Vers une approche à champs moyens à longueurs internes validée par dynamique des champs de dislocations : application aux effets de taille de particules dures dans un matériau de type ferrite / carbures

Vincent Taupin, S. Berbenni, Claude Fressengeas, Olivier Bouaziz

▶ **To cite this version:**

Vincent Taupin, S. Berbenni, Claude Fressengeas, Olivier Bouaziz. Vers une approche à champs moyens à longueurs internes validée par dynamique des champs de dislocations : application aux effets de taille de particules dures dans un matériau de type ferrite / carbures. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03390924

HAL Id: hal-03390924
https://hal.science/hal-03390924

Submitted on 21 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Vers une approche à champs moyens à longueurs internes validée par dynamique des champs de dislocations : application aux effets de taille de particules dures dans un matériau de type ferrite / carbures

V.TAUPIN[a], S.BERBENNI[a], C.FRESSENGEAS[a], O.BOUAZIZ[b]

[a] *Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux, Université Paul Verlaine-Metz/FRE CNRS 3236, Ile du Saulcy, 57045 Metz Cedex, France*
[b] *ArcelorMittal Research, Voie Romaine-BP30320, 57283 Maizières-les-Metz Cedex, France*

Résumé :

Une approche à champs moyens à longueurs internes est développée afin de rendre compte des effets de taille d'inclusions de carbure noyées de manière aléatoire dans une matrice ferritique. La prise en compte d'une couche ferritique intermédiaire entre le carbure et la matrice reflète la présence de dislocations géométriquement nécessaires (GND) dues aux forts gradients de distorsion plastique dans cette zone. Ces dernières sont à l'origine des effets de taille observés sur l'écrouissage de type isotrope et cinématique. L'épaisseur finie non nulle de cette couche est fournie par des simulations 1D de dynamique des champs de dislocations basée sur l'incompatibilité de réseau et l'équation de transport des dislocations de Mura. Les contraintes internes dans la matrice dues aux GND sont obtenues à l'aide de l'équation d'incompatibilité de Kröner traitée en coordonnées sphériques et en supposant un profil uniforme de GND dans la couche.

Abstract :

A mean field approach including length scales is developed to account for size effects of carbide particles randomly distributed in a ferrite matrix. An intermediate ferrite layer reflects the presence of geometrically necessary dislocations (GND) due to strong plastic distortion gradients in this area. The latter are responsible for observed size effects on isotropic and kinematical hardening. The finite non zero width of this layer is provided by 1D simulations from a Field Dislocation Mechanics (FDM) theory based on lattice incompatibility and dislocation transport (Mura), while internal stresses in the matrix are obtained from the solution of incompatibility equation (Kröner) in spherical coordinates with a uniform given GND density in the layer.

Mots clefs: approche à champs moyens à longueurs internes, dynamique des champs de dislocations, effets de taille de particules dures, couche, GND, transport, incompatibilité, back stress.

1 Introduction

Le comportement des alliages métalliques durcis par précipitation est étudié depuis des dizaines d'années dans l'industrie sidérurgique. De nombreuses théories basées sur la solution d'Eshelby au problème de l'inclusion [1,2] sont alors apparues. Pour interpréter les effets de taille de particules dures, utile en termes de conception de nouvelles microstructures, un durcissement supplémentaire engendré par une densité de dislocations géométriquement nécessaires (GND) due au gradient de distorsion plastique à l'interface inclusion-matrice a été introduit dans la matrice. Cette densité traduit le mécanisme des boucles d'Orowan [3-5]. Elle augmente le durcissement par restriction des zones de déformation plastique (obstacles non cisaillables) [6-8]. Des approches plus récentes utilisent un mécanisme d'accumulation semblable [9, 10] reproduit à l'aide de simulations de dynamique des dislocations discrètes [11, 12]. Les approches à champs moyens basées sur [1] trouvent leur faiblesse dans le fait qu'elles considèrent une incompatibilité plastique limitée à l'interface matrice/inclusion (GND restreintes à l'interface) et non sur un volume fini épousant l'interface. L'idée nouvelle présentée dans cet article est de considérer le volume affecté par un grand

