytique de l'intensité théorique de l'image, que l'on peut ensuite convertir en niveau de gris en chaque pixel des images à traiter de taille 512x1024 pixels, ici sur 8 bits (256 niveaux de gris). L'image de référence est construite avec $U_y = 0$ et l'image déformée avec (3). Notons que, ce faisant, le déplacement U_y s'interprète comme le déplacement réciproque conduisant du pixel (x,y) de l'image déformée à son homologue dans l'image initiale, selon un principe de conservation de l'intensité lumineuse.

3 Exploitation des résultats

Les paires d'images ainsi construites ont été analysées par les 7 laboratoires (NAM, LAMI, LAUM, LMPF, LMS-P, LMS-X, LTDS) partenaires de cette étude au moyen de leur(s) outil(s) respectif(s), rappelés au paragraphe suivant. Les champs de déplacements obtenus, évalués en chaque pixel de l'image (à l'exception éventuelle de pixels de bord ne pouvant être traités) sont ensuite analysés selon les modalités suivantes.

Pour chaque ligne d'une image, c'est-à-dire chaque fréquence spatiale du déplacement, on extrait par transformée de Fourier la courbe sinus passant au mieux par les points de mesure. L'écart relatif Err_A entre son amplitude et l'amplitude imposée A_U est reportée en fonction de la fréquence selon y dans un diagramme log-log tel que celui reporté en figure 2. Dans les cas idéaux, un tel diagramme comporte une ligne horizontale $Err_A=1$ correspondant aux fréquences non accessibles par la méthode de traitement et une portion de courbe assimilable à une droite de pente négative. L'intersection de ces deux courbes permet de définir la *résolution spatiale ultime* de la méthode : aucun signal de période plus courte ne peut être détecté. Une quantité d'intérêt plus pratique est la *longueur d'onde d'un signal induisant une atténuation d'amplitude de* (par exemple) *10%*, obtenue par l'intersection de la courbe avec la droite horizontale d'ordonnée 0,1. Cette grandeur sera dénotée $RS_{10\%}$. La pente de la droite mesure l'*ordre du filtre* que constitue le traitement d'image appliqué, c'est-à-dire son aptitude à restituer sans biais des signaux au delà de la longueur d'onde minimale.

Une quatrième quantité d'intérêt est l'écart quadratique moyen entre le signal mesuré et son interpolation par la courbe sinus évoquée précédemment, qui mesure la *composante aléatoire de l'erreur* de mesure σ_U et qu'il est également possible de reporter en fonction de la fréquence. La figure 2 fournit également un exemple de résultat. Cette erreur aléatoire, évaluée à une fréquence donnée, ne permet pas de caractériser un éventuel comportement aléatoire du filtre, traitant mieux certaines fréquences que d'autres. Pour quantifier ce phénomène, un écart à la linéarité de la partie décroissante de la courbe $Err_A(\lambda)$ peut être mesuré.

Enfin, l'*erreur résiduelle* de la méthode pourrait être caractérisée par la valeur asymptotique de ces erreurs pour des périodes très basses. Toutefois le comportement observé suggère que cette interprétation est potentiellement entachées d'erreurs probablement dues à des effets de bords. Cette analyse n'est donc pas retenue dans un premier temps.

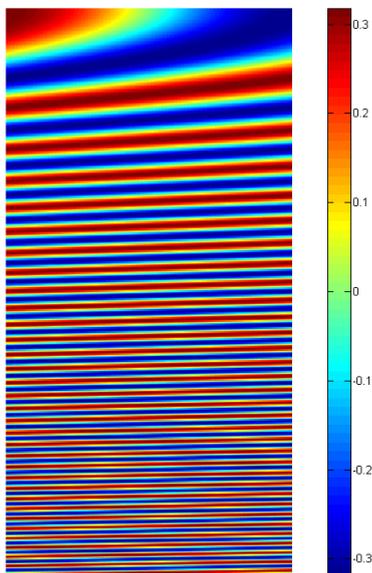


FIG.1 : champ de déplacement (en pixels).

