



HAL
open science

Transport et mélange dans les écoulements turbulents confinés

Benjamin Kadoch, Dmitry Kolomensky, Wouter J.T. Bos, Kai Schneider,
Philippe Angot

► **To cite this version:**

Benjamin Kadoch, Dmitry Kolomensky, Wouter J.T. Bos, Kai Schneider, Philippe Angot. Transport et mélange dans les écoulements turbulents confinés. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03390985

HAL Id: hal-03390985

<https://hal.science/hal-03390985>

Submitted on 21 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Transport et mélange dans les écoulements turbulents confinés.

B. KADOCH¹, D. KOLOMENSKY¹, W.J.T. BOS², K. SCHNEIDER¹ & P. ANGOT³

¹ M2P2-UMR 6181 CNRS CMI, Aix-Marseille Université, Marseille, France

² LMFA-UMR 5509 CNRS, ECL-Université Claude Bernard Lyon 1-INSA de Lyon, Ecully, France

³ LATP-UMR 6632 CNRS CMI, Aix-Marseille Université, Marseille, France

Résumé :

L'influence de paroi sur le transport et le mélange d'un scalaire passif dans un écoulement turbulent bidimensionnelle en déclin est étudiée. Il a été mis en évidence précédemment que les parois ont une forte influence sur les statistiques lagrangiennes. Un domaine bipériodique et un domaine circulaire avec des conditions aux limites de non glissement pour la vitesse et de flux nul pour le scalaire, sont considérés. Des simulations numériques directes sont utilisées dans ce sens. Une méthode de pénalisation implémentée dans un code pseudo-spectral permet de prendre en compte les conditions aux limites. Cette étude montre que le mélange du scalaire est plus important dans la géométrie confinée du à la production du gradient du scalaire que dans la géométrie bipériodique.

Abstract :

We study the influence of solid boundaries on the scalar transport and mixing in two-dimensional decaying turbulence. It was shown previously that walls have a strong influence on the Lagrangian statistics. Two distinct geometries are considered : a biperiodic and a circular domain with no-slip boundary conditions for velocity and no-flux for the scalar. Direct numerical simulations are performed. A penalization method is used in a pseudo-spectral code to take into account the boundary conditions. Our study shows that mixing is more pronounced in the confined case due to the stronger production of scalar gradient than in the periodic case.

Mots clefs : Mélange, scalaire passif, turbulence, confinement

1 Introduction

Le transport et le mélange dans des domaines confinés est un problème important qui a des multiples applications industriels, comme les réacteurs chimiques. Il a été étudié à de nombreuses reprises pour une turbulence homogène isotrope [1, 2]. De plus, beaucoup de problèmes, comme le mélange de polluants dans l'atmosphère, peuvent être considérés en première approximation comme des écoulements bidimensionnels. Dans notre étude, on s'intéresse à l'influence de parois sur le transport et le mélange dans une turbulence bidimensionnelle en déclin. Dans [3], l'influence de paroi non glissante sur les statistiques lagrangiennes a été étudiée dans une géométrie circulaire. Il a été mis en évidence que la création de tourbillons à la paroi et le décollement de ces derniers, ont une forte influence sur les statistiques de l'accélération lagrangienne. On se demande ici si la présence de paroi a un effet sur le transport et le mélange d'un scalaire passif. Les méthodes de pénalisation [4] permettent d'ajouter des géométries complexes dans des schémas numériques en géométrie cartésienne. L'étude sera donc réalisée en utilisant une méthode de pénalisation afin de prendre en compte les différentes géométries et conditions aux limites aux bords dans un code Fourier pseudospectral.

L'organisation du manuscrit est la suivante :

Dans un premier temps, le modèle physique et la méthode numérique seront expliqués. Les paramètres physiques et les conditions initiales utilisées, qui caractériseront les écoulements, seront ensuite décrits. Enfin les résultats sur la partie eulérienne de l'écoulement, sur le mélange du scalaire passif et sur le transport lagrangien seront discutés. Finalement une conclusion et quelques perspectives seront exposées.

