



**HAL**  
open science

## **Corrélation d'Images Numériques Intégrée pour l'identification de propriétés mécaniques**

Hugo Leclerc, Jean-Noël Perie, Stéphane Roux, François Hild

### ► **To cite this version:**

Hugo Leclerc, Jean-Noël Perie, Stéphane Roux, François Hild. Corrélation d'Images Numériques Intégrée pour l'identification de propriétés mécaniques. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. <hal-03391239>

**HAL Id: hal-03391239**

**<https://hal.science/hal-03391239v1>**

Submitted on 21 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# Corrélation d'Images Numériques Intégrée pour l'identification de propriétés mécaniques

H. LECLERC<sup>a</sup>, J.N. PÉRIÉ<sup>a,b</sup>, F. HILD<sup>a</sup>, S. ROUX<sup>a</sup>

*a. Laboratoire de Mécanique et Technologie (LMT-Cachan), ENS-Cachan / CNRS / UPMC / PRES UniverSud Paris, 61 avenue du Président Wilson, F-94235 CACHAN Cedex (FRANCE)*

*b. Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse (LGMT); INSA, UPS, 135 avenue de Rangueil, F-31077 TOULOUSE (FRANCE)*

## Résumé :

*Une implémentation originale d'une approche intégrée de corrélation d'images numériques (I-DIC) est présentée. Les deux étapes de la méthode, à savoir une corrélation d'images numériques globale basée sur une approche par éléments finis (FE-DIC) et une identification par recalage éléments finis (FEMU), y sont entrelacées. Le calcul par éléments finis fournit une base de champs de déplacement (de petite dimension) qui sert à l'analyse DIC, qui à son tour permet d'ajuster cette base. Le couplage mis en place permet de minimiser la perte d'informations, en particulier pour de faibles rapports signal / bruit. L'exemple d'un essai biaxial réalisé sur un matériau composite illustre les performances de la méthode.*

## Abstract :

*A new implementation of an Integrated Digital Image Correlation (I-DIC) method is presented. The two stages, Finite Element based Digital Image Correlation and Finite Element Model Updating, are interleaved. The finite element simulation leads to a (small) basis of displacement fields allowing for the DIC analysis, while the latter then helps to readjust the basis. This coupling allows one to minimize information losses, even in case of low signal-to-noise ratios. A case study for the identification of elastic properties of a composite material illustrates the approach, and highlights the accuracy of the results.*

## Mots clefs : Corrélation d'images numériques, recalage, éléments finis, identification

## 1 Introduction

Parmi les méthodes de mesure de champs [1], celles basées sur la corrélation d'images en lumière blanche [2] prennent de l'importance du fait de leur caractère générique et de la simplicité d'utilisation. De nombreux logiciels de corrélation d'images numériques (CIN) sont actuellement disponibles et permettent d'apporter, pour une vaste gamme de problèmes de mécanique, une contre partie expérimentale aux outils de simulations numériques. Toutefois, l'une des perspectives les plus séduisantes de ces méthodes est leur exploitation pour l'identification de paramètres de lois de comportement [3]. Parmi les nombreuses propositions [4], une technique répandue consiste à recalculer les paramètres matériels dans un code aux éléments finis (*Finite Element Model Updating*, ou FEMU) afin de réduire la différence entre champs de déplacements mesurés et simulés [5]. Cette méthode a l'avantage d'offrir un cadre très général, mais elle est par nature itérative. L'identification est donc couramment conduite en deux temps. La première étape consiste à rechercher un champ de déplacement. La seconde phase, l'identification, s'appuie sur la connaissance supposée du champ de déplacements. Cet article a pour objectif de présenter une méthode permettant de concilier le meilleur des deux méthodes.

La technique de corrélation utilisée ici est qualifiée de globale. Par opposition aux techniques de corrélation classiques basées sur l'appariement d'images, cette technique réside dans la minimisation d'une fonctionnelle basée sur l'hypothèse de la conservation de la luminance [6]. Plutôt que d'introduire une régularisation spatiale artificielle, ou peu emprunte de sens mécanique, on peut avantageusement tirer bénéfice d'une description cinématique adaptée au problème. La formulation de l'approche choisie [7, 8] est telle que n'importe quelle base peut être incorporée simplement (e.g. solution analytique d'un problème élastique). Parmi ces bases, la plus simple (sans grand contenu mécanique toutefois), est celle des fonctions de forme de la méthode des éléments finis (EF). Dans ce cas, le problème CIN consiste à chercher les déplacements nodaux permettant de minimiser une forme faible de la fonctionnelle de la loi de conservation de la luminance. Lorsque l'on traite de problèmes de localisation, le maillage peut alors être localement raffiné.