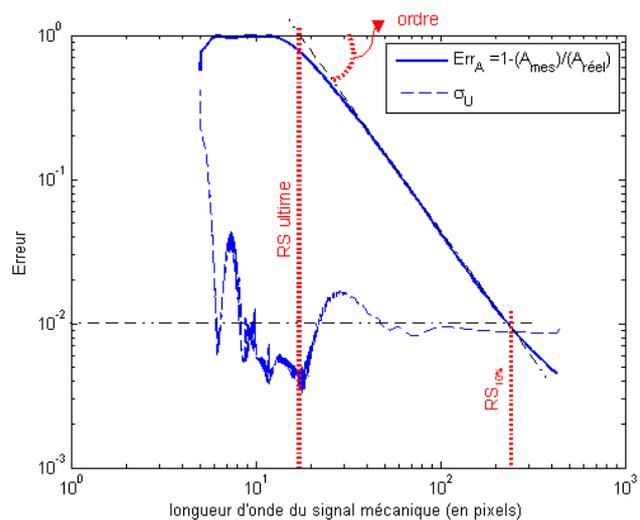


FIG.2 : champ de déplacement (en pixels).

4 Intercomparaison de méthodes d'analyse d'images à porteuses

4.1 Description des méthodes

Dans le cadre de ce travail, les diverses méthodes de traitement ont été utilisées selon la pratique usuelle des laboratoires :

- transformée de Fourier spatiale (LAUM)

Historiquement, la transformée de Fourier spatiale globale a été à la base des premières méthodes de démodulation [2]. Dans l'espace de Fourier, un signal à porteuse spatiale apparaît comme un ensemble de trois lobes, l'un centré sur zéro, et deux lobes symétriques centrés respectivement sur la longueur d'onde $+p$ et la longueur d'onde $-p$, où p est le pas de la porteuse. Si l'on pose l'intensité sous sa forme complexe, faisant apparaître les termes de modulation $+p$ et $-p$ (p étant le pas de la porteuse),

$$I(x, y) = \frac{1}{2} A_I(x, y) \exp(i\phi(x, y)) \exp(2i\pi \frac{y}{p}) + \frac{1}{2} A_I(x, y) \exp(-i\phi(x, y)) \exp(-2i\pi \frac{y}{p}) + B(x, y) \quad (5)$$

alors, la phase du signal est donnée par

$$\phi(x, y) = \arctan\left(\frac{\Im(\hat{c})}{\Re(\hat{c})}\right) \quad \text{avec} \quad \hat{c} = TF\left(\frac{1}{2} A_I(x, y) \exp(-i\phi(x, y))\right) \quad (6)$$

on remarquera que \hat{c} est l'un des deux lobes de la transformée de Fourier de I , décalé dans l'espace des fréquences de la quantité $-1/p$. Si les trois lobes composant le signal sont bien distincts, il est aisé de sélectionner l'un de ces lobes et rendre nul le reste du signal par une fonction de porte bidimensionnelle centrée sur la fréquence $1/p$. En fonction de la largeur de la fonction porte utilisée, l'algorithme de démodulation de phase sera plus ou moins filtrant. Pour cette étude, la largeur du filtre est demeurée constante ; la position du pic est adaptée à chaque cas.