2 Modèle physique et méthode numérique

Dans cette partie, les équations utilisées, ainsi que le modèle physique pour assurer les conditions limites aux bords de paroi, sont décrites. Afin de mettre en évidence l'effet des parois, deux géométries différentes sont considérées : un domaine carré de longueur 2π avec des conditions aux limites périodiques et un domaine circulaire de rayon R avec des conditions aux limites de non glissement pour la vitesse et de flux nul pour le scalaire passif. Ce domaine circulaire est immergé dans le domaine périodique. Les équations de Navier-Stokes incompressible écrites sous sa forme adimensionnée dans sa formulation vorticité-vitesse, sont :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \omega - \nu \nabla^2 \omega = -\frac{1}{\eta_u} \nabla \times (\chi \cdot \vec{u}) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0, \quad (2)$$

où $\vec{u} = (u_1, u_2)$ est la vitesse, $\omega = \nabla \times \vec{u}$ la vorticité et ν la viscosité cinématique. Le terme de droite dans (1) correspond au terme de pénalisation, qui permet d'imposer des conditions aux limites de non glissement [4, 5], et qui n'est pas présent dans le cas périodique. La fonction masque χ vaut 1 à l'extérieur du domaine fluide et vaut 0 dans l'écoulement où les équations de Navier-Stokes sont rétablies. La perméabilité η_u est choisie suffisamment petite pour un ν donnée [5] afin d'assurer la convergence de la méthode de pénalisation en volume. L'idée physique de la pénalisation est de considérer le milieu solide comme un milieu poreux et de faire tendre sa porosité vers zéro, ainsi la vitesse est nulle à la paroi.

Pour étudier le mélange, l'équation d'advection-diffusion pénalisée d'un scalaire passif est considérée :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + ((1 - \chi)\vec{u}) \cdot \nabla \theta = \nabla \cdot ([\kappa(1 - \chi) + \eta_\theta \chi] \nabla \theta), \quad (3)$$

où θ est le scalaire passif qui peut être par exemple la concentration ou la température, κ est la diffusivité du scalaire, et η_θ est le paramètre de pénalisation. Le terme de droite dans (3) correspond au terme de diffusion pénalisé, qui est responsable des conditions aux limites de flux nul à la paroi [6]. Dans le cas périodique le terme de droite se ramène à $\kappa \nabla^2 \theta$. La pénalisation est différente par rapport au premier cas. Pour assurer une condition de flux nul à la paroi, on considère une diffusivité faible dans la partie solide.

Le schéma numérique utilisé est basé sur une méthode pseudospectrale classique avec une résolution de $N = 512^2$ et une intégration en temps semi-implicite avec $\Delta t = 10^{-4}$ [5]. Les paramètres de pénalisation sont égales à $\eta_u = 10^{-4}$ et $\eta_\theta = 10^{-7}$ dans les équations (1) et (3) respectivement.

3 Paramètres physiques et conditions initiales

Deux simulations différentes ont été performées, une pour un domaine carré de longueur 2π et une pour un domaine confiné qui est un disque centrée dans le domaine carré de rayon $R = 2.8$. La viscosité cinématique est égale à 10^{-4} .

Dans les deux cas, la condition initiale est un champ aléatoire gaussien corrélé avec une enstrophie initiale $Z = 1/2 \langle \omega^2 \rangle = 55.8$, où $\langle \cdot \rangle$ est la moyenne spatiale. Le temps de retournement d'un tourbillon est $T_e = 1/\sqrt{2Z} = 0.096$ et la microéchelle de Taylor est $\lambda = \sqrt{E/Z} = 0.095$, où $E = 1/2 \langle u^2 \rangle$ est l'énergie cinétique initiale. Le nombre de Reynolds $Re = S\sqrt{E}/\nu$ est autour de 45000 et de 40000 pour le domaine périodique et le domaine circulaire, respectivement. S est une longueur caractéristique du domaine fluide : $S = 2\pi$ dans le cas périodique et $S = 2R$ dans le cas circulaire.

