

# Bruit de graillonnement : Analyse de l'influence d'un coefficient de restitution aléatoire de type Gaussien

Younes Kadmiri, Joël Perret-Liaudet, Emmanuel Rigaud, Laurent Polac,

Laurence Vary

# ▶ To cite this version:

Younes Kadmiri, Joël Perret-Liaudet, Emmanuel Rigaud, Laurent Polac, Laurence Vary. Bruit de graillonnement : Analyse de l'influence d'un coefficient de restitution aléatoire de type Gaussien. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03390921

# HAL Id: hal-03390921 https://hal.science/hal-03390921

Submitted on 21 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Bruit de graillonnement : Analyse de différents modèles de coefficient de restitution.

#### Y. KADMIRI<sup>a,b</sup>, J. PERRET-LIAUDET<sup>a</sup>, E. RIGAUD<sup>a</sup>, L. POLAC<sup>b</sup>

a. Laboratoire de Tribologie et Dynamique de Systèmes (LTDS) UMR5513, Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue, 69134 ECULLY Cedex b. Renault S.A.S.

# Résumé :

Dans cette étude, nous nous intéressons au bruit dit de graillonnement lié aux régimes de type vibro-impact qui peuvent apparaître au niveau des pignons fous (pignons non chargés). Ces vibro-impacts sont générés par des variations de vitesses de l'arbre d'entrée de la boîte de vitesses liées à l'acyclisme du moteur.

La modélisation du choc entre les dents des pignons menant et fou est réalisé par un coefficient de restitution. Dans la plupart des modèles prenant en compte ce coefficient, il est supposé constant. Néanmoins, il s'avère qu'il évolue en fonction des vitesses d'impacts et des conditions de roulement et de glissement entre les dentures des pignons menant et fou.

Dans ce contexte, le but de cette étude est de présenter quelques effets de différentes lois définissant le coefficient de restitution sur la réponse dynamique du pignon fou. Nous présentons des résultats obtenus à partir d'un coefficient constant et nous complétons cette étude par des modèles considérant des lois stochastiques sur le coefficient de restitution.

# Abstract :

In this study, we consider the automotive gear rattle noise resulting from vibro-impacts that can occur between the unloaded gears under excessive speed fluctuations imposed by the shaft-fixed gears. Impacts can be modelled by a restitution coefficient law.

There exists several models for the restitution coefficient, the simplest being a constant one. In fact, it can depend on impact velocity.

In this context, this study presents some effects of the restitution coefficient law on the dynamic response of the idle gear. In the first part, we present results obtained with a constant coefficient then, we complete this study by models that consider stochastic laws.

#### Mots clefs : Graillonnement, cliquetis, coefficient de restitution, impacts, boîte de vitesse.

# **1** Introduction

De nos jours, les constructeurs automobiles accentuent leurs recherches dans le but de rester toujours compétitif, de satisfaire les attentes des clients et de répondre aux exigences imposées par les normes mises en place par le gouvernement. Le confort du client au sein d'une voiture est un point essentiel pour les constructeurs. Pour cela, de nombreux efforts ont été réalisés en acoustique pour diminuer les bruits produits par le moteur et ainsi réduire le bruit dans l'habitacle. Les bruits engendrés par la boîte de vitesses comme le graillonnement (qui étaient au préalable couverts par ceux du moteur) sont maintenant détectables par l'utilisateur.

Les architectures de boîtes de vitesses sont telles que toutes les paires de roues dentées engrènent simultanément. Pour chaque rapport de transmission, seul l'un des deux pignons a un mouvement solidaire de celui de l'arbre qui le supporte. Lorsqu'on engage un rapport, on rend solidaires le second pignon et son arbre pour qu'ils puissent transmettre le couple d'entrée à l'arbre de sortie. Pour tous les autres rapports de la boîte, il reste un pignon qui est libre de tourner autour de l'axe. On parle de pignon fou. Dans certaines conditions de fonctionnement, les fluctuations de vitesses des lignes d'arbres peuvent générer des vibrations des pignons fous conduisant à des régimes de type vibro-impact. Ces vibro-impacts sont associés au choc entre le flanc actif du pignon fou et le flan rétro du pignon complémentaire. La succession des chocs engendre, au sein de la boîte de vitesses, des vibrations susceptibles de se propager par les voies solidienne (roulements, arbres...) et/ou aérienne jusqu'au carter de boîte. Le bruit généré est appelé bruit de graillonnement.