- transformée de Fourier fenêtrée (LTDS, LAMI, LMPF)

L'extraction de phase est effectuée en cherchant l'argument d'un terme particulier de la transformée de Fourier locale de la cartographie d'intensité. Il est nécessaire de définir un pas arbitraire, par définition différent du pas de grille elle-même, pour démoduler le signal de phase. La formulation proposée par Y. Surrel [3] s'écrit

$$\phi = -\arctan \frac{\sum_{k=0}^{p-1} k (I_{k-1} - I_{2p-k-1}) \sin(2k\pi/p)}{p I_{p-1} + \sum_{k=0}^{p-1} k (I_{k-1} - I_{2p-k-1}) \cos(2k\pi/p)} \quad (7)$$

où p est le pas estimé de la grille (en pixels), k est la coordonnée d'un point courant, et I_k est l'intensité locale de l'image. Cette formulation peut être interprétée comme l'utilisation d'une transformée de Fourier convoluée par une fonction bi-triangle. Au LTDS, cette approche, est implémentée comme l'argument du

produit de convolution entre l'image et la fonction complexe $\left|1 - \frac{k}{p}\right| e^{i\frac{2\pi k}{p}}$. L'implémentation utilisée au

LAMI et au LTDS suppose une adaptation du pas de codage à chaque situation (5-6-7 ou 8 pixels par pas) ; la largeur de la fenêtre bi-triangle utilisée est de $2 \times p - 1$.

- analyse spectrale (LMS-P)

L'analyse spectrale est basée sur le calcul de la Transformée de Fourier 2D d'une zone de l'image de taille $N \times N$ couplée à une interpolation du spectre des fréquences suivant deux directions afin d'obtenir l'orientation du réseau de franges [5] [6]. Par cette technique nous pouvons calculer la période (p) du signal, la phase initiale (ϕ), et l'amplitude complexe A . Ils sont fonctions des valeurs complexes du pic principal, de coordonnée K , de la transformée de Fourier et des pics voisins. Soient H_k les valeurs complexes de la transformée de Fourier du signal. On pose β [7] :

$$\beta = R_e \left(\frac{H_{K-1} - H_{K+1}}{2H_K - H_{K+1} - H_{K-1}} \right) \quad (8)$$

Alors, la période p du signal, son amplitude complexe et sa phase sont données par :

$$p = N/(K+\beta) \text{ avec } -0,5 < \beta < 0,5 \quad (9)$$

$$A = \frac{j2\pi\beta(\beta^2-1)}{1-e^{j2\pi\beta}} (2H_K - H_{K-1} - H_{K+1}) \quad (10)$$

$$\phi = \arctan \frac{I_m(A)}{R_e(A)} \quad (11)$$

Les fenêtres explorées pour l'analyse spectrale sont dans cette étude de 32×32 pixels.

- intercorrélation d'images (LMS-X).

Le marquage par une grille régulière constitue un mode particulier de marquage susceptible d'une analyse par corrélation d'images. Les algorithmes classiques nécessitent toutefois quelques adaptations [4] pour tenir compte de la périodicité d'un tel motif. Compte-tenu de la définition du champ de déplacement, l'image déformée a été choisie comme image de référence selon les conventions usuelles en corrélation d'images. Un algorithme très simple d'intercorrélation, basé sur une hypothèse de translation uniforme et une interpolation bilinéaire des niveaux de gris de l'image finale (i.e. non déformée dans le cas présent), a été utilisé avec des imagerie de largeur 3 pixels (pour des raisons pratiques) et de hauteur 3, 6 ou 9 pixels. Notons que cette analyse ne fait aucune hypothèse *a priori* sur la forme du motif et sa longueur d'onde.

- méthode MPC (LMS-P)

Le principe de l'algorithme de MPC (Modulated Phase Correlation) réside dans l'adaptation de la technique de corrélation d'images numériques à l'évaluation de la phase en tout point de l'image. Il s'agit de définir un critère de ressemblance entre une zone de l'image réelle (image réelle) et une représentation mathématique d'une image de franges (image virtuelle). Lorsque le critère de ressemblance est maximal, la phase est alors fournie par la représentation mathématique.