La condition initiale pour le scalaire passif est une tâche centrée dans le domaine avec un profil gaussien. Son rayon caractéristique est de un dans le cas périodique. Le rapport entre la surface fluide et la tâche est constante pour les deux géométries et vaut $1/(4\pi)$. Le nombre de Schmidt $Sc = \nu/\kappa$ est égal à l'unité, où $\nu = \kappa = 10^{-4}$.

4 Résultats

4.1 Statistiques Eulériennes

La figure 1 montre l'évolution de l'énergie et de l'enstrophie. L'énergie décline très faiblement et très lentement pour les deux cas. Par contre, pour des temps longs, l'énergie décline plus vite dans le cas du cercle. Les différentes valeurs absolues d'énergie à $t = 0$ entre le cas périodique et confiné, sont dues au fait que tout le domaine de calcul est pris en compte. Au départ, l'enstrophie des cas périodiques et circulaires déclinent de la même façon, les deux courbes se superposant, puis on voit apparaître les effets des parois sur l'écoulement avec une enstrophie plus forte dans le cercle. Ceci explique le déclin plus rapide de l'énergie dans le cercle, en effet son taux de décroissance $d_t E$ est égal à la dissipation $-2\nu Z$. De plus, le déclin de l'enstrophie dans le domaine périodique se fait de manière monotone tandis que pour le domaine circulaire l'enstrophie décline en présentant des oscillations dues à la production de la vorticité et des gradients de vorticité à la paroi. En effet, les conditions aux limites de non glissement à la paroi créent une couche limite turbulente qui se déstabilise. Ensuite la couche limite se détache et s'enroule, injectant ainsi des structures cohérentes. Les champs de vorticité présentés dans la figure 2 illustre ce phénomène. Le terme de pénalisation dans l'équation (1) peut être vu comme un terme de production à la paroi. Le lecteur pourra trouver dans [7] une étude eulérienne plus complète pour un écoulement similaire.

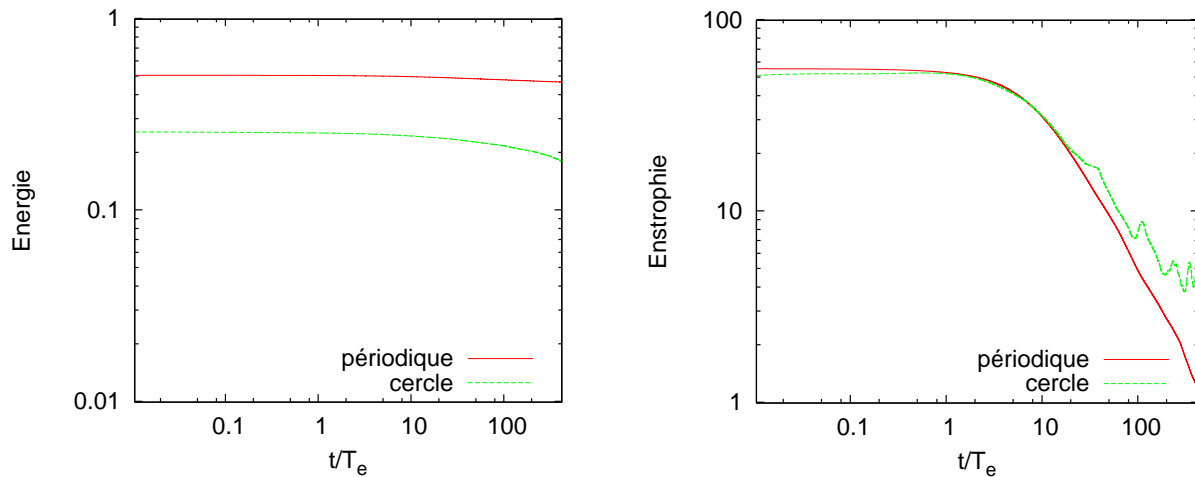


FIGURE 1 – Evolution de l'énergie (gauche) et de l'ensrophie (droite) en fonction du temps pour les géométries périodiques et circulaires.

