



**HAL**  
open science

# Modélisation de l'interaction houle-plaque horizontale immergée par la méthode SPH

Jean-Marc Cherfils, Louis Blonce, Grégory Pinon, Elie Rivoalen

► **To cite this version:**

Jean-Marc Cherfils, Louis Blonce, Grégory Pinon, Elie Rivoalen. Modélisation de l'interaction houle-plaque horizontale immergée par la méthode SPH. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03390968

**HAL Id: hal-03390968**

**<https://hal.science/hal-03390968>**

Submitted on 21 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation de l'interaction houle-plaque horizontale immergée par la méthode SPH

J.-M. CHERFILS<sup>a</sup>, L. BLONCE<sup>a</sup>, G. PINON<sup>a</sup>, E. RIVOALEN<sup>a</sup>

*a. Laboratoire Ondes et Milieux Complexes, 53 rue de Prony, 76058 LE HAVRE*

## Résumé :

*Nous présenterons une étude numérique par la méthode Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), de l'amortissement d'une houle régulière par une plaque horizontale immergée en canal ouvert. L'interaction non-linéaire entre une onde de gravité, la plaque et la surface libre conduit à un transfert d'une partie de l'énergie de la houle incidente vers ses harmoniques, ainsi qu'à la création périodique de tourbillons aux extrémités. Les résultats seront comparés aux expériences.*

## Abstract :

*This paper deals with a study of regular water waves damping by an horizontal immersed plate in an open wave tank, by means of the Smoothed Particle Hydrodynamics method. The non-linear interaction between gravity waves, the plate and the free surface leads to a transfer of energy from incident waves to their harmonics. Some vortices are also periodically emitted from the edge of the plate. Our results will be compared to experimental data.*

**Mots clefs :** Méthode particulaire, Propagation de houle, Interactions fluide-structure, Smoothed Particle Hydrodynamics

## 1 Introduction

La méthode SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) a initialement été développée pour la simulation de systèmes gravitaires en astrophysique ([1] et [2]). Par sa nature lagrangienne et sans maillage, SPH est particulièrement adaptée aux simulations en domaine ouvert et a connu un vif succès dans ce type d'applications. L'état du système est représenté par un ensemble de particules possédant leurs propres propriétés physiques et se déplaçant selon un système d'équations de conservation établi. On obtient alors une approximation numérique de la solution de ce système. Une extension de la méthode à l'hydrodynamique a été proposée par Monaghan [3]. Elle a ensuite été appliquée à un grand nombre de problèmes différents, dominés par des phénomènes non-linéaires et de grandes déformations du milieu, où l'absence de maillage devient intéressante : les écoulements diphasiques, les écoulements de fluides visqueux, les écoulements en milieux poreux, les simulations d'impacts ou d'explosions.

Nous proposons ici une application de la méthode à l'étude de l'interaction fluide-structure générée par la propagation d'une onde de gravité dans un canal ouvert contenant une plaque horizontale immergée. Ce type de structure peut être employée pour l'amortissement de la houle, près de côtes. La nécessité de prendre en compte d'importantes déformations de la surface libre, des problèmes d'impacts et la possibilité de traiter simplement différentes phases fluides (air, eau, fond sédimentaire) (Fig. 1) ont justifié le choix de cette méthode. Dans une première partie, nous allons poser les concepts fondamentaux de la méthode SPH et la mise en forme des équations à résoudre. Ensuite nous allons étudier quelques problèmes types que nous serons amenés à rencontrer lors de l'étude de l'interaction de la houle-ouvrage marin : - la rupture de barrage qui permet d'aborder à la fois les problèmes d'impacts de vague, la mise en évidence de grandes déformations de la surface libre allant jusqu'à la reconnection d'interfaces [4] - la mise en résonance d'un canal pour l'étude des phénomènes de propagation d'une onde de gravité, permettant de vérifier les propriétés de conservation du code - l'écoulement autour d'une plaque mince avec comparaison de nos résultats numériques avec des données expérimentales.