Le graillonnement n'a pas de conséquence néfaste sur la durée de vie des engrenages car, vu qu'il n'y a pas de puissance transmise par la paire de roues considérée, les efforts associés aux chocs restent très faibles. Les chocs entre les pignons menants et fous sont considérés comme élastiques et ne provoquent pas d'endommagement. La seule nuisance associée au graillonnement est donc le bruit généré par les chocs.

Les éléments clés qui gouvernent le cliquetis d'engrenages sont l'inertie des pignons fous, l'accélération angulaire qu'impose le pignon menant, le couple de traînée qui s'exerce sur les pignons fous, les jeux entre dents et les caractéristiques élastiques et dissipatives des contacts qui gouvernent les chocs entre dents [1].

Il existe un certain nombre d'études relatif au graillonnement. Parmi celles-ci, certaines s'intéressent plus particulièrement à l'architecture de la ligne de transmission, le but recherché étant de minimiser les fluctuations de vitesse des pignons menants [2-4]. D'autres [5-6], se focalisent sur la dynamique locale du pignon fou. En général, deux types d'approches sont retenues pour modéliser les chocs [7]. Soit une approche pour laquelle le temps d'impact est supposé très court vis à vis du vol libre, et on introduit alors un simple coefficient de restitution [5-6], soit une approche prenant en compte la raideur et les caractéristiques d'amortissement du contact [3]. D'autres travaux se sont intéressés au couple de traînée [8], à la prise en compte d'une source excitatrice périodique multi fréquentielle [16] et des effets provoqués par l'excentricité des roues sur le bruit de graillonnement [15].

Dans ce contexte, le principal objectif de cette étude est d'analyser l'influence de divers modèles de coefficient de restitution sur ce phénomène. Tout d'abord, les résultats présentés sont ceux obtenus pour un coefficient constant. Dans un second temps, l'utilisation d'une loi issue de l'expérience définissant une relation entre la vitesse relative des pignons et le coefficient de restitution permet de décrire les impacts. Enfin, une loi stochastique est introduite.

# 2 Modèle dynamique

# 2.1 Hypothèses

Pour modéliser le comportement dynamique du pignon fou, plusieurs hypothèses ont été faites. La durée d'impact est supposée très courte devant celle du vol libre du pignon fou, ainsi il est envisageable de décrire les impacts à l'aide d'un coefficient de restitution. On suppose que la force de traînée qui s'exerce est constante sur le pignon tout au long de son vol libre. Cette hypothèse est valide si la vitesse de rotation moyenne est beaucoup plus élevée que les amplitudes de la fluctuation de vitesse. De plus, les interactions entre la réponse dynamique du pignon fou et le mouvement du pignon menant sont négligées. Le jeu de battement (jeux entre dentures) est supposé constant et le mouvement du pignon menant est imposé par une fonction périodique.

Basé sur l'ensemble de ces hypothèses, un modèle à un degré de liberté a été développé pour décrire le mouvement du pignon fou.

#### 2.2 Equation du mouvement

Le modèle dynamique est décrit figure 1 où x(t) représente le déplacement vibratoire du pignon fou exprimé selon la ligne d'action et qui correspond à ses fluctuations angulaires autour de sa position théorique, m constitue une masse équivalente associée à l'inertie du pignon fou, F est une force constante représentative du couple de traînée, y(t) représente la fonction déplacement périodique du pignon menant qu'impose l'acyclisme moteur et j est le jeu de battement qui reste constant au cours du mouvement. L'équation du mouvement du pignon fou pendant la phase de vol libre peut s'écrire de la manière suivante :

$$m\ddot{x} = -F$$
  $y(t) < x(t) < y(t) + j$  (1)

Dans cette étude, la source excitatrice est considérée comme purement harmonique :

$$y(t) = H \cos(\omega t - \varphi)$$
<sup>(2)</sup>

où *H* et  $\varphi$  sont l'amplitude et la phase de l'harmonique, et  $\omega$  est la pulsation fondamentale de la source excitatrice relevée sur le pignon menant. Notons que dans le contexte réel, l'amplitude et la phase, dépendent de la pulsation fondamentale, fonction de la réponse de la ligne de transmission. Dans cette étude, nous restons dans une approche très locale du problème et nous supposons ces grandeurs constantes.