nombre de GND comme une troisième « phase » (couche enrobant l'inclusion), en plus de l'inclusion et de la matrice. Cette couche a d'ailleurs été observée expérimentalement [13]. Ainsi, on propose de raffiner la description des interactions mécaniques entre inclusion dure (élastique) et matrice (plastique) en prenant en compte les effets des champs de dislocations en excès (GND) dans la couche. Nous proposons ici l'élaboration d'une approche à champs moyens à longueurs internes (ACMLI) enrichie par les éléments suivants. D'abord, elle prend en compte la morphologie de la couche et la topologie de l'enrobage couche-inclusion à travers un modèle auto cohérent généralisé à inclusion enrobée. Puis des estimations scalaires de la densité de GND dans la couche et des contraintes internes moyennes dans la matrice sont obtenues respectivement par la résolution simplifiée de l'équation de transport des dislocations (cf. Mura [14]) et de l'équation d'incompatibilité de Kröner [15]. Une simplification 1D provenant d'une théorie dynamique récente des champs de dislocations basée sur ces deux équations [16] permet de plus d'estimer l'épaisseur de la couche précitée et son évolution temporelle. L'objectif est donc de construire une approche ACMLI s'appuyant sur une théorie physique robuste. Dans un premier temps (section 2), on présente le modèle de transition d'échelle (ACMLI) qui s'appuie sur des lois d'évolution des densités de GND dans la couche d'épaisseur finie. Ensuite, un modèle FDM (Field Dislocation Mechanics) 1D issue de la théorie des champs de dislocations est introduit (section 3). Des résultats seront ensuite présentés, dans le cas d'une matrice ferritique contenant des particules de carbure sphériques dont les effets couplés de taille et de fraction volumique sur l'écrouissage sont analysés. Les conclusions et perspectives suivent.

2 Approche à champs moyens à longueurs internes (ACMLI) en élasto-plasticité

On s'intéresse à l'influence de la taille de particules dures non cisaillables sur le durcissement d'une matrice élastoplastique. Le matériau composite est modélisé par une approche ACMLI comportant trois phases. La première est la matrice élastoplastique (on fixe l'indice M pour matrice) dont le durcissement est du à l'évolution d'une densité de dislocations statistiques (SSD). La deuxième est l'inclusion (I) considérée purement élastique de module C_{ijkl} (élasticité homogène dans le composite) ($\dot{\sigma}_{ij}^{I} = C_{ijkl}\,\dot{\varepsilon}_{kl}^{I}$). Enfin, la troisième phase est la couche (C) élastoplastique d'épaisseur λ (longueur interne) enrobant l'inclusion. Un écoulement élastoplastique isotrope de type J2 est utilisé pour la matrice et la couche. Le critère de plasticité s'exprime dans la phase K (=M, C) par la loi de consistance

$$\dot{\sigma}_{eq}^{K} = \dot{\sigma}_{ref}^{K} \tag{1}$$

avec $\sigma_{eq}^{K} = \sqrt{3/2\,\left(S_{ij}^{K} - {\sigma_{\mu}}_{ij}^{K}\right)\left(S_{ij}^{K} - {\sigma_{\mu}}_{ij}^{K}\right)}$, où S_{ij}^{K} est le déviateur des contraintes. $\dot{\sigma}_{ref}^{K}$ décrit l'évolution de l'écrouissage isotrope alors que ${\sigma_{\mu}}_{ij}^{K}$ représente la « back-stress » intra-phase K qui est justifiée physiquement par la suite (pour le seul cas de la matrice M). Ces deux relations nous amènent à définir un module tangent élasto-plastique incrémental L_{ijkl}^{K} dans chaque phase K (=M, C) tel que :

$$\dot{\sigma}_{ij}^{K} = L_{ijkl}^{K}\,\dot{\varepsilon}_{kl}. \tag{2}$$

Dans la suite, on s'intéressera à des chargements monotones en traction simple uniquement. Suivant Chaboche et al [17], les modules tangents pour M et C ont été volontairement « isotropisés ». Il a en effet été vérifié, par comparaison avec des calculs de référence par éléments finis, que les modules complets (anisotropes) surestiment les niveaux de contrainte dans certains cas critiques (matériau composite très contrasté, forte fraction volumique d'inclusions) [18, 19]. Ces modules intègrent les modules d'écrouissage issus des lois physiques d'évolution des SSD et des GND. L'évolution des SSD est donnée à partir de la formulation de Kocks-Mecking [20], écrite ci dessous dans la couche de façon à faire apparaître un module d'écrouissage incrémental H_C.