4.2 Scalaire passif

Fig. 2 montre également des visualisations du champ scalaire θ à $t = 104T_e$ pour les deux géométries. Le scalaire est advecté par les structures cohérentes présentes dans l'écoulement et a tendance à glisser au niveau de la paroi. Cependant, au centre de l'écoulement, le comportement dans le cercle est similaire au cas périodique avec un scalaire qui est étiré et replié. Le scalaire subit également de la diffusion.

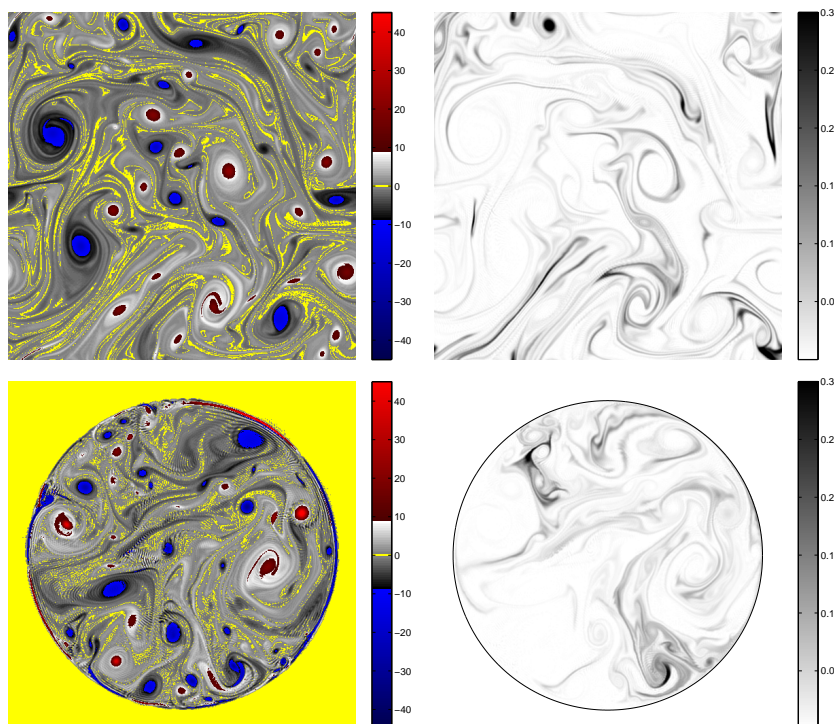


FIGURE 2 – Champ de vorticité (gauche) et champ scalaire (droite) à $t = 104T_e$ pour la géométrie périodique (haut) et pour la géométrie circulaire (bas). La ligne en trait plein représente la limite du domaine circulaire.

Dans Fig. 3 (gauche) l'évolution en temps de la variance du scalaire définie par $\sigma^2(t) = \langle (\theta(t) - \langle \theta(t) \rangle)^2 \rangle$, montre que le mélange du scalaire est plus important dans le cas circulaire. En effet la variance décline plus vite à partir de $t \sim 10T_e$, ce qui correspond au temps où les parois commencent à agir sur la tâche. Néanmoins, l'évolution en temps de la dissipation du scalaire, Fig. 3 (droite), définie par $\Lambda(t) = \langle |\nabla \theta(t)|^2 \rangle$, est proche pour les deux cas au début de l'écoulement mais est légèrement plus faible dans le cas du cercle après $t = 211T_e$.

Cette dernière quantité donne une indication sur le taux de décroissance de la courbe d'évolution de la variance du scalaire.