La même formulation peut être conservée pour les problèmes 3D [8] où le défi consiste alors à réaliser des calculs dans un temps raisonnable, mais aussi à traiter des volumes de données considérables (les microtomographies, ou scans IRM, à traiter peuvent atteindre  $2000 \times 2000 \times 2000$  voxels avec un codage des niveaux de

gris sur 16 bits). Les cartes graphiques grand public constituent aujourd'hui une solution attractive pour réaliser des calculs parallèles intensifs sur un simple PC. L'implémentation sur processeur graphique (GPU) de l'approche proposée permet une réduction drastique des temps de calculs. Ce point n'est toutefois pas développé ici mais l'implémentation actuelle permet d'accéder à des temps de calculs inférieurs au dixième de seconde pour une image d'un mégapixel.

Le but de cet article est de montrer les conséquences de ce type d'implémentation en termes d'applications et de performances. Le principe de la méthode FE-DIC est d'abord présenté. Dans un second temps, une approche particulière de la FEMU est illustrée à partir d'une première application où les champs cinématiques obtenus par FE-DIC sont utilisés comme entrées pour identifier des propriétés matérielles. Dans la troisième partie, une nouvelle procédure couplée CIN-FEMU, conçue afin de minimiser l'impact d'un faible rapport signal sur bruit est proposée.

## 2 Corrélation d'Images Numériques

### 2.1 Principe du schéma par éléments finis exploité

L'analyse de deux images codées en niveaux de gris  $f$  et  $g$  ( $f$  représentant l'image de référence, et  $g$  celle déformée) est réalisée en utilisant l'hypothèse de conservation de la luminance. Cette dernière signifie que la texture de l'image est passivement advectée par un champ de déplacements  $\mathbf{u}$ , soit

$$g(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) \quad (1)$$

Le problème consiste à *identifier* le meilleur champ de déplacement qui permet de minimiser la fonctionnelle des résidus de corrélation,  $\Phi^2$ ,

$$\Phi^2[\mathbf{u}] = \int_{\Omega} \varphi(\mathbf{x})^2 d\mathbf{x} \quad (2)$$

où

$$\varphi(\mathbf{x}) = |f(\mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x})) - g(\mathbf{x})| \quad (3)$$

La minimisation de  $\Phi$  est intrinsèquement non-linéaire et constitue un problème mal posé. Pour ces raisons, une formulation faible est préférée en adoptant un schéma de discrétisation général

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \sum_{n \in \mathcal{N}} u_n \boldsymbol{\psi}_n(\mathbf{x}) = [\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})]\{\mathbf{u}\} \quad (4)$$

où  $\boldsymbol{\psi}_n$  sont les fonctions de forme, et  $u_n$  leurs degrés de liberté associés. Dans un formalisme matrice-vecteur,  $[\boldsymbol{\psi}]$  est une matrice ligne qui contient les valeurs des fonctions de forme  $\boldsymbol{\psi}_n$  et  $\{\mathbf{u}\}$  le vecteur colonne des degrés de liberté.

A ce niveau de généralité, on peut choisir de décomposer le champ de déplacements  $\mathbf{u}(\mathbf{x})$  sur une base "mécanique" plus ou moins "riche". On peut par exemple choisir des fonctions de forme classiquement utilisées dans les calculs par éléments finis  $N_n(\mathbf{x})$ . Dans chaque élément  $\Omega^e$ , le déplacement interpolé  $\mathbf{u}^e(\mathbf{x})$  s'écrit alors

$$\mathbf{u}^e(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^{n_e} \sum_{\alpha} a_{\alpha n}^e N_n(\mathbf{x}) \mathbf{e}_{\alpha} \quad (5)$$