## 2 Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

### 2.1 Schéma d'interpolation

La méthode SPH est basée sur l'utilisation d'opérateurs-intégrale pour l'approximation des grandeurs transportées par les particules. Ainsi, l'interpolation d'un champ scalaire  $f$  s'écrit :

$$\langle f(\mathbf{x}_i) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}) W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}, h) d\mathbf{x} \quad (1)$$

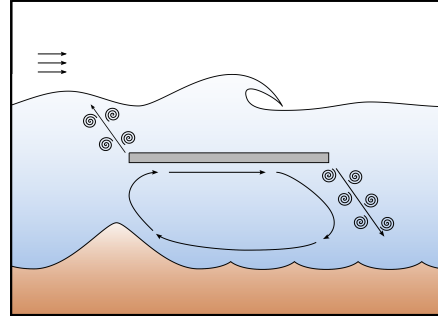


FIG. 1 – Représentation schématique d'un écoulement oscillant autour d'une plaque immergée. L'observation montre une grande diversité de phénomènes simultanés : échappements tourbillonnaires ([5] et [6]), déferlement, génération d'harmoniques ([7]) et transport sédimentaire.

où  $\mathbf{x}_i$  est la position de la particule  $i$ ,  $\Omega$  est le domaine de calcul,  $W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}, h)$  est le noyau d'interpolation de pas  $h$ . Certaines propriétés doivent être respectées afin d'assurer la convergence du schéma d'interpolation. La première est la condition de normalisation du noyau, la seconde condition impose que le noyau d'interpolation tende vers la mesure de Dirac quand le pas d'interpolation  $h$  tend vers 0.

$$\int_{\Omega} W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}, h) d\mathbf{x} = 1; \quad \lim_{h \rightarrow 0} W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}, h) = \delta(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}) \quad (2)$$

Le noyau  $W$  utilisé ici est la fonction gaussienne suivante [4] :

$$W(s, h) = \left( e^{-\left(\frac{s}{h}\right)^2} - e^{-\left(\frac{\delta}{h}\right)^2} \right) / \left( 2\pi \int_0^{\delta} s \left( e^{-\left(\frac{s}{h}\right)^2} - e^{-\left(\frac{\delta}{h}\right)^2} \right) ds \right) \quad (3)$$

avec  $s = \|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|$ . L'intégrale au dénominateur permet de normaliser le noyau. La valeur de  $\delta = kh$  détermine la taille du support compact, autorisant certaines optimisations. Ici, le rayon du noyau est fixé à  $\delta = 3h$ . Le pas d'interpolation  $h$  est défini en fonction de l'espacement entre particules  $\Delta x$  par  $h = \kappa \Delta x$ . La valeur de  $\kappa$  détermine ainsi le nombre de particules prises en compte dans l'interpolation en un point donné. Sa valeur, nécessairement supérieure à 1 (pour avoir recouvrement entre particules) varie selon le noyau choisi et la précision souhaitée. Dans notre cas, nous posons  $\kappa = 1,33$ , ce qui donne en moyenne 50 particules sur le support en dimension 2.

Sous ces hypothèses, et après quelques manipulations, on peut définir un opérateur intégrale pour l'approximation du gradient du champ étudié :

$$\langle \nabla f(\mathbf{x}_i) \rangle = \int_{\Omega} f(\mathbf{x}) \nabla_{\mathbf{x}} W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}, h) d\mathbf{x} \quad (4)$$

Ainsi, pour la suite, retenons les deux formules d'interpolation SPH d'un champ et de son gradient sous forme discrète :

$$\langle f(\mathbf{x}_i) \rangle = \sum_j f(\mathbf{x}_j) W_{ij} V_j; \quad \langle \nabla f(\mathbf{x}_i) \rangle = \sum_j f(\mathbf{x}_j) \nabla W_{ij} V_j \quad (5)$$

avec  $V_j$ , le volume de la particule  $j$  et  $W_{ij} = W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h)$ . Ces schémas d'interpolation SPH sont d'ordre 2 en espace, dans le cas idéal d'une répartition cartésienne et régulière des particules. En pratique, la précision de l'approximation se dégrade fortement lorsque les particules sont déplacées. Il est possible d'en réduire les effets en choisissant un noyau d'ordre supérieur [8], en appliquant une renormalisation à ces noyaux [9] ou encore en redistribuant périodiquement les particules sur une grille régulière [10].