On peut noter que dans un régime chaotique caractérisé par un nombre de Reynolds petit [8], cet effet est différent, le mélange est plus faible en présence de parois. Ceci est expliqué par le fait que dans des écoulements turbulents la vorticité joue un rôle primordial dans le mélange de scalaire et que la production de vorticité est augmentée par la présence de paroi.

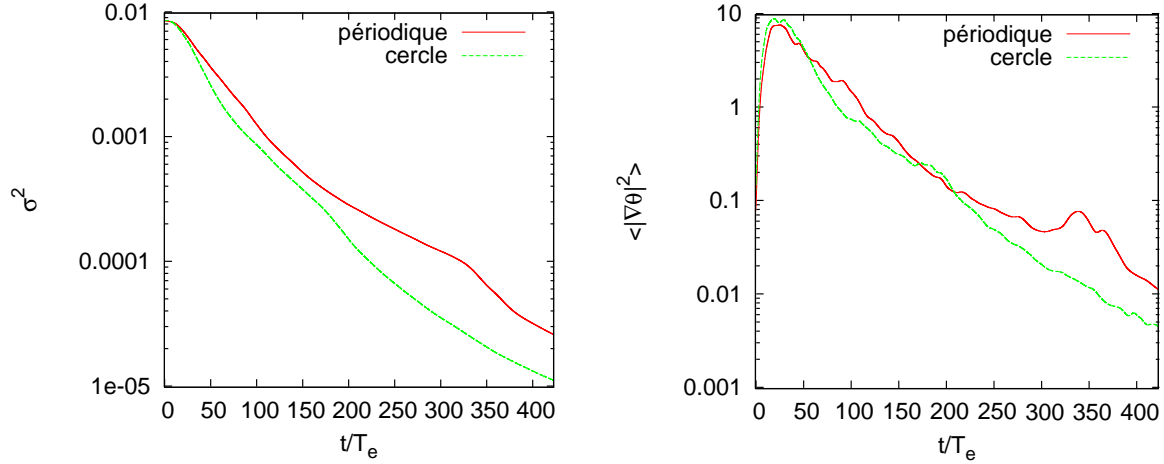


FIGURE 3 – Evolution de la variance du scalaire σ^2 (gauche) et de la dissipation du scalaire Λ (droite) pour la géométrie périodique et pour la géométrie circulaire.

La production du gradient du scalaire Γ est tracée dans Fig. 4 et est définie par $\Gamma(t) = \int \gamma(\vec{x}, t) d\vec{x}$, où la production locale du gradient du scalaire $\gamma = 1/2|\nabla\theta|s \cos 2\alpha$ est proportionnelle à l'angle α que fait le gradient du scalaire et le vecteur propre du tenseur de contrainte $s = \sqrt{s_1^2 + s_2^2}$ avec $s_1 = \partial_x u_1 - \partial_y u_2$ et $s_2 = \partial_x u_2 + \partial_y u_1$ [9, 10]. La production du gradient du scalaire permet de quantifier principalement l'étirement et le repliement de l'interface des zones non mélangées. La production est au début beaucoup plus importante dans le cercle, puis à partir de $t \sim 300T_e$ la production dans les deux cas est très similaire.

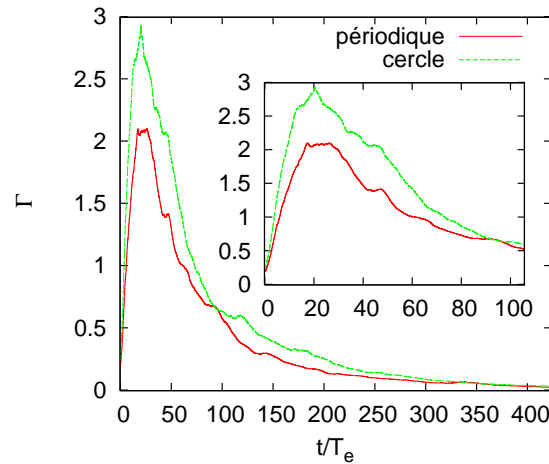


FIGURE 4 – Evolution de la production du gradient du scalaire pour les cas périodiques et circulaires. Inset : production du gradient du scalaire pour $t/T_e \in [0, 100]$.