où  $n_e$  représente le nombre de nœuds et  $a_{\alpha n}^e$  les déplacements nodaux inconnus. La minimisation du résidu global  $\Phi^2$ , consiste à résoudre un ensemble de systèmes linéaires  $\mathbf{M}\mathbf{a} = \mathbf{b}$ , où  $\mathbf{a}$  est le vecteur des déplacements nodaux inconnus. la matrice  $\mathbf{M}$  et le vecteur second membre  $\mathbf{b}$  sont respectivement assemblés en utilisant leurs composantes élémentaires  $\mathbf{M}^e$  et  $\mathbf{b}^e$

$$\mathbf{M}_{\alpha n \beta m}^e = \int_{\Omega_e} [N_m(\mathbf{x}) N_n(\mathbf{x}) \partial_{\alpha} f(\mathbf{x}) \partial_{\beta} f(\mathbf{x})] d\mathbf{x} \quad (6)$$

et

$$\mathbf{b}_{\alpha n}^e = \int_{\Omega_e} [f(\mathbf{x}) - g(\mathbf{x})] N_n(\mathbf{x}) \partial_{\alpha} f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (7)$$

Jusqu'à présent, des fonctions de forme bilinéaires associées à des éléments quadrilatéraux à 4-nœuds (Q4) ou cubiques à 8 nœuds (C8) étaient choisis pour traiter les images 2D (Q4-DIC [7]) et 3D (C8-DIC [8]). En présence de champs de déplacements discontinus (e.g. fissures), on peut utiliser des schémas d'interpolation enrichis tels que ceux proposés dans les approches X-FEM [9]. La méthode a ainsi été testée sur des éléments à 4 nœuds en 2D (XQ4-DIC [10]) et à 8 nœuds en 3D (XC8-DIC [11]). La méthode peut bien entendu être généralisée à tout type d'éléments, et ce quel que soit le degré d'interpolation. Une procédure multi-résolution est utilisée afin de garantir le robustesse de la convergence. On trouvera dans les références précitées davantage de détails sur la méthodologie des procédures de corrélation d'images numériques utilisées.

Dans l'environnement de la "plate-forme LMT" développée en interne, on peut aisément choisir le type d'élément utilisé, et les schémas d'intégration associés sont automatiquement générés [12]. C'est dans ce cadre qu'ont été implémentées les différentes composantes qui suivent.

### 3 Procédure d'identification en deux étapes

Les champs de déplacement mesurés peuvent être utilisés comme données d'entrée d'une procédure d'identification, e.g. pour ajuster les paramètres d'une loi de comportement. L'essai biaxial illustré en figure 1 est choisi comme exemple. Un premier cliché de la région d'intérêt (Region Of Interest, ou ROI) est pris avant que l'éprouvette cruciforme ne soit sollicitée, et une seconde est saisie pendant le chargement. La corrélation d'images numériques permet de mesurer un champ de déplacement sur la surface de l'objet dans la ROI pour le maillage considéré.

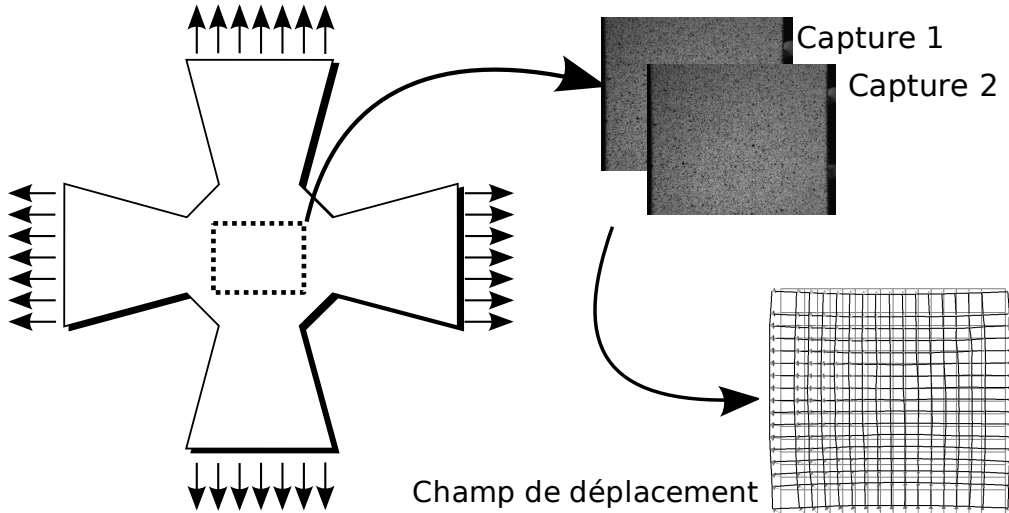


FIG. 1 – Première étape d'une procédure d'identification en deux temps. Les déplacements sont obtenus sur un maillage qui est par la suite utilisé pour la comparaison avec les simulations numériques.