## 2.2 Modélisation des écoulements à surface libre

Les opérateurs définis précédemment sont appliqués aux équations d'Euler pour un fluide incompressible en formulation lagrangienne :

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \mathbf{g} \quad \text{avec} \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (6)$$

où  $\mathbf{u}$  est la vitesse du fluide,  $P$  la pression,  $\rho$  la masse volumique et  $\mathbf{g}$  l'accélération due à la pesanteur. La technique la plus courante pour traiter l'incompressibilité du fluide avec SPH consiste à résoudre les équations du fluide compressible et de limiter la variation de la masse volumique. On a alors les équations suivantes à résoudre :

$$\frac{D\mathbf{x}}{Dt} = \mathbf{u} \quad (7)$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \mathbf{g} \quad (8)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (9)$$

Afin de clore le système, il est nécessaire d'ajouter une équation permettant de calculer la pression. Une loi d'état détermine cette pression à partir de la masse volumique :

$$P = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left( \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right) \quad (10)$$

où  $\rho_0$  est la masse volumique du fluide au repos, pour l'eau  $1000 \text{ kg/m}^3$ . La vitesse du son numérique  $c_0$  respecte la condition CFL (Courant-Friedrich-Lewy) pour le pas de temps, elle est déterminée par l'équivalence  $|\delta\rho|/\rho \approx v_{max}^2/c_0^2$ . Ainsi, en choisissant une vitesse du son égale à 10 fois la vitesse maximale du fluide, la variation de la masse volumique au cours de la simulation n'excède pas 1%. Les équations [8] et [9] sont donc résolues explicitement en appliquant les approximations [5], sous forme conservative et consistante :

$$\frac{D\mathbf{u}_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho_i} \sum_j (P_j + P_i) \nabla W_{ij} V_j + \mathbf{g}; \quad \frac{D\rho_i}{Dt} = -\rho_i \sum_j (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) \cdot \nabla W_{ij} V_j \quad (11)$$

L'ensemble des équations est intégré en temps à l'aide d'un schéma Runge-Kutta d'ordre 2 ou 4 selon les applications.

A chaque itération, l'étape la plus coûteuse du calcul consiste à détecter, pour une particule donnée, toutes celles situées à une distance inférieure à  $\delta$ . Cette recherche est effectuée en un temps optimal par un algorithme basé sur des *listes chaînées*, qui élimine, par découpage du domaine de calcul, les zones n'ayant aucune influence sur la particule d'intérêt. Par ailleurs, la propriété de compacité du noyau autorise une mise en œuvre parallèle particulièrement efficace de cette méthode, en limitant considérablement le volume d'informations à échanger entre processeurs ([11]).

### 3 Applications

#### 3.1 Rupture de barrage

L'étude de la rupture de barrage permet de vérifier la capacité de la méthode à prendre en compte d'importantes déformations de la surface libre, ainsi que de violents impacts du fluide contre un mur vertical. Un volume d'eau, de dimensions  $H \times L$ , est initialement retenu par un barrage. A  $t = 0$ , le mur est instantanément retiré et la masse fluide s'écroule sous l'effet de la gravité et se propage à une vitesse maximale de  $\sqrt{2gH}$  avant d'impacter le mur placé à l'extrémité opposée du domaine (boîte de largeur  $\ell$ ).