$$\dot{\sigma}_{ref}^{C} = \frac{M\alpha\mu b}{2\sqrt{\rho_{SSD}^{C}}}\dot{\rho}_{SSD}^{C} = \frac{M\alpha\mu b}{2\sqrt{\rho_{SSD}^{C}}} M\left(\frac{k}{b}\sqrt{\rho_{SSD}^{C}} - f\rho_{SSD}^{C} + k_{GND}\left|\rho_{GND}^{C}\right|\right)\dot{\varepsilon}_{P\,eq}^{C} = H_C\,\dot{\varepsilon}_{P\,eq}^{C}, \tag{3}$$

M, α, μ et b sont respectivement le facteur de Taylor (M=3), le facteur de durcissement isotrope, le module de cisaillement élastique et le vecteur de Burgers correspondant à la matrice ferritique (b=2.5 10^{-10} m). Un

terme $k_{GND}|\rho_{GND}^{C}|$ traduit la contribution des GND au durcissement isotrope dans la couche [21]. La même loi sans ce dernier terme est utilisée pour l'évolution des SSD dans la matrice. Dans notre approche, la densité de GND est une valeur scalaire simplifiée qui correspond au module du tenseur α des GND [22], au facteur 1/b près, telle que $\rho_{GND}^{C} = \sqrt{\alpha_{ij}\alpha_{ij}}/b$. La résolution de l'équation de transport des GND [14] en coordonnées sphériques radiales et dans la cadre d'une théorie isotrope J2, aboutit à un résultat très proche de celui obtenu en coordonnées cylindriques avec hypothèse d'axisymétrie [23]. En supposant une variation linéaire de la vitesse de déformation plastique équivalente dans la couche, nous trouvons

$$\dot{\rho}_{GND}^{C} = \frac{\dot{\varepsilon}_{P\,eq}^{M}}{\lambda b}, \tag{4}$$

L'accumulation progressive de GND autour de l'inclusion entraîne la construction d'une « back-stress » scalaire notée σ_{μ}^{K} (K=M, C) dans le cas simple de traction uniaxiale et à l'origine d'un écrouissage cinématique intraphase. On considère que celle-ci est prépondérante dans la matrice ferritique, en négligeant sa contribution dans la couche (fraction de couche faible devant la fraction de matrice). Son évolution, prise en compte en moyenne dans la matrice, peut s'exprimer en résolvant l'équation d'incompatibilité de Kröner [15] en coordonnées sphériques radiales et en supposant un profil de GND donné uniforme dans la couche. L'expression non moyennée est de la forme :

$$\sigma_{\mu}^{M}(r) \sim \frac{\mu b}{r}\ \rho_{GND}^{C}, \tag{5}$$

et donne une valeur moyenne

$$\sigma_{\mu}^{M} = \mu b\ \xi(f_I, \frac{\lambda}{D_I})\rho_{GND}^{C}, \tag{6}$$

similaire à celle proposée dans Delincé et al [10] et Sinclair et al [24] pour l'accumulation de GND aux joints de grains. Cette expression (eq.6) est alors utilisée dans le critère d'activation de la plasticité pour la matrice (eq.1) afin d'obtenir le module tangent incrémental dans cette phase. L'étape d'homogénéisation est assurée par un modèle autocohérent généralisé trois phases à inclusion enrobée. Dans le cas d'une couche peu épaisse et avec l'hypothèse des champs moyens, une approche alternative à la solution exacte [25] est possible. Ce problème a été résolu dans le cas de composites hétérogènes élastiques [26]. Le module tangent incrémental effectif L^{eff}, qui relie l'incrément de contrainte macroscopique $\dot{\Sigma}$ à l'incrément de déformation macroscopique $\dot{E}$ (imposée) par la relation $\dot{\Sigma} = L^{eff}\,\dot{E}$, est donné pour le modèle « trois phases » par :

$$L^{eff} = L^{M} + f_I(C - L^{M})A_I + f_L(L^{C} - L^{M})A_C. \tag{7}$$

où A_I et A_C sont tenseurs de localisation tels que $\dot{\varepsilon}_I = A_I\dot{E}$ et $\dot{\varepsilon}_C = A_C\dot{E}$. Ceux-ci sont déterminés par la technique des opérateurs interfaciaux [27] et prennent en compte la topologie de l'enrobage. On se place dans un premier temps dans le cas de topologies homothétiques sphériques.