Habituellement la représentation mathématique d'un réseau de franges est donnée par l'expression suivante :

$$I_v(x, y) = A(x, y) \cos[\Phi(x, y)] + B(x, y) \quad (12)$$

Où les fonctions $A(x,y)$, $B(x,y)$ et $\Phi(x,y)$ représentent respectivement l'amplitude, le fond « continu » et la phase du réseau de franges. A partir de cette représentation, l'extraction directe de la fonction de phase $\phi(x,y)$ n'est pas possible, il faut alors simplifier le problème et émettre une hypothèse : sur une imagerie I_v , les franges sont parallèles, équidistantes de pas p , d'inclinaison α et de phase à l'origine ϕ . De plus, A et B ne

varient pas. Le critère de ressemblance choisi correspond à celui utilisé par la méthode de corrélation d'images numériques et s'écrit sous la forme de la somme des écarts quadratiques entre l'imagette réelle (I_r) et l'imagette virtuelle (I_v).

$$\psi(A, B, \alpha, p, \phi) = \iint_D (I_r(x, y) - I_v(x, y))^2 ds \quad (13)$$

A ce stade, il ne reste plus qu'à minimiser ψ afin de trouver la phase ϕ recherchée et à réitérer l'opération pour toutes les imagettes qui composent l'image. L'exploitation réalisée pour la présente étude repose sur des fenêtres de 8 pixels de côté.

4.2 Premiers résultats

Les premiers résultats, obtenus selon la pratique des laboratoires, comme décrit ci-avant sont présentés figures 3 à 5. Tous les résultats ne sont pas disponibles à ce stade ; les méthodes spectrales, représentées en rouge, correspondent à la transformée de Fourier discrète implémentée au LAMI (LAMI) et au LTDS. Dans ce dernier cas, deux variantes sont testées : avec ou sans filtre Gaussien passe-bas de largeur $2 \times p - 1$ (LTDS (sans filtre) et LTDS (filtré)). La dernière méthode de ce groupe est l'analyse spectrale (LMS-P (AS)). Les méthodes de corrélation sont l'implémentation de MPC (notée LMS-P(MPC)), et un algorithme d'intercorrélation, avec plusieurs conditions : fenêtres de 3×3 , 3×6 ou 3×9 , noté LMS-X (3×3) à LMS-X (3×9).

On remarque que la résolution spatiale à 10 % varie linéairement avec la résolution spatiale ultime, avec une pente très proche pour toutes les approches, à une exception près. Cela signifie que les filtres constitués par les différentes méthodes de démodulation sont équivalents. L'analyse spectrale (LMS-P (AS)) est décalée vers le bas : le filtre est plus sélectif, si bien que l'amplitude d'un événement localisé sera mieux rendu par cette méthode que par les autres. On note que l'implémentation LTDS (filtré) a des résolutions ultimes et à 10% décalées par rapport aux autres méthodes ; cette méthode apparaît comme la plus pénalisante pour la résolution spatiale. D'une manière générale, les méthodes de corrélation ont permis d'obtenir des résolutions spatiales bien plus petites que les méthodes spectrales.

Les erreurs aléatoires induites par chaque type d'approche sont proches de $1/100^e$ de pixels. Il n'est pas surprenant de constater que l'approche « LTDS filtrée » obtient les erreurs les plus faibles, alors que les méthodes de corrélation, prenant en compte moins de points, ont des erreurs plutôt élevées, notamment pour le cas des imagettes de 3×3 pixels. La sensibilité aux harmoniques donne des résultats comparables. Les méthodes de corrélation sont dans ce cas également pénalisées du fait qu'aucun *a priori* sur la forme des fonctions d'intensité n'est émise (sauf pour la MPC). On s'attend à des résultats sensiblement différents si la forme de l'intensité lumineuse n'est plus un sinus idéal mais une fonction plus réaliste, de type rectangulaire ou peigne par exemple. Il faut noter le très bon comportement de l'analyse spectrale dans ce dernier cas.

Enfin, les résultats obtenus par le LTDS et le LAMI méritent un commentaire particulier : les deux implémentations sont basées sur la même approche de transformée de Fourier fenêtrée. Pourtant les résultats sont différents : cela montre tout l'intérêt de comparer la mise en œuvre et la pratique sur des algorithmes, même si ceux-ci sont réputés équivalents.