Les conditions limites sont imposées à l'aide de *particules fantômes* [12] qui symétrisent les propriétés du fluide de l'autre côté des parois modélisées. Cette approche permet la modélisation de géométries simples tout en respectant une condition de type glissement ( $\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0$ ). La surface libre ne fait l'objet d'aucun traitement spécifique. En effet, par la représentation lagrangienne de l'écoulement, les particules proches de la surface se déplacent à la vitesse de celle-ci, satisfaisant ainsi de façon implicite la condition cinématique. L'absence de particules au delà de la surface libre entraîne un déficit au moment de l'évaluation des opérateurs (11). Dans la pratique, la combinaison de ce déficit et la forme du noyau employé conduisent à l'application seulement approximative de la condition dynamique. Celle-ci est restaurée périodiquement en réinitialisant la masse volumique des particules à l'aide d'un noyau "moindre carrés" ( $W_j^{MLS}(\mathbf{x}_i)$ ) (12). Cela a également l'avantage de lisser le champ de pression, sujet à l'apparition rapide de bruit, causée par l'accumulation d'erreurs numériques.

$$\rho_i = \sum_j m_j W_j^{MLS}(\mathbf{x}_i) \quad (12)$$

Ainsi le modèle prend en compte efficacement ce type d'impact, suivi de reconnections d'interfaces très complexes (Fig. 2) tandis que d'autres méthodes (Boundary Element Method (BEM), méthode Volume Of Fluid (VOF)) peinent à reproduire ce type de résultat sans traitement artificiel, à l'échelle de la maille, de chaque reconnection. Les résultats obtenus concordent avec ceux de Colagrossi qui présente à la fois des résultats numériques et expérimentaux [4].

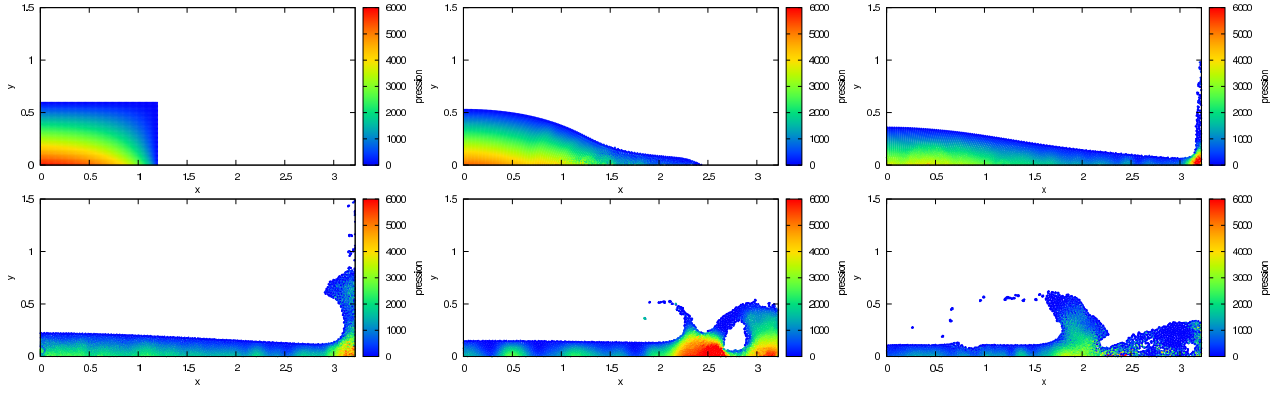


FIG. 2 – Simulation d’une rupture de barrage avec SPH, avec  $H = 0,6m$  et  $L = 1,2m$ ,  $\ell = 3,2196m$  : de gauche à droite et de haut en bas, solution initiale à  $t = 0^+s$ , écoulement du fluide sous l’action de la gravité à  $t = 0,425s$ , impact à  $t = 0,85s$ ,  $t = 1,275s$ ,  $t = 1,7s$  et  $t = 2,125s$ .