4.3 Statistiques Lagrangiennes

Le point de vue lagrangien utilisée ici nous permet de regarder l'influence des parois sur le transport. En effet il n'y pas de phénomène de diffusion dans l'équation de particules passives : $\vec{u}_L(t) = d\vec{x}/dt = \vec{u}[\vec{x}(t), t]$ ce qui correspond à un nombre de Schmidt infini. Les quantités lagrangiennes sont obtenues en interpo-

lant les quantités eulériennes et sont intégrées en temps en utilisant un schéma de Runge-Kutta du second ordre. L'accélération lagrangienne est définie par la somme du gradient de pression et du terme diffusif $\vec{a}_L = -\nabla p + \nu \nabla^2 \vec{u}$. Les quantités lagrangiennes sont ensuite obtenues en moyennant l'ensemble sur 10000 particules, réparties uniformément au départ sur la tâche de scalaire, pour l'intervalle de temps $[0, 190T_e]$. Comme la turbulence est en déclin, on divise les quantités lagrangiennes $L(t)$ par leur écart type instantané $\sigma_L(t)$ calculée à chaque pas de temps sur l'ensemble des particules [3]. Toutes les statistiques lagrangiennes sont ainsi rendues stationnaires. Afin de ne pas alourdir la notation, les quantités $L(t)/\sigma_L(t)$ seront notées $L(t)$.

Trois trajectoires types sont montrées dans Fig. 5. Diverses comportements sont observés : les particules peuvent avoir des trajectoires rectilignes ou en spirales, ou suivre la paroi avant d'être réinjectées avec une forte accélération lagrangienne dans le centre du domaine.

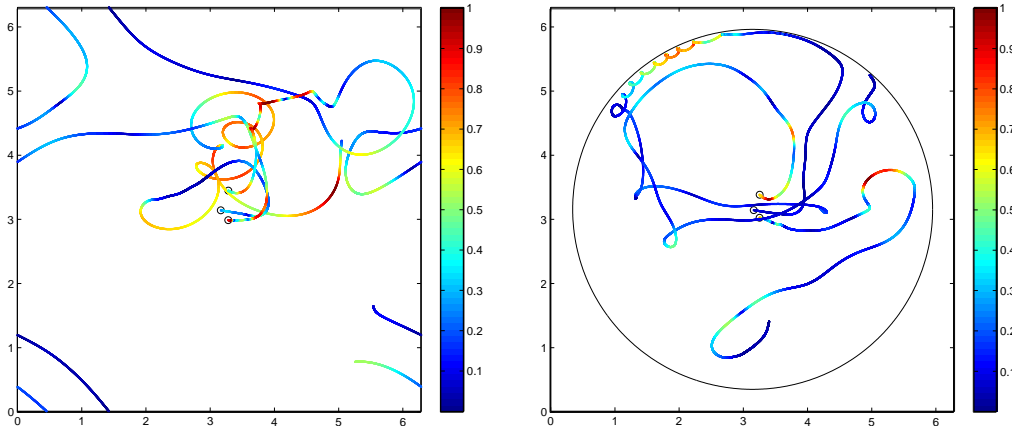


FIGURE 5 – Trois trajectoires dans la géométrie périodique (gauche) et circulaire (droite). Les cercles indiquent la position initiale des particules. Chaque trajectoire est coloriée avec le module de son accélération lagrangienne, normalisé par sa valeur maximum : $|\vec{a}_L(t)|/max(|\vec{a}_L|)$ où de haut en bas par rapport à sa position initiale pour le cas périodique $max(|\vec{a}_L|) = 4.6, 4.3, 1.8$ et pour le cas circulaire $max(|\vec{a}_L|) = 4.98, 15.33, 2.78$.