La méthode FEMU, en se basant uniquement sur une séquence d'images, propose une démarche simple et pratique permettant d'identifier des propriétés des matériaux. On peut, par exemple, utiliser les champs de déplacement sur les bords non libres du maillage de l'éprouvette comme conditions aux limites pour les simulations numériques. Ces dernières sont relancées avec des jeux de paramètres progressivement modifiés, jusqu'à ce que les déplacements mesurés par CIN et ceux calculés par EF coïncident au mieux. Il est utile de rappeler que l'incertitude sur les déplacements obtenus à partir de la procédure de CIN varie spatialement du fait de la non uniformité de la texture. Les régions "peu contrastées" conduisent à une grande sensibilité au bruit dans l'image, et devraient de fait être affectées d'un poids moindre par rapport à celles "fortement contrastées". On peut prouver que le meilleur produit scalaire pour quantifier l'adéquation entre déplacements nodaux mesurés par CIN et calculés par EF est donné par

$$\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle_{\mathbf{M}} = \langle \mathbf{a}, \mathbf{M}\mathbf{b} \rangle \quad (8)$$

où  $\mathbf{M}$  est la matrice assemblée de la CIN (voir équation (6)). Cette dernière est symétrique et positive par construction.

Dans le cas d'énergies différentiables, on peut calculer les dérivées des vecteurs déplacements nodaux simulés,  $\mathbf{u}_s$ , par rapport aux différents paramètres à identifier,  $\mathbf{p}_i$ . Notons  $\mathbf{u}_d$  le vecteur des déplacements nodaux obtenu à partir de la CIN. La fonctionnelle

$$\mathcal{T}(p_i) = \|\mathbf{u}_s(p_i) - \mathbf{u}_d\|_{\mathbf{M}} \quad (9)$$

doit alors être minimisée par rapport aux paramètres matériau. Ceci est réalisé de façon itérative à travers différentes linéarisations

$$\mathbf{M} \left( \sum_i \frac{\partial \mathbf{u}_s}{\partial \mathbf{p}_i} (\mathbf{p}_i^{n+1} - \mathbf{p}_i^n) \mathbf{u}_s(p_i^n) - \mathbf{u}_d \right) = 0 \quad (10)$$

comme illustré sur la Figure 2.

La Figure 3 montre l'évolution des paramètres  $\mathbf{p}$ ,  $(\Delta \mathbf{p})^n$ . Dans ce cas, seul le coefficient de Poisson est recherché en utilisant les données présentées en Figure 2. Le taux de convergence,  $\log_{10}(\Delta p^{n+1}/\Delta p^n)$ , est approximativement de 1.3. Un seul minimum local est trouvé.

Il faut préciser que l'identification de propriétés non élastiques à l'aide d'une telle approche peut se révéler plus complexe. De sévères non-linéarités peuvent conduire à de multiples minima locaux et à une dégradation du taux de convergence. Pour une illustration, on pourra se référer à [13]. Dans tous les cas, cette procédure en deux temps mène à un compromis peu évident permettant de gérer l'impact du bruit présent dans l'image. Des maillages grossiers permettent de limiter l'effet de ce bruit, mais ne peuvent en aucun cas capter la cinématique

