



**HAL**  
open science

# Modélisation numérique du couplage hydro-mécanique en milieu fibreux déformable

Tariq Ouahbi, Abdelghani Saouab, Joël Breard, Chung-Hae Park

► **To cite this version:**

Tariq Ouahbi, Abdelghani Saouab, Joël Breard, Chung-Hae Park. Modélisation numérique du couplage hydro-mécanique en milieu fibreux déformable. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03391205

**HAL Id: hal-03391205**

**<https://hal.science/hal-03391205v1>**

Submitted on 21 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation numérique du couplage hydro-mécanique en milieu fibreux déformable.

T. OUAHBI<sup>a</sup>, A. SAOUAB<sup>a</sup>, J. BREARD<sup>a</sup> C. H. PARK<sup>a</sup>

*a.* Laboratoire d'Ondes et Milieux Complexes (LOMC), FRE 3102 CNRS-Université du Havre, 25 rue Philippe Lebon, BP 540, 76058, Le Havre, France.

## Résumé :

*La modélisation des procédés de mise en œuvre des matériaux composites par infusion, nécessite la prise en compte du couplage hydro-mécanique entre l'écoulement de la résine et la déformation de la préforme fibreuse. Dans ce travail nous allons présenter un modèle numérique pour le traitement du couplage hydro-mécanique en milieu fibreux déformable. Ce modèle est basé sur des équations de conservation moyennées obtenues par la méthode de prise de moyenne des équations de conservation (masse, quantité de mouvement). La relation de Terzaghi est introduite pour permettre d'explicitier le fort couplage hydro-mécanique entre écoulement du fluide et déformation du milieu fibreux. Un schéma numérique par différences finies couplé à un ~~à un~~ algorithme de résolution itératif est développé pour résoudre le couplage hydro-mécanique.*

## Abstract :

*The modelling of infusion process requires to taking into account the hydro-mechanical coupling between the resin flow and the fibrous preform deformation. In this work we present a numerical model for the treatment of hydro-mechanical coupling in fibrous deformable middle. This model based on averaged conservation equations obtained by the method of large-scale volume averaging of the conservation equations (mass, momentum). The Terzaghi relationship is introduced to make explicit the strong hydro-mechanical coupling between fluid flow and deformation of the fibrous media. A numerical scheme by finite-difference method coupled with an iterative resolution algorithm is developed to solve the hydro-mechanical coupling.*

**Mots clefs :** Modélisation numérique, couplage hydro-mécanique, milieu fibreux déformable

## 1 Introduction

Les procédés d'infusion, tels que le RFI 'Resin Film Infusion' (figure 1), ont été développés ces dernières années afin de réduire les coûts de production et de résoudre les problèmes de remplissage liés aux pièces de grandes dimensions. Le principe de ces techniques consiste d'une manière générale à infuser la résine, sous l'action d'une contrainte totale et du vide, à travers l'épaisseur de la préforme fibreuse plutôt que dans les deux sens planaires, comme c'est le cas en RTM 'Resin Transfer Molding'.

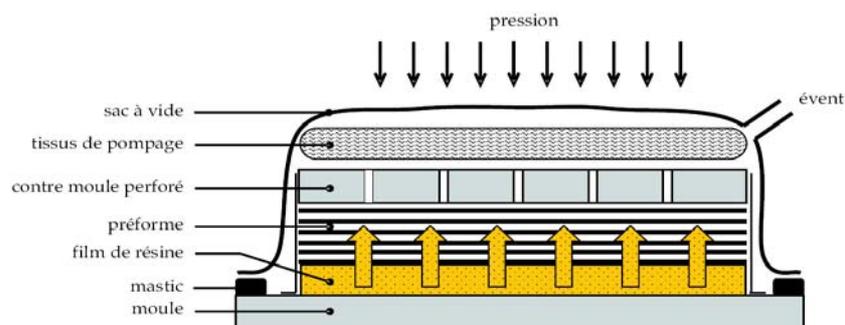


FIG. 1 – Schéma descriptif du procédé d'infusion RFI.

La maîtrise de ces techniques d'infusion, nécessite une meilleure compréhension de la physique de ces procédés. Dans ce cas, contrairement au procédé RTM, les étapes d'infiltration de la résine et de la compression du renfort se déroulent simultanément [1]. La modélisation proposée doit permettre la prise en compte du couplage hydro-mécanique entre ces deux phénomènes. La mise au point d'un modèle numérique basé sur la description de la physique du procédé et qui rend compte de ce couplage hydro-mécanique constituerait un bon outil pour mieux contrôler ces procédés.