Les PDFs (PDF : densité de probabilité) de la vitesse lagrangienne, Fig. 6 (gauche), sont similaires pour les cas périodiques et circulaires avec un comportement quasi-gaussien. Un petit pic apparaît dans le cas avec paroi. Cette plus forte probabilité d'obtenir des vitesses nulles est due à la condition de non glissement à la paroi.

La figure 6 (droite) montre les PDFs de l'accélération lagrangienne. Les comportements sont similaires par rapport à [3]. En effet, le cas circulaire montre des événements extrêmes par rapport au cas périodique, par la présence d'ailes lourdes. Ces dernières sont causées par la capture de particules dans des tourbillons générés par la paroi Fig. 5. Ces résultats sont similaires à ceux obtenus dans [3] où la répartition initiale des particules se fait dans tout le domaine fluide, cette répartition initiale ne joue donc pas un grand rôle dans le transport.

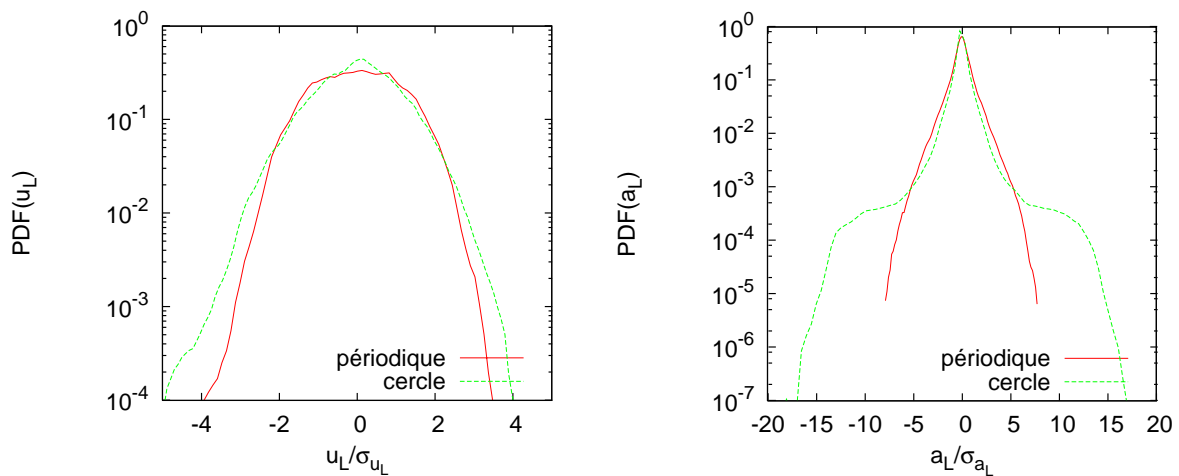


FIGURE 6 – Gauche : PDFs de la vitesse lagrangienne u_L/σ_{u_L} où $\sigma_{u_L} = \langle u_L^2 \rangle_{xt}$ ($\langle \cdot \rangle_{xt}$ est la moyenne d'ensemble). Droite : PDFs de l'accélération lagrangienne a_L/σ_{a_L} où $\sigma_{a_L} = \langle a_L^2 \rangle_{xt}$.

5 Conclusion

En conclusion, deux simulations numériques directes d'un écoulement turbulent en déclin, incompressible et bidimensionnelle ont été étudiées pour deux géométries distinctes : un domaine carré et un domaine circulaire. Pour ce dernier, la méthode de pénalisation permet d'imposer des conditions aux limites de non glissement pour la vitesse et de flux nul pour le scalaire à la paroi, dans un code Fourier pseudospectral. Le mélange d'un scalaire passif et le transport lagrangien des particules ont été examinés et quantifiés.

Cette étude nous a permis de montrer qu'il existe une nette influence des parois sur le transport et le mélange. En effet l'advection joue un grand rôle dans le transport et le mélange ce qui est visible surtout pour l'accélération lagrangienne. Toutefois, les statistiques d'ordre deux liées au scalaire passif sont moins sensibles à la présence de paroi, mais le mélange reste plus rapide dans le cercle.