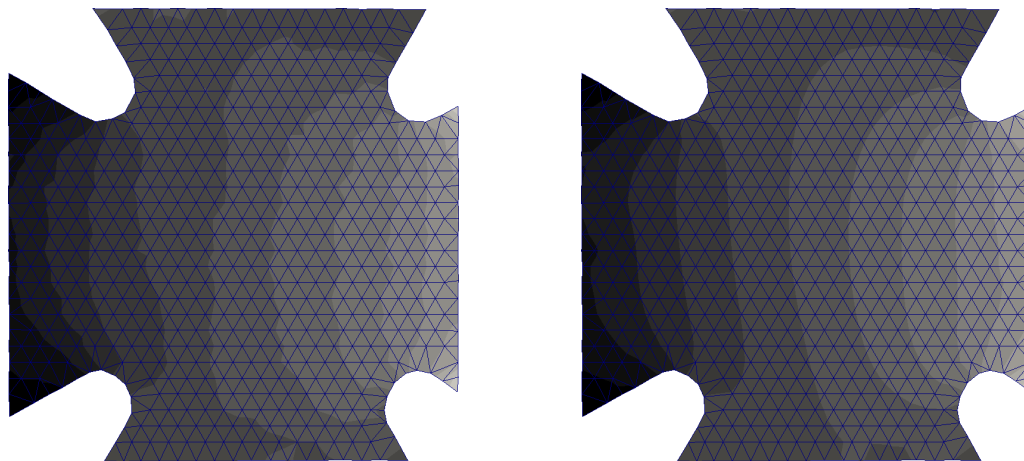


FIG. 2 – Exemple de champs mesurés (à gauche) et calculés (à droite). La distance, définie par l'équation (8), entre ces champs a été minimisée vis-à-vis des paramètres élastiques.

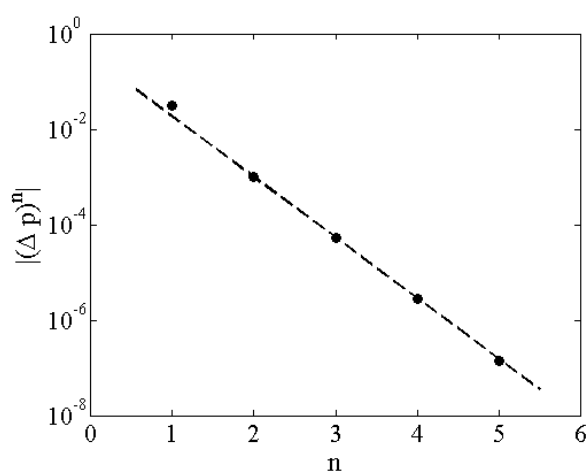


FIG. 3 – Diagramme semi-log de l'évolution des paramètres  $\Delta \mathbf{p}^n$  en fonction du nombre d'itérations,  $n$ . Les données sont représentées par ( $\bullet$ ), tandis que la ligne pointillée représente une régression basée sur une décroissance exponentielle (pour l'évaluation du coefficient de Poisson, en utilisant les données de la figure précédente).

réelle. Des maillages fins permettraient de mieux représenter la complexité du champ de déplacement, mais le niveau d'incertitude relatif aux déplacements mesurés devient préjudiciable à l'identification de paramètres. La Figure 4 illustre ce dernier point.

#### 4 Corrélation et identification couplées

Lorsque l'on utilise une approche classique en deux phases (corrélation pure puis analyse mécanique), la sensibilité au bruit devient dominante pour les petites tailles d'éléments. Malheureusement, de tels (petits) éléments sont nécessaires pour traiter des géométries "complexes", e.g. en présence de congés de raccordement (tels que ceux de la figure 2) ou de petits angles. De par le fait que l'utilisation de n'importe quelle discrétisation par éléments finis est permise, il serait en théorie possible de ne raffiner le maillage qu'autour des bords "complexes". Néanmoins, le problème de la sensibilité au bruit ne serait résolu que s'il ne restait plus de petits éléments.

L'approche présentée ici part de l'idée que les champs de déplacements ne sont qu'une donnée intermédiaire dans la recherche plus générale de propriétés du matériau. A la fin de l'identification, les champs de déplacements ne sont *a priori* pas utiles. Pour réaliser les simulations mécaniques, on a besoin *au moins* de conditions aux limites de type Dirichlet (déplacements) sur les bords non libres. De fait, il est possible de contracter le problème de telle sorte que les inconnues restantes soient simplement les déplacements sur les bords non libres qui ne nécessitent pas une représentation fine, et les propriétés du matériau. Pour l'essai présenté sur la figure 2, on peut utiliser un maillage tel que celui proposé sur la figure 5.