### 3.2 Propagation de houle

Outre les problèmes d’impacts, l’étude d’interactions houle-ouvrages marins passe par une simulation précise d’écoulements oscillant, à la dynamique beaucoup plus lente mais qui requiert du code de calcul de bonnes qualités de conservation. Un canal à houle numérique bidimensionnel de longueur  $L_c$ , muni d’un batteur piston a donc été mis en place. La relation de dispersion issue du modèle de Houle de Stokes au premier ordre permet le calcul des longueurs d’ondes obtenues pour une période de houle  $T$  et une hauteur d’eau  $h$  données  $\lambda = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh(2\pi \frac{h}{\lambda})$ . Il est alors possible de mettre en place une onde stationnaire en fixant la longueur d’onde  $\lambda$  de manière à avoir :

$$L_c = k \frac{\lambda}{2} \quad \text{avec} \quad k \in \mathbb{N} \quad (13)$$

L’onde générée par le batteur est réfléchiée totalement par l’extrémité opposée du canal (mur vertical). L’onde réfléchiée vient se superposer à l’onde incidente. Après plusieurs périodes de houles et superpositions successives, le canal entre en résonance. Le maintien de l’onde stationnaire dépend de la dissipation et de la dispersion du modèle et que l’on cherche à réduire. Dans le cas présent, 40 périodes de houles sont nécessaires

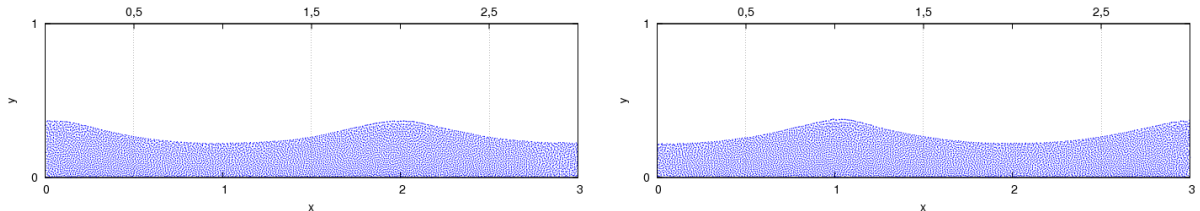


FIG. 3 – Troisième mode de résonance en canal, ( $k = 3$ ), positions instantanées des particules à  $t$  et  $t + \frac{T}{2}$ . Les lignes verticales indiquent la position des nœuds de l’onde stationnaire. Le batteur se situe en  $x = 0$

avant d’observer une perturbation de l’onde stationnaire, due à la dissipation numérique du code de calcul. Des corrections existent : renormalisation du noyau (renforcement des conditions (2)), solveurs de Riemann. Toutes ses solutions sont à l’étude, mais pour les problèmes étudiés actuellement, les pertes d’énergie totale du système au bout de 100000 itérations sont déjà très faibles et inférieures à 0,5%.

### 3.3 Plaque immergée dans un canal

Pour la protection des rivages, les plaques immergées sont une solution économique et discrète. Le dimensionnement de ces ouvrages nécessite une bonne connaissance de l’écoulement complexe entourant l’obstacle. Ces plaques jouent le rôle d’amortisseurs de houle. La houle incidente est partiellement réfléchiée, générant une houle plus complexe en amont et en aval de la plaque [7]. Le cisaillement ainsi généré aux extrémités est à l’origine d’échappements tourbillonnaires qui peuvent interagir avec le lit du canal et la surface libre selon la position de la plaque ([5] et [6]).

Quelques études théoriques et numériques existent sur le sujet. On trouve notamment les travaux de Patara-nich *et al.* [13] portant sur le taux de réflexion d’une plaque immergée dans un canal modélisé par la méthode des éléments finis. Par ailleurs, B. Boulier [5] s’est intéressé à la dynamique tourbillonnaire aux extrémités de

la plaque en employant une méthode *Vortex* ([5]). Plusieurs approximations linéaires de ce problème existent également, en hypothèse de faible profondeur ([14] et [15]), permettant de prédire l'amortissement de la plaque dans des conditions simples. Des solutions analytiques plus élaborées prennent en compte les discontinuités aux extrémités de la plaque en introduisant des modes évanescents [16].