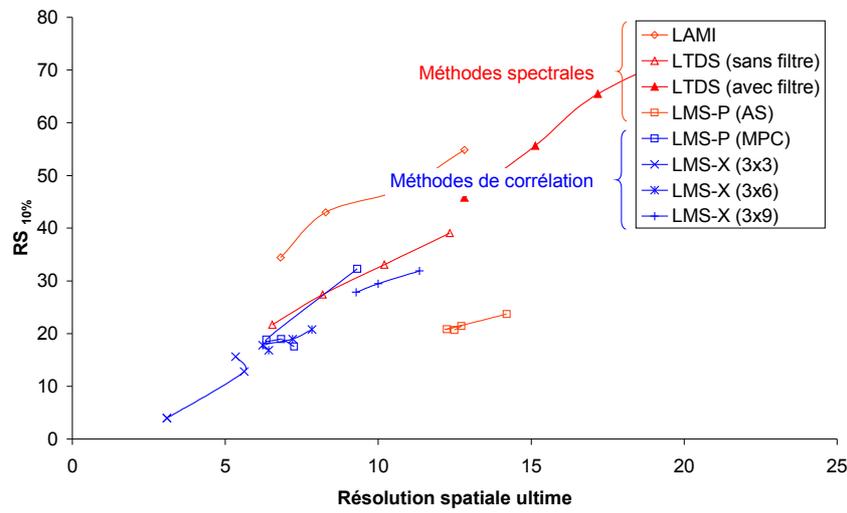


FIG. 3 : Résolution spatiale à 10 % en fonction de la résolution spatiale ultime.

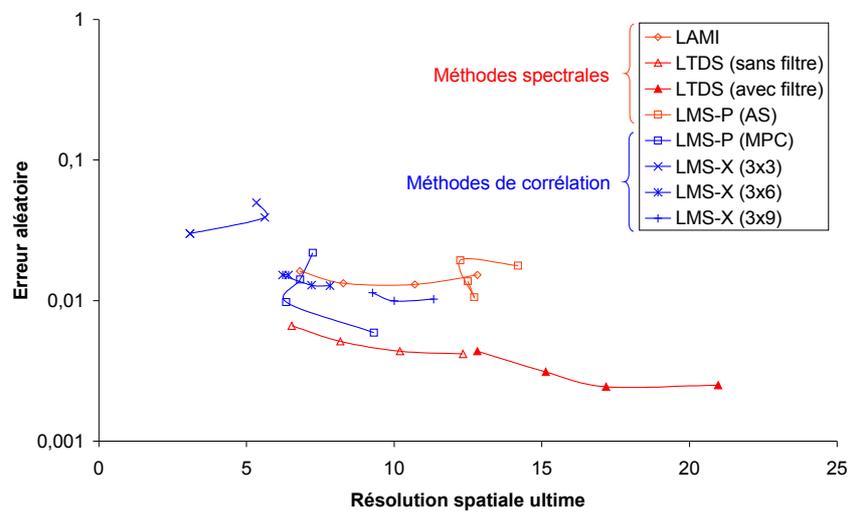


FIG. 4 : Erreur aléatoire.