On utilise maintenant la souplesse offerte par l'approche de corrélation d'images numériques globale. Plutôt

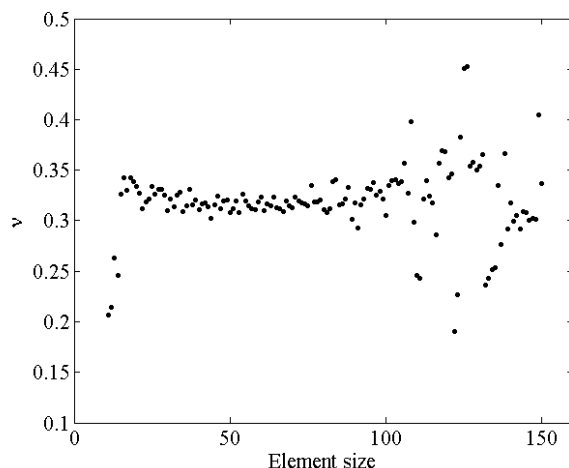


FIG. 4 – Coefficient de Poisson identifié en fonction de la taille des éléments dans le maillage. Les maillages grossiers ne permettent pas de représenter correctement la cinématique tandis que les maillages fins posent des problèmes de sensibilité au bruit. Entre ces deux limitations, l'estimation de  $\nu$  est très stable.

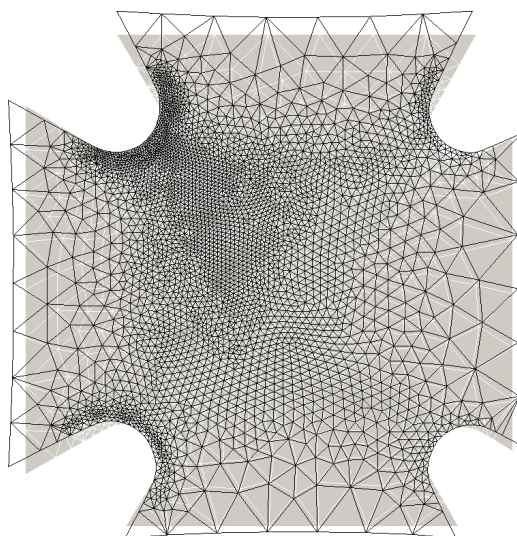


FIG. 5 – Exemple de maillage utilisé pour la procédure CIN-FEMU couplée. La taille des éléments est une fonction décroissante de  $\|\frac{\partial u_s}{\partial p_i}\|$ .

que d'adopter une "simple" décomposition du champ de déplacement au moyen de fonctions de forme des éléments finis (continuité des déplacements), on peut construire une base de décomposition *directement* à partir de la modélisation *mécanique* par éléments finis du problème. Dans ce cas, la base de champs de déplacement retenue respecte non seulement la continuité des déplacements, mais également l'équilibre et la loi de comportement. La figure 6 présente l'évolution du coefficient de Poisson,  $\nu$ , en fonction de la taille des éléments situés dans les zones très sensibles au paramètre recherché  $\mathbf{p}_i$ . Les bords non libres sont maillés suffisamment grossièrement afin de minimiser la sensibilité au bruit sur ces zones, où les hautes fréquences spatiales sont de moindre importance. La stabilité des estimations concernant  $\nu$  est à noter par rapport l'approche précédente. A l'intérieur de la gamme de taille d'élément explorée, on obtient  $\nu = 0.308 \pm 0.003$ .

## 5 Conclusion

Une procédure spécifique de corrélation d'images globale et intégrée (I-DIC) est proposée. Elle repose sur une approche par éléments finis. Ceci permet d'avoir recours à la même description que celle utilisée lors des simulations numériques. L'identification par recalage éléments finis (FEMU) d'un coefficient de Poisson basée sur des mesures de champ est présentée. La procédure utilisée recourt à un produit scalaire spécifique issu de la corrélation d'images numériques qui minimise la sensibilité au bruit de mesure.