3 Dynamique des champs de dislocations 1D

Soit α le tenseur des dislocations de Nye [22]. Il donne le vecteur de Burgers net b=αn d'un ensemble de lignes de dislocations coupant une surface unitaire S délimitée par un circuit de Burgers C et de normale n. Si l'échelle de résolution est suffisamment faible, de sorte qu'une seule dislocation coupe S, alors cette dernière est une GND. A l'opposé, si la surface S est assez grande et coupée par un grand nombre de dislocations, il se peut que le vecteur de Burgers net soit nul. Dans ce cas, le tenseur α est nul et les dislocations sont des SSD. L'échelle intermédiaire située entre ces deux bornes correspond à la présence des deux variétés de dislocations. La composante α_{ij} donne alors les vecteurs de Burgers et de ligne nets des densités de GND. Le vecteur de Burgers net constitue une mesure de l'incompatibilité du réseau cristallin en présence de dislocations. Les GND sont donc responsables des contraintes internes, auxquelles ne contribuent pas les SSD. Cependant, Le tenseur des vitesses distorsions plastiques reçoit une contribution de la mobilité des GND et des SSD, et s'écrit

$$\dot{U}_p = \alpha \times V + L_p \tag{8}$$

où V est le vecteur des vitesses moyennes des GND [16]. L_p est le tenseur des gradients de vitesses plastiques du aux SSD. Le tenseur $\dot{U}_p$ étant connu, l'évolution des densités de GND est donnée par la résolution de l'équation de transport [14].

$$\dot{\alpha} = -rot\, \dot{U}_p \tag{9}$$

Le tenseur des contraintes est incrémenté classiquement, connaissant le tenseur des constantes élastiques C, puisque $\dot{\sigma} = C\left\{\dot{U}_e\right\} = C\left\{\dot{U} \quad -\dot{U}_p\right\}$, ({A}= partie symétrique de A) et satisfait la condition d'équilibre $div\, \dot{\sigma} = 0$. Il reste à fournir des lois constitutives pour l'évolution des SSD et la vitesse moyenne des dislocations (GND et SSD). On restreint ici cette théorie à une version 1D déjà utilisée [28, 29, 30]. Un plan de glissement (e_1, e_2) de normale e_3 est soumis à un gradient de vitesse $\dot{U}_{13}$ (nécessairement homogène pour être compatible ici). On s'intéresse au seul glissement suivant la direction e_2 et on suppose une invariance par translation suivant e_3. La vitesse de distorsion plastique se réduit donc à

$$\dot{U}_{p13} = \alpha_{11} v_2 + \rho_{ssdm} b v. \tag{10}$$

Il n'y a qu'une seule densité de GND vis α_{11} se déplaçant à la vitesse $v_2 = v.\alpha_{11}/|\alpha_{11}|$, alors que ρ_{ssdm} représente la densité de dislocations statistiques mobiles (supposée constante). Pour la vitesse v, on utilise une loi puissance du type $v = v_0 \left(\frac{\sigma_{13}}{\sigma_h + \sigma_0}\right)^n sgn(\sigma_{13})$, où v_0 et σ_0 sont des constantes de référence, et σ_h la contrainte de durcissement isotrope donnée par la relation $\sigma_h = \alpha\mu b\sqrt{\rho_{ssdf}}$, ρ_{ssdf} étant la densité de dislocations statistiques fixes. L'évolution de la densité de GND est fournie par l'équation de transport (eq.9)

$$\dot{\alpha}_{11} = -\dot{U}_{p\,13\,,2}. \tag{11}$$

L'incrément de contrainte σ_{13} est donné par une relation du type équation de la machine qui permet ici d'assurer l'équilibre des contraintes $\dot{\sigma}_{13} = \mu\left(\dot{U}_{13} - \frac{1}{L_2}\int_0^{L_2} \dot{U}_{p\,13} dx_2\right)$. L'évolution des SSD fixes est donnée par une loi identique à celle utilisée dans la couche dans l'approche ACMLI.

$$\dot{\rho}_{ssd} = \left(\frac{k}{b}\sqrt{\rho_{ssdf}} - f\rho_{ssdf} + \frac{k_{gnd}}{b}|\alpha_{11}|\right)\sqrt{(\alpha_{11}v_2)^2 + (\rho_{ssdm} b v)^2} \tag{12}$$