Dans ce travail nous allons présenter un modèle numérique pour le traitement du couplage hydro-mécanique en milieu fibreux déformable.

## 2 Modélisation du couplage hydro-mécanique en milieu fibreux

Dans le cadre de la modélisation des écoulements en milieu poreux déformable, la notion d'échelle joue un rôle primordial. L'objectif du changement d'échelle est la dérivation d'équations représentatives à une échelle donnée où les coefficients de transport sont déterminés par la résolution d'un problème faisant intervenir des propriétés à l'échelle inférieure. D'une démarche de prise de moyenne des équations de transport locales sur un V.E.R. (Volume Élémentaire Représentatif) déformable résulte les équations de transport moyennées.

### 2.1 Equations de conservation dans un milieu fibreux déformable

#### 2.1.1 Conservation de la masse

On se place ici, dans le cadre d'un milieu avec deux phases solide et fluide. Nous pouvons donc considérer les équations de conservation de la masse au niveau macroscopique ci-dessous.

##### Conservation de la masse fluide

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \phi \frac{\partial V_i}{\partial t} \right) = 0 \quad (1)$$

##### Conservation de la masse solide

$$\frac{\partial (1-\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot \left( (1-\phi) \frac{\partial U_i}{\partial t} \right) = 0 \quad (2)$$

Où  $\phi$  représente la porosité du milieu,  $V_i$  le déplacement du fluide et  $U_i$  le déplacement du solide.

En introduisant les vitesses  $u_{si} = \frac{\partial U_i}{\partial t}$ ,  $q_{fi} = \frac{\partial V_i}{\partial t}$  et  $q_i = \phi \frac{\partial W_i}{\partial t}$ , l'équation de conservation de la masse totale peut être obtenue à partir d'une combinaison des deux équations (1) et (2) :

$$\nabla \cdot q_i = \frac{1}{V_f} \left( \frac{\partial V_f}{\partial t} + u_{si} \nabla V_f \right) \quad (3)$$

#### 2.1.2 Conservation de la quantité de mouvement

L'écoulement de fluide à travers le milieu poreux est gouverné par la loi de Darcy [2], qui établit que le débit de fluide par unité de surface est proportionnel au gradient de pression:

$$q_i = \frac{-K_{ij}}{\mu} \nabla P \quad (4)$$

Où  $K_{ij}$  décrit le tenseur de perméabilité,  $\mu$  la viscosité du fluide et  $P$  la pression du fluide.

La combinaison de la conservation de la masse et la conservation de la quantité de mouvement, conduit à l'équation gouvernante suivante :

$$\nabla \cdot \left( \frac{K_{ij}}{\mu} \nabla P \right) = - \frac{1}{V_f} \left( \frac{\partial V_f}{\partial t} + u_{si} \nabla V_f \right) \quad (5)$$

### 2.1.3 Relation d'équilibre

Le milieu poreux étant considéré comme un milieu continu composé d'une partie solide et d'une partie fluide. Le comportement mécanique équivalent dépend simplement de la contrainte effective  $\sigma'$ . La relation d'équilibre de tout le milieu est donnée par la loi de Terzaghi [3] :

$$\sigma_{tot} = \sigma' + P \quad (6)$$

## 2.2 Couplage hydro-mécanique en milieux fibreux déformable

On se place ici, dans le cadre d'un écoulement unidirectionnel, de direction  $z$ . Nous disposons selon la modélisation précédemment définie, de trois équations de base, l'équation de conservation de la masse globale (3), l'équation de conservation de la quantité de mouvement (4) et la relation de contrainte effective de Terzaghi (6). Afin de bien poser le problème dans le cadre de l'étude de ce couplage hydro-mécanique, nous allons introduire une relation entre la contrainte effective  $\sigma'$  et la déformation du milieu fibreux exprimée en fonction du taux volumique de fibres  $V_f$ . Cette relation, n'est autre que la loi décrivant le comportement du milieu fibreux en terme de compressibilité.

### 2.2.1 Compressibilité du milieu

La compressibilité du milieu est décrite par le modèle de Toll et Manson [4], qui lie cette compressibilité du milieu au taux volumique de fibres par une loi en puissance :

$$\sigma' = c V_f^d \quad (7)$$

Les deux paramètres  $c$  et  $d$  sont déterminés expérimentalement.