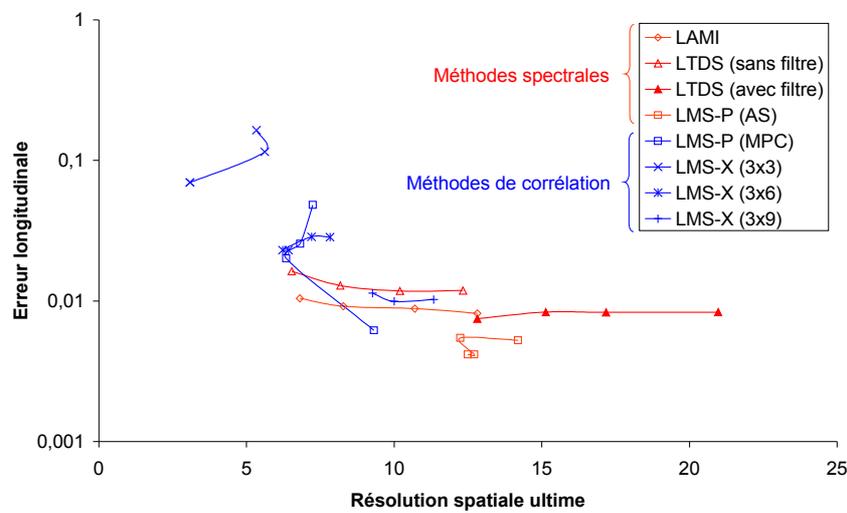


FIG. 5 : Caractérisation de la sensibilité aux harmoniques.

5 Conclusion et perspectives

La démarche proposée dans cette communication permet en une seule étape d'obtenir une estimation des grandeurs métrologiques principales liées à un opérateur (biais, résolution et résolution spatiale). Les opérateurs choisis sont des algorithmes de démodulation de phase ou de corrélation d'images permettant d'estimer les déplacements entre deux images d'une surface codée par une porteuse spatiale. Pour l'application proposée, on établit en particulier que le biais varie en loi puissance de la longueur d'onde spatiale de l'évènement observé. Ceci permet de donner deux définitions de la résolution spatiale : l'une est une limite de détection, définissant la résolution spatiale ultime, l'autre une limite au delà de laquelle l'erreur est inférieure à un seuil acceptable par l'utilisateur. En pratique, il devient possible de critiquer un résultat en fonction de sa longueur caractéristique. Une première intercomparaison des différents algorithmes est présentée. On montre le caractère discriminant de l'approche choisie. En fonction d'un objectif fixé, il est possible de recommander l'un ou l'autre des algorithmes.

Ce premier travail sera complété par une étude d'intercomparaison avec des cartographies d'intensités plus proches de la réalité. On pense en particulier à l'ajout d'un bruit aléatoire sur la phase et l'amplitude, la prise en compte des inhomogénéités d'éclairage et la numérisation du signal.

References

- [1] M. Bornert, · F. Brémand, · P. Doumalin, · J.-C. Dupré, · M. Fazzini, · M. Grédiac, · F. Hild, · S. Mistou, · J. Molimard, · J.-J. Orteu, · L. Robert, · Y. Surrel, · P. Vacher, · B. Wattrisse. Assessment of Digital Image Correlation Measurement Errors: Methodology and Results. *Experimental Mechanics*, DOI 10.1007/s11340-008-9204-7, accessible en ligne depuis le 25/12/2009.
- [2] M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi, Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry, *JOSA*, Vol. 72, N°1, pp.156-160, 1982.
- [3] Y. Surrel, Moiré and grid methods in optics, *SPIE*, 2342, 213-220, 1994.
- [4] P. Doumalin, M. Bornert, Micromechanical applications of digital image correlation techniques. *Proceedings of Interferometry in Speckle Light, Theory and Applications*, 25-28 Septembre 2000, Lausanne, P. Jacquot and J.M. Fournier Eds., Springer, p. 67-74.
- [5] J. C. Dupré, F. Brémand, A. Lagarde, "Numerical spectral analysis of a grid, Application to strain measurement", *Optics and Lasers in Engineering*, Vol.18, p. 159-172, 1993.
- [6] J. C. Dupré, M. Cottron, A. Lagarde, "Grating interrogation: from small to large strain measurements", *Experimental Mechanics*, Vol. 2, p. 153-157, Juin 1995.
- [7] D. R. Rajaona, P. Sulmont, A method of spectral analysis applied to periodic and pseudo-periodic signals, *Journal of computational Physics*, 61, n°1, pp. 186-199, Octobre 1985.