4 Résultats : application à une matrice ferritique contenant des particules de carbure

Le tableau 1 donne les valeurs des paramètres et des conditions initiales utilisées dans les simulations 1D de dynamique des champs de dislocations (les paramètres pour l'évolution de la densité de SSD sont identiques dans l'approche ACMLI). La longueur L_2 du plan de glissement vaut 1 micron et est discrétisée en 1000 éléments, soit une résolution de 1nm. Le gradient de vitesse imposée vaut $\dot{U}_{13} = 10^{-4}\, s^{-1}$ et on se limite à une déformation totale de 1% (premiers stades de déformation).

v_0 (m/s)	σ_0 (MPa)	n	μ (Gpa)	b (m)	α	k	f	k_{gnd}
$3.75\ 10^{-8}$	95	20	80	$2.5\ 10^{-10}$	0,3	0,022	6	20
ρ_{ssdm}(t=0) (m^{-2})	ρ_{ssdf} (t=0) (m^{-2})	α_{11} (t=0) (m^{-1})						
10^{14}	10^{10}	0						

Tableau 1 : paramètres et conditions initiales dans les simulations FDM 1D et ACMLI.

Pour représenter l'inclusion purement élastique, on fixe une série de nœuds consécutifs auxquels les densités de dislocations (GND et SSD) ainsi que leurs vitesses sont maintenues nulles. La densité de GND vis α_{11}, nulle initialement, est naturellement créée par le gradient de Lp_{13} à l'interface inclusion/matrice dû aux SSD présentes. La figure 1 présente l'évolution du profil de la densité polarisée de GND α_{11} autour de l'inclusion à différents instants de la déformation. On observe que cette densité, stoppée à l'inclusion, a une épaisseur sensiblement stationnaire dès le début de la déformation, alors que son amplitude augmente. D'autres

simulations (non présentées ici) ont montré que la structure de GND ne dépend ni de la taille, ni de la fraction d'inclusions (ces dernières étant suffisamment éloignées les unes des autres). Ce résultat valide l'hypothèse d'épaisseur de couche constante supposée dans l'approche ACMLI. Il a de plus été vérifié que l'évolution de la densité (moyenne dans la couche) est proche dans les deux modèles (FDM et ACMLI). Une épaisseur de couche « mesurée » à $\lambda \approx 0.01$ micron (Fig.1) est donc la valeur injectée dans l'approche ACMLI, indépendamment de la taille absolue d'inclusion. Il est néanmoins important de noter que l'augmentation de la densité n'a pas de limite dans ces modèles car des phénomènes de relaxation comme le glissement dévié ne sont pas présents (une loi de saturation peut être introduite pour en tenir compte [31]).

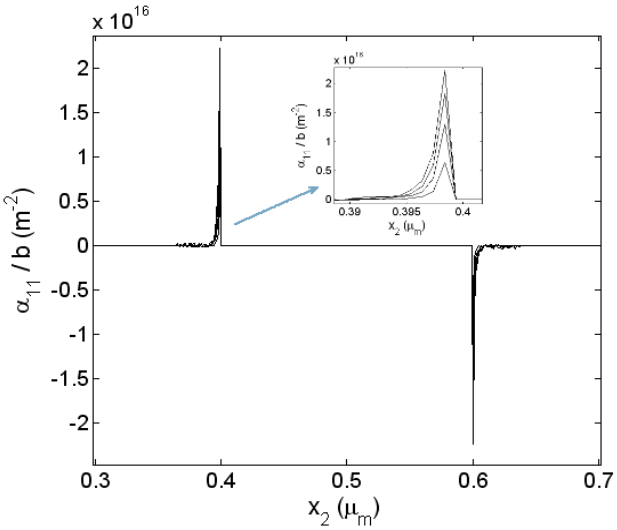

Figure 1 : densité polarisée de GND α_{11} autour de l'inclusion à différents instants de la déformation.