### 2.2.2 Conditions aux limites associées au couplage hydro-mécanique

Le problème de couplage que nous traitons est un problème de type imprégnation, où le milieu fibreux est sec au départ et s'imprègne de fluide au cours du temps (jusqu'à l'imprégnation complète du domaine). Ce milieu fibreux se déforme et s'imprègne par le fluide en même temps. Les conditions aux limites (figure 2) associées à ce couplage sont: en injection (pression ou débit imposés) et en déformation (contrainte ou déplacement imposés).

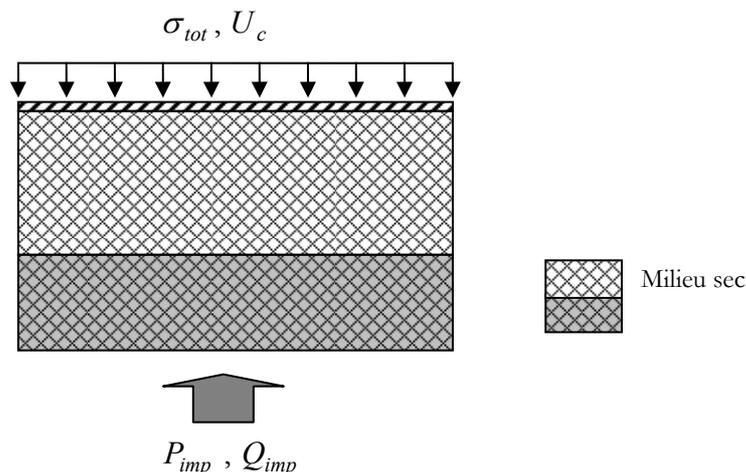


FIG. 2 – Conditions aux limites associées au problème du couplage hydro-mécanique

## 2.3 Résolution numérique des relations du couplage hydro-mécanique

La discrétisation de l'équation (5) est réalisée par des différences finies, ce qui conduit à :

$$\frac{1}{\Delta z^2} \left( -K_{i+1}^n P_{i+1}^n + (K_{i+1}^n + K_i^n) P_i^n - K_i^n P_{i-1}^n \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{Vf_i^n - Vf_i^{n-1}}{Vf_i^n} \quad (7)$$

où l'index  $i$  est relatif à la position en espace et l'indice  $n$  le temps. Cette approximation est basée sur

une discrétisation explicite de premier ordre en temps et une discrétisation centrée de second ordre en espace.

### 3 Résultats et sensibilité du modèle de couplage hydro-mécanique

#### 3.1 Résultats numériques

Nous considérons un milieu fibreux sec, de hauteur initiale égale à 5 cm et qui est soumis à une contrainte totale  $\sigma_{tot} = 5 \cdot 10^5 Pa$ . Nous nous intéressons à son imprégnation dans la direction de son épaisseur, par un fluide de viscosité  $\mu = 0.1 Pa.s$  et dont l'écoulement est contrôlé par une pression imposée de  $P_{imp} = 3 \cdot 10^5 Pa$  au seuil d'injection. Une information importante recherchée est la connaissance de l'évolution par rapport au temps de la hauteur du milieu fibreux et celle de la hauteur imprégnée.

##### 3.1.1 Hauteur du milieu et hauteur imprégnée en fonction du temps

La hauteur imprégnée augmente très rapidement dès le début de l'application de la pression imposée, puis continue son évolution en progressant d'une manière faible par la suite de l'imprégnation (figure 3). En ce qui concerne la hauteur du milieu fibreux, nous remarquons que cette hauteur subit une diminution très significative dès l'application de la contrainte totale, passage de 5 cm à 3 cm (comportement élastique du milieu fibreux sec), puis elle subit une très faible augmentation au moment de l'application de la pression imposée, ce phénomène peut s'expliquer par l'intermédiaire de la relaxation du milieu fibreux (loi de Terzaghi).

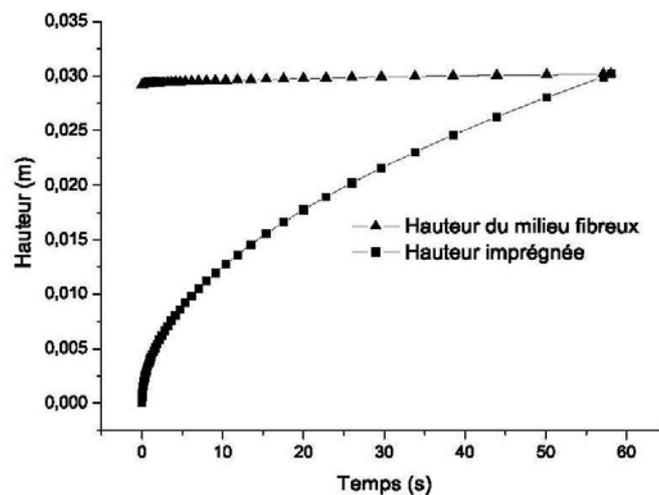


FIG. 3 – Évolution de la hauteur imprégnée et de la hauteur du milieu fibreux en fonction du temps.