Fig.1 : Modèle à 1 degré de liberté

De plus, nous introduisons une loi décrivant les impacts entre les pignons menant et fou :

$$\dot{x}_{t^{+}} - \dot{y}_{t^{+}} = -r(\dot{x}_{t^{-}} - \dot{y}_{t^{-}})$$
(3)

Avec

$$t^{+} = t^{-} + \delta t \qquad \delta t \to 0 \tag{4}$$

r représente le coefficient de restitution. il prend en compte les effets de dissipation pendant l'impact.

Enfin, il convient d'écrire les conditions du contact permanent entre le pignon fou et le pignon menant. Pour le flanc actif, comme pour le flanc rétro des dentures, ces conditions s'expriment à partir de la réaction R(t) s'exerçant sur le pignon fou qui doit être positive. Ainsi, pour les flancs actifs :

$$0 < R(t) = F + m \ddot{y}(t) \tag{5}$$

Et pour les flancs rétros :

$$0 > R(t) = F + m \ddot{y}(t) \tag{6}$$

#### 2.3 Le coefficient de restitution

De nombreux modèles choisissent de décrire les impacts à l'aide d'un coefficient de restitution. Dans la plus part des études, ce coefficient est défini comme constant. Pourtant, il a été démontré que ce dernier dépend des vitesses d'impact.

Dans un premier temps, nous choisissons un coefficient de restitution constant. La valeur moyenne choisie provient de mesures préalablement effectuées entre deux billes en acier trempé [7]. Puis nous étudions le comportement dynamique du pignon fou lorsque le coefficient de restitution dépend d'une loi stochastique [12].

Le point de contact entre les pignons fou et menant varie au cours du fonctionnement de la boîte de vitesses. En effet, les impacts peuvent avoir lieu en tête de dent, au primitif ou encore en pied de dent. La raideur locale et les vitesses de glissement diffèrent selon le point d'impact. Pour ces raisons, le coefficient de restitution devrait varier aussi. Nous faisons l'hypothèse que ce coefficient suit une loi gaussienne. La densité de probabilité est obtenue en utilisant la méthode Box-Muller permettant ainsi de déterminer le coefficient de restitution :

$$r = \mu + \sigma \sqrt{-2 * Log(u_1) \cos(2\pi u_2)}$$
<sup>(7)</sup>

Où  $\mu$  est la valeur moyenne,  $\sigma^2$  la variance,  $u_1$  et  $u_2 \in [0, 1]$  sont des variables aléatoires suivant une distribution uniforme.



Fig.2 : Densité de probabilité théorique (trait fin) et densité de probabilité obtenue par la méthode Box-Muller (trait gras) en fonction du coefficient de restitution ( $\mu = 0.85$ ,  $\sigma = 0.03$ ).

#### 2.4 Equations adimensionnées et méthodes numériques

Soient les variables adimensionnées suivantes :

$$\widetilde{x} = \frac{x}{H} , \quad \widetilde{y} = \frac{y}{H} , \quad \widetilde{j} = \frac{j}{H} , \quad \widetilde{t} = \omega t , \quad \widetilde{R} = \frac{R}{F}$$
(8)

et le nombre sans dimension :

$$\Lambda = \frac{mH\,\omega^2}{F} \tag{9}$$

Les équations (1), (3), (5) et (6) peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$\Lambda \ddot{\widetilde{x}}_{t_0} = -1 \qquad \widetilde{y} < \widetilde{x} < \widetilde{y} + \widetilde{j}$$
<sup>(10)</sup>

$$\dot{\tilde{x}}_{t^{+}} - \dot{\tilde{y}}_{t^{+}} = -r(\dot{\tilde{x}}_{t^{-}} - \dot{\tilde{y}}_{t^{-}})$$
(11)

$$\widetilde{R} = 1 + \Lambda \ddot{\widetilde{y}} \tag{12}$$

Où le « point » désigne la dérivation par rapport au temps adimensionné.  $t^+$  et  $t^-$  désigne le temps après et avant l'impact.

En vue d'analyser les réponses dynamiques du pignon fou, la solution est construite par morceaux, à partir des conditions initiales. Les temps auxquels ont lieu les impacts sont obtenus à partir d'un algorithme de recherche de zéro (Méthode de la sécante). Dans cette étude, nous nous sommes restreint à explorer les solutions sans utiliser les techniques dédiées au non linéaire, comme par exemple les méthodes de continuation.

#### 2.5 Les impulsions

Des impulsions adimensionnées associées aux impacts est introduite pour caractériser les forces excitatrices transmisses à la boîte de vitesses.

Comme la durée de l'impact est supposée très courte, l'impulsion sans dimension peut s'exprimer ainsi