La figure 2 montre les effets de taille et de fraction volumique de particules dures obtenus avec l'approche ACMLI en traction monotone uniaxiale. La figure de gauche (contrainte macroscopique) révèle le rôle majeur de la couche de GND quant à l'obtention de ces effets et compare ces derniers à ceux obtenus par un modèle autocohérent classique sans longueur interne (λ=0), limités dans ce cas à un effet de fraction volumique. Elle suggère de plus une dépendance en λ/D_I qui est la variable adimensionnelle qui contrôle la contrainte macroscopique à fraction volumique d'inclusions f_I constante. La figure de droite montre les effets sur le rapport de l'écrouissage cinématique et isotrope (rapporté au VER). On constate que dans l'intervalle étudié, les contraintes internes sont prépondérantes, en accord avec les observations expérimentales sur ce type de matériau [32, 33].

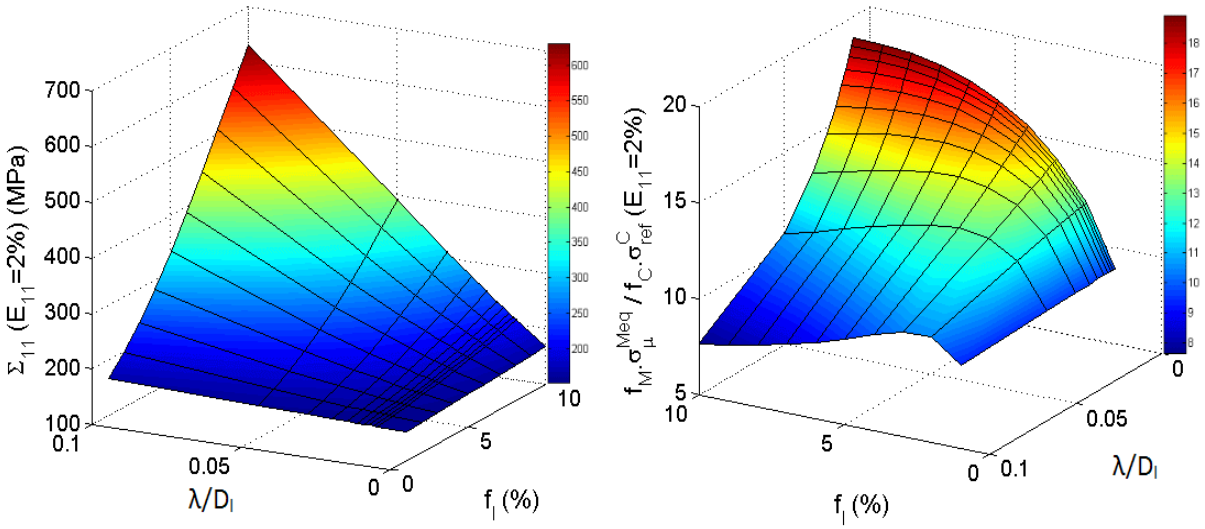

Figure 3 : Effets de taille et de fraction volumique de particules dures obtenus avec l'approche ACMLI. A gauche : contrainte macroscopique à 2% de déformation totale (cas λ=0 présent). A droite : rapport de l'écrouissage cinématique et isotrope à 2% de déformation totale.

5 Conclusions et perspectives

Une approche à champs moyens à longueurs internes (ACMLI) validée par une théorie des champs de dislocations (FDM 1D) a été développée et a permis de rendre compte des effets couplés de taille et de fraction volumique de particules de carbures sur le comportement mécanique du matériau ferrite/carbures. La couche d'épaisseur finie et non nulle de GND à l'interface est directement responsable des effets obtenus. Les contraintes internes dominent l'écrouissage isotrope dans l'intervalle étudié. Des matériaux modèles sont en cours de préparation (projet ANR CAT SIZE) afin de valider expérimentalement ces premiers résultats et compléter l'approche ACMLI actuelle (effet Bauschinger, mesure des contraintes internes par phase). Des simulations 3D de dynamique des champs de dislocations sont aussi prévues et devraient notamment permettre de quantifier l'influence du glissement dévié (naturellement présent dans cette théorie) et d'améliorer la description géométrique de la couche (l'approche ACMLI n'est pas limitée à une couche sphérique homothétique à l'inclusion).