##### 3.1.2 Temps d'imprégnation et hauteur finale

Nous proposons d'étudier l'effet de la variation de la pression imposée sur le temps d'imprégnation (durée totale nécessaire pour imprégner complètement le milieu fibreux) et aussi sur la hauteur finale obtenue.

La figure (4) présente les résultats de l'évolution du temps d'imprégnation du milieu fibreux par le fluide en fonction de la pression imposée. Ce temps diminue avec l'augmentation de la pression imposée. Sur la même figure nous avons présenté la variation du rapport hauteur finale ( $H_f^{fn}$ ) sur la hauteur initiale ( $H_f^0$ ) en fonction de la variation de la pression imposée. Nous constatons que la hauteur finale ( $H_f^{fn}$ ) obtenue est une fonction croissante de la pression imposée.

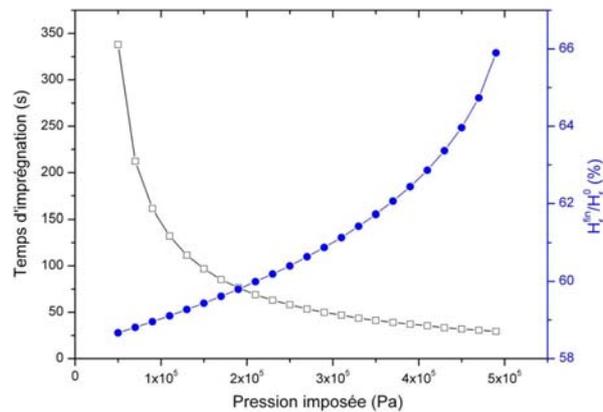


FIG. 4 – Évolution du temps d'imprégnation et du rapport ( $H_f^{fin} / H_f^0$ ) en fonction de la pression imposée.

### 3.2 Sensibilité du modèle du couplage hydro-mécanique

La sensibilité du modèle sera étudiée en faisant varier un seul paramètre à la fois. Dans le cadre de cette étude, nous nous sommes intéressés à l'étude de la sensibilité du modèle du couplage par rapport à la variation des grandeurs suivantes :

- Compressibilité du milieu fibreux (paramètres  $c$  et  $d$ ).
- Viscosité du fluide ( $\mu$ ).

#### 3.2.1 Variation de la viscosité du fluide

L'évolution de la hauteur finale du milieu fibreux en fonction de la viscosité du fluide est présentée sur la figure (5). Nous remarquons que le rapport entre la hauteur initiale et finale du milieu fibreux, demeure invariant. La variation de la viscosité du fluide n'induit aucune influence sur la valeur de la hauteur finale du milieu fibreux. Sur la figure (5), nous représentons également, la variation du temps d'imprégnation du milieu fibreux par le fluide en fonction de la viscosité de ce dernier. Nous constatons une forte augmentation de ce temps avec l'accroissement de la viscosité du fluide.

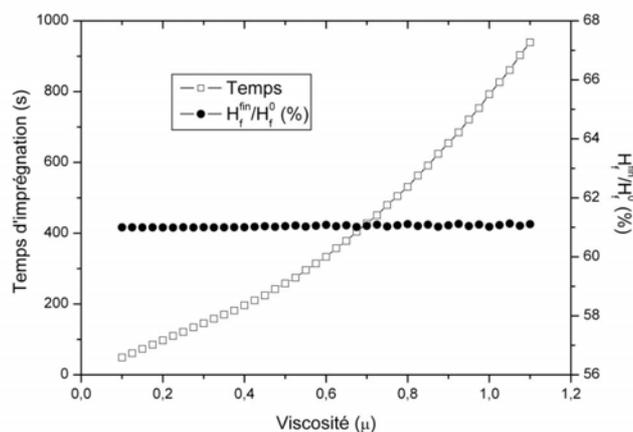


FIG. 5 – Évolution du temps d'imprégnation et de la hauteur finale du milieu en fonction de la viscosité.