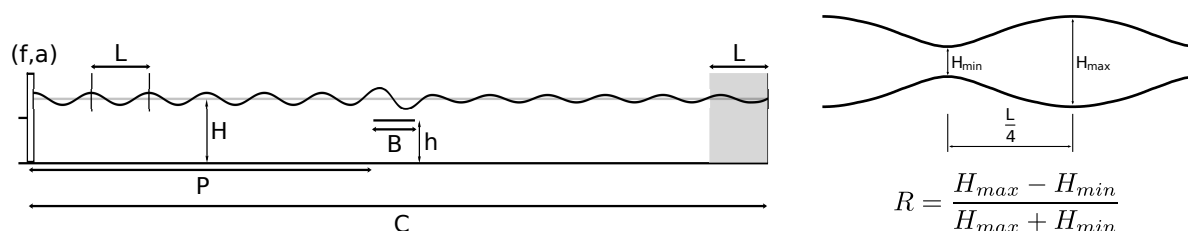


FIG. 4 – Paramètres du problème :  $H = 0,2m$ ,  $C = 5m$ ,  $P = 2m$ ,  $B = 0,25m$  et  $h = 0,15m$ . Le batteur piston (à gauche) génère une houle sinusoïdale de fréquence  $f$  amortie sur la dernière longueur d'onde du canal. L'amplitude du batteur est  $a = 0,005m$ . Enveloppe de surface libre calculée dans le cas  $f = 1,224Hz$ .

La simulation de cet écoulement complexe nécessite une modélisation robuste des conditions limites. Les simulations présentées ici ne tiennent pas compte des effets visqueux et les conditions limites sont de type glissement. L'élévation de la surface libre a été enregistrée en amont de la plaque par plusieurs sondes numériques équidistantes. L'enveloppe de surface ainsi déterminée permet, par la méthode des ventres et des nœuds, de déterminer le taux de réflexion de la plaque (Fig. 4).

Les résultats obtenus (SPH) sont exposés dans la figure 5 montrant un bon accord avec les données expérimentales (EXP) [17]. Un maximum est obtenu quand la longueur d'onde de houle estimée au dessus de la plaque correspond à deux fois la longueur de celle-ci. La solution analytique (ANA) présentée ici est basée sur un modèle potentiel de l'écoulement (Chagdali, Comm. Pers.). Elle a tendance à surestimer le taux de réflexion pour les faibles longueurs d'ondes de houle incidente et à le sous-estimer dans le cas des plus grandes longueurs d'ondes.

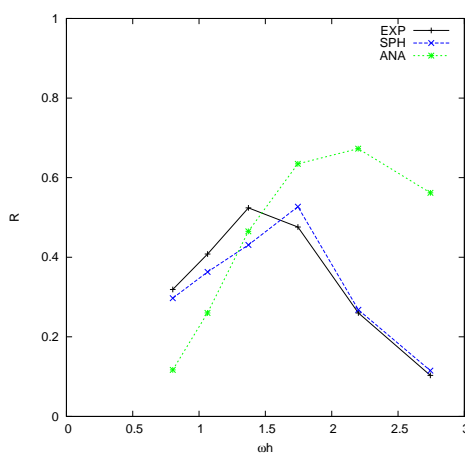


FIG. 5 – Taux de réflexion de la houle  $R$  en fonction du rapport  $\omega/h$  avec  $\omega$  la pulsation du batteur. Les valeurs correspondantes en fréquence sont :  $f = 0,814Hz$ ,  $1,02Hz$ ,  $1,224Hz$ ,  $1,428Hz$ ,  $1,633Hz$  et  $1,839Hz$ .

## 4 Remerciements

Nous adressons nos remerciements au Centre de Ressources Informatiques de Haute-Normandie (CRIHAN) pour leur contribution à ce travail (ressources de calcul, support et formations).

## 5 Conclusion et perspectives

Les résultats exposés ici montrent la capacité de notre modèle SPH à prédire l'écoulement oscillant dans un canal, l'amortissement généré par une plaque immergée. Cependant le modèle de condition limite employé ici génère des ondes de pression à haute fréquence aux extrémités de la plaque. En effet, chaque face est représentée par une série de *particules fantômes* et un système algorithmique de *visibilités* permet d'occulter une des deux séries (une des deux faces) à une particule réelle en fonction de sa position par rapport à la plaque.