References

[1] ESHELBY, J.D., Proc. R. Soc. London A, Vol. 241 , p 376-396, 1957.
[2] SCHMITT, C., LIPINSKI, P., BERVEILLER, M., Int. J. Plast. Vol. 13, No. 3, pp. 183-199, 1997.
[3] HIRSCH, P.B., HUMPHREYS, F.J., Proc. Roy. Soc. Lond., A. Vol 318, No 1, p 45-72, 1970.
[4] BROWN, L.M., STOBBS, M.M., Phil. Mag., p 1121, 1971.
[5] HAZZLEDINE, P.M., HIRSCH, P.B., Phil. Mag., Vol 30, p 1353-1377, 1974.
[6] FISHER J., HART E.W, PRY, R.H, Acta Metall., Vol 1, No 3, p 336-339, 1953.
[7] BROWN, L.M., CLARKE, D.R., Acta Metall., Vol.23, No 7, pp 821-830, 1975.
[8] LILHOLT, H., Acta Metall., Vol 25, p 571-585, 1977.
[9] NAN, C.W., CLARKE, C.W., Acta Mater., Vol 44, No 9, p 3801, 1996.
[10] DELINCE, M., BRECHET, Y., EMBURY, J.D., GEERS, M.G.D., JACQUES, P.J., PARDOEN, T., Acta Mater., Vol. 55, p 2337, 2007.
[11] GROW S., DEVINCRE, B., KUBIN, L.P., ROOS, A., FEYEL, F., CHABOCHE, J.L., Size Effects in Metal Matrix Composites, Materials Science and Engineering, A 400-401, p 279-282, 2005.
[12] CLEVERINGA, H.H.M., VAN DER GIESSEN, E., NEEDLEMAN, A., Acta Mat., Vol 45, No 8, p 3163, 1997.
[13] HUMPHREYS, F.J., Acta Metall., Vol 27, p 1801, 1979.
[14] MURA, T., Phil. Mag., Vol 8, p 843, 1963.
[15] KRÖNER, E., Erg. Angew. Math, Vol 5, p 1, 1958.
[16] ACHARYA, A., ROY, A., J. Mech. Phys. Solids, Vol 54, p 1687, 2006.
[17] CHABOCHE, J.-L., KANOUTE, P., C. R. Mécanique 331 , p 857, 2003.
[18] SUQUET, P., P. Suquet (Ed.), Continuum Micromechanics, in: CISM Lectures Notes, Vol. 377, Springer-Verlag, p. 197, 1997.
[19] DELANNAY, L., DOGHRI, I., PIERARD, O., Int. J. Solids Struc., Vol 44, p 7291, 2007.
[20] MECKING, H, KOCKS, U.F., Acta Metall., Vol. 29, p 1865, 1981.
[21] ACHARYA, A., BEAUDOIN, A.J., J Mech Phys Sol ;48, 2213, 2000.
[22] NYE, J. F., Acta Metall. **1**, 153, 1953.
[23] BASSANI, J.L., J. Mech. Phys. Sol., Vol 49, No 9, p 1983, 2001.
[24] SINCLAIR, C.W., POOLE, W.J., BRECHET, Y., Scripta Mater., Vol 55, p739, 2006.
[25] CHRISTENSEN, R.M., LO, K.H., J; Mech. Phys. Solids, Vol 27, p 315, 1979.
[26] CHERKAOUI, M., SABAR, H., BERVEILLER, M., Int. J. Engng. Sci., Vol 33, No 6, p 829, 1995.
[27] HILL, R., J; Mech. Phys. Solids, Vol 31, p 347, 1983.
[28] TAUPIN, V., VARADHAN, S., CHEVY, J.,FRESSENGEAS, C., BEAUDOIN A.J., MONTAGNAT, M., DUVAL, P., Phys. Rev. Lett., 99, 155507 , 2007.
[29] TAUPIN, V., RICHETON, T., CHEVY, J., FRESSENGEAS, C., WEISS, J., LOUCHET, F., MIGUEL, M.C., Acta Materialia, Vol 56 , p 1555, 2008.
[30] TAUPIN, V, VARADHAN, S, FRESSENGEAS, C., BEAUDOIN A.J., Acta Mater., Vol 56, p 3002, 2008.
[31] BOUAZIZ, O., BRECHET, Y., Scripta Mater., Vol 60, No 6, p 366, 2009.
[32] WILSON, D.V., Acta Metall, Vol.13, No.7, p 807-814, 1965
[33] WILSON, D.V., KONNAN, Y.A. , Acta Metallurgica Vol 12 No 5 p 617-628, 1964.