Un travail sur le transport et le mélange dans un mixeur modélisé par un domaine confiné circulaire avec des pales en rotation, est en cours. En effet, la pénalisation permet de prendre en compte des obstacles mobiles avec les mêmes conditions aux limites que l'étude présentée ici. La Fig. 7 montre des champs de scalaire passif dans un mixeur pour un régime laminaire avec un nombre de Schmidt de un. Les pales du mixeur forment une croix composée de deux rectangles et tournent dans le sens horaire. La condition initiale pour le scalaire est une tâche. Cet exemple montre que les techniques de pénalisation permettent d'étudier le mélange dans des configurations complexes et ont de multiples applications en génie des procédés.

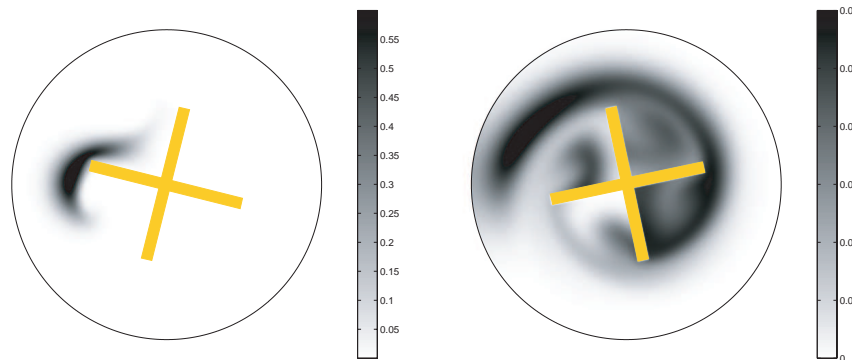


FIGURE 7 – Champ scalaire à $t = 1$ (gauche) et à $t = 10$ (droite) pour un mixeur. La ligne en trait plein représente la limite du domaine circulaire.

Références

- [1] Ottino J. The kinematics of mixing : Stretching, chaos, and transport. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1989.
- [2] Yeung P., Xu S., Donzis D., and Sreenivasan K. Simulations of three-dimensional turbulent mixing for Schmidt numbers of the order 1000. *Flow, Turb. & Combust.*, 72, 333–347, 2004.
- [3] Kadoch B., Bos W. J. T., and Schneider K. Extreme Lagrangian acceleration in confined turbulent flow. *Phys. Rev. Lett.*, 100, 184503, 2008.
- [4] Angot P., Bruneau C., and Fabrie P. A penalisation method to take into account obstacles in viscous flows. *Numer. Math.*, 81, 497, 1999.
- [5] Schneider K. Numerical simulation of the transient flow behaviour in chemical reactors using a penalisation method. *Comput. Fluids*, 34, 1223–1238, 2005.
- [6] Ramière I., Angot P., and Belliard M. A fictitious domain approach with spread interface for elliptic problems with general boundary conditions. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 196, 766–781, 2007.
- [7] Schneider K. and Farge M. Decaying two-dimensional turbulence in a circular container. *Phys. Rev. Lett.*, 95, 244502, 2005.
- [8] Gouillard E., Kuncio N., Dauchot O., Dubrulle B., Roux S., and Thiffeault J.-L. Walls inhibit chaotic mixing. *Phys. Rev. Lett.*, 99, 114501, 2007.
- [9] Protas B., Babiano A., and Kevlahan N. On geometrical alignment properties of two-dimensional forced turbulence. *Physica D*, 128, 169–79, 1999.
- [10] Beta C., Schneider K., Farge M., and Bockhorn H. Numerical study of mixing of passive and reactive scalars in two-dimensional turbulent flows using orthogonal wavelet filtering. *Chem. Eng. Science*, 58, 1463–1477, 2003.