#### 3.2.2 Sensibilité du modèle par rapport à la compressibilité

La sensibilité du modèle du couplage hydromécanique par rapport à la compressibilité du milieu fibreux est traitée en étudiant séparément l'influence des deux paramètres de la loi de comportement en terme de compressibilité  $c$  et  $d$  (loi de type puissance  $\sigma' = c V_f^d$ ).

##### Variation du paramètre $c$

En faisant varier le paramètre  $c$  entre  $10^8 Pa$  et  $4 \cdot 10^8 Pa$  (figure 6), le temps d'imprégnation du milieu fibreux demeure quasiment constant autour de la valeur 49 s. Par contre sur le même intervalle de variation du paramètre  $c$ , nous constatons que le rapport de la hauteur finale sur la hauteur initiale du milieu fibreux,

présente un profil croissant qui varie de 56% à 66%.

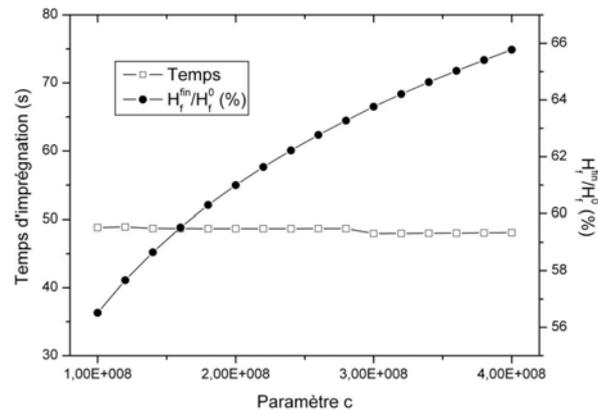


FIG. 6 – Évolution du temps d'imprégnation et de la hauteur finale du milieu en fonction de c.

### Variation du paramètre $d$

En faisant varier maintenant le paramètre  $d$  entre 8 et 11 (figure 7), nous constatons que le rapport de la hauteur finale sur la hauteur initiale du milieu fibreux diminue continuellement de 66% à 54%. Par contre nous constatons que le temps d'imprégnation du milieu reste quasiment constant pendant la variation du paramètre  $d$ .

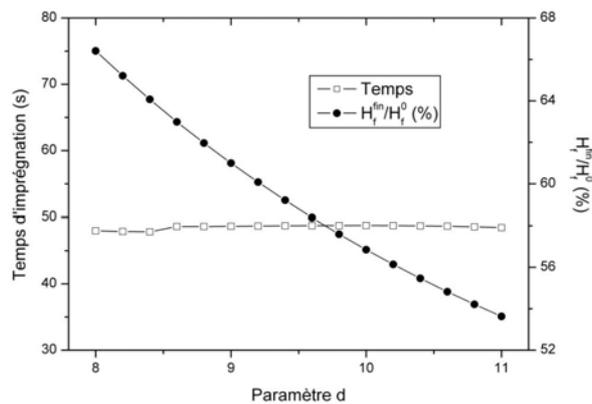


FIG. 7 – Évolution du temps d'imprégnation et de la hauteur finale du milieu en fonction de d.

## 4 Conclusion

Nous avons proposé un modèle numérique pour le traitement du couplage hydro-mécanique, en milieu fibreux déformable. Des résultats relatifs à l'évolution du temps d'imprégnation et de la hauteur du milieu fibreux ont été présentés. Une analyse de la sensibilité du modèle du couplage hydro-mécanique par rapport aux principales grandeurs intervenant dans celui-ci a été menée. Cette analyse, nous a permis d'identifier l'influence de la compressibilité et de la viscosité sur l'évolution de la hauteur finale du milieu fibreux et sur le temps d'imprégnation du milieu.

## References

- [1] Ouahbi T., Saouab A., Breard J., Ouagne P. and Chatel S. Modelling of Hydro-Mechanical Coupling in Infusion Processes. Composites Part A, Applied Science and Manufacturing. Volume: 38, Issue 7, July 2007, pp.:646-1654.
- [2] Darcy H. "Les fontaines publiques de la ville de Dijon" Dalmont, Paris, 1856.
- [3] Terzaghi, K. V. Stress conditions for the failure of saturated concrete and rock. volume 45, 1945. Pages 777-801.
- [4] Toll S., Manson J. A. E. An analysis of the compressibility of fiber assemblies. In: Proceeding of the sixth International Conference on Fiber-Reinforced Composites, Institute of Materials, Newcastle upon Tyne, UK, 1994, p. 25/1-25/10.