Ainsi, une particule située au dessus de la plaque ne *voit* pas celles situées en dessous, mais plutôt les particules virtuelles associées à la condition de glissement pour la face supérieure, et inversement. Ce modèle simplifié de plaque d'épaisseur nulle est très satisfaisant loin des extrémités, mais la transition d'une face à l'autre rompt le principe de réciprocité établi dans les équations (11) et provoque des instabilités. Un modèle s'inspirant des méthodes de *frontière immergée* en différences finies est actuellement à l'étude afin de supprimer ces instabilités et de permettre la modélisation d'ouvrages marins aux formes plus complexes.

La prise en compte des effets visqueux devraient par ailleurs permettre de quantifier le transfert d'énergie de la houle vers les harmoniques d'une part et vers les nappes tourbillonnaires générées en bout de plaque d'autre part. Ces tourbillons se déplacent dans l'écoulement et interagissent avec le fond et la surface. Le modèle pourrait ainsi prédire à la fois les conditions de déferlements et d'érosions sous-marine en fonction des conditions de houle et d'immersion.

## Références

- [1] Gingold R. and Monaghan J. Smoothed particle hydrodynamics : Theory and application to non-spherical stars. *Monthly Notices Royal Astronomy Society*, 181, 375–389, 1977.
- [2] Lucy L. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *Astronomical Journal*, 82, 1013–1024, 1977.
- [3] Monaghan J. Simulating free surface flows with sph. *Journal Of Computational Physics*, 110, 399–406, 1994.
- [4] Colagrossi A. and Landrini M. Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics. *Journal Of Computational Physics*, 191, 448–475, 2003.
- [5] Boulier B. Evolution spatio-temporelle de structures tourbillonnaires dans la houle. Thèse, University du Havre, 1996.
- [6] Perret G., Poupardin A., and Brossard J. Dynamique tourbillonnaire dans un champ de houle. Soumis au Congrès Français de Mécanique, 2009.
- [7] Brossard J. and Chagdali M. Experimental investigation of the harmonic generation by waves over a submerged plate. *Coastal Engineering*, 42, 277–290, 2001.
- [8] Eldredge J. D., Leonard A., and Colonius T. A general deterministic treatment of derivatives in particle methods. *Journal Of Computational Physics*, 180, 686–709, 2002.
- [9] Oger G., Doring M., Alessandrini B., and Ferrant P. An improved sph method : Towards higher order convergence. *Journal Of Computational Physics*, 2007.
- [10] Chaniotis A. K., Frouzakis C. E., Lee J. C., Tomboulides A. G., Poulidakos D., and Boulouchos K. Remeshed smoothed particle hydrodynamics for the simulation of laminar chemically reactive flows. *Journal of Computational Physics*, 191(1), 1–17, October 2003.
- [11] Croquet R., Cherfils J.-M., and Pinon G. Simulation parallèle d'écoulements instationnaires par la méthode sph. Soumis au Congrès Français de Mécanique, 2009.
- [12] Morris J., Fox P., and Zgu Y. Modeling low reynolds number incompressible flows using sph. *Journal Of Computational Physics*, 136, 214–226, 1997.
- [13] Patarapanich M. and Cheong H. Reflection and transmission characteristics of regular and random waves from a submerged horizontal plate. *Coastal Engineering*, 13, 161–182, 1989.
- [14] Siew P. and Hurley D. Long surface waves incident on a submerged horizontal plate. *Journal of Fluid Mechanics*, 83, 141–151, 1977.
- [15] Patarapanich M. Maximum and zero reflection from submerged plate. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 110, 171–181, 1984.
- [16] Le Thi Minh N. Etudes théorique et expérimentale du passage des ondes longues sur des obstacles immergés. Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1989.
- [17] Brossard J., Perret G., Blonce L., and Diedhiou A. Higher harmonics induced by a submerged horizontal plate and a submerged rectangular step in a wave flume. *Coastal Engineering*, 56(1), 11 – 22, 2009.