De plus, la flexibilité de la représentation par éléments finis offre la possibilité de coupler CIN et FEMU de façon à augmenter la qualité et la robustesse de l'identification. Une simple application élastique est

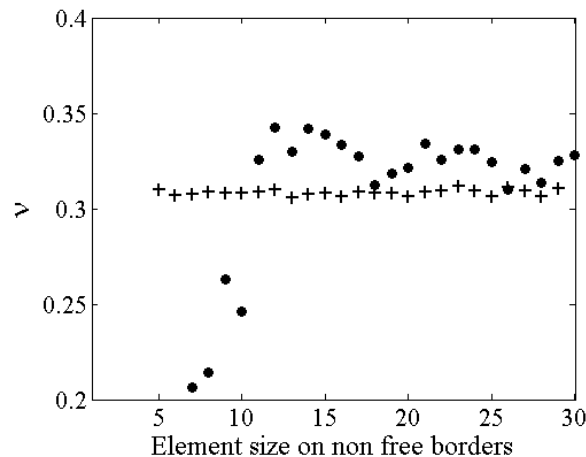


FIG. 6 – Coefficient de Poisson en fonction de la taille des éléments autour des bords libres (les éléments sur les bords non libres ont des tailles constantes), obtenu à partir de la procédure CIN-FEMU couplée (+). Les symboles • correspondent à la même quantité obtenue avec un maillage contenant des éléments de taille constante, et avec la procédure en deux étapes.

présentée afin d’illustrer la méthode et de comparer les résultats à la méthode en deux étapes. Toutefois, cette méthodologie est suffisamment générale pour englober dans le même formalisme les lois non-linéaires. Enfin, grâce au calcul sur GPU et à la génération automatique de code, l’implémentation actuelle permet un gain très important sur le temps de calcul.

## Remerciements

Ces travaux ont été réalisés dans le cadre du projet VULCOMP soutenu par l’Agence Nationale de la Recherche.

## Références

- [1] Springer, editor. *Photomechanics*, volume 77. P. K. Rastogi, Berlin (Germany), 2000.
- [2] M.A. Sutton, W.J. Wolters, W.H. Peters, W.F. Ranson, and S.R. McNeill. Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image and Vision Computing*, 1(3) :133 – 139, 1983.
- [3] S. Roux and F. Hild. Digital image mechanical identification (dim). *Exp. Mech.*, 48(4) :495–508, 2008.
- [4] S. Avril, M. Bonnet, A.-S. Bretelle, M. Grédiac, F. Hild, P. Ienny, F. Latourte, D. Lemosse, S. Pagano, E. Pagnacco, and F. Pierron. Overview of identification methods of mechanical parameters based on full-field measurements. *Exp. Mech.*, 48(4) :381–402, 2008.
- [5] K. T. Kavanagh and R. W. Clough. Finite element applications in the characterization of elastic solids. *Int. J. Solids Struct.*, 7 :11–23, 1971.
- [6] B. K. P. Horn and B. G. Schunck. Determining optical flow. *Artificial Intelligence*, 17 :185–203, 1981.
- [7] G. Besnard, F. Hild, and S. Roux. “finite-element” displacement fields analysis from digital images : Application to portevin-le chatelier bands. *Exp. Mech.*, 46 :789–803, 2006.
- [8] S. Roux, F. Hild, P. Viot, and D. Bernard. Three dimensional image correlation from x-ray computed tomography of solid foam. *Composites : Part A*, 39 :1253–1265, 2008.
- [9] N. Moës, J. Dolbow, and T. Belytschko. A finite element method for crack growth without remeshing. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 46(1) :133–150, 1999.
- [10] J. Réthoré, F. Hild, and S. Roux. Extended digital image correlation with crack shape optimization. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 73(2) :248–272, 2008.
- [11] J. Réthoré, J.-P. Tinnes, S. Roux, J.-Y. Buffière, and F. Hild. Extended three-dimensional digital image correlation (x3d-dic). *C. R. Mécanique*, 336 :643–649, 2008.
- [12] H. Leclerc. Plateforme metil : optimisations et facilités liées à la génération de code. In *Proc. 8<sup>e</sup> Colloque National en Calcul des Structures*, Giens (France), 2007.
- [13] S. Cooreman, D. Lecompte, H. Sol, J. Vantomme, and D. Debruyne. Elasto-plastic material parameter identification by inverse methods : Calculation of the sensitivity matrix. *Int. J. Solids Struct*, 44(13) :4329–4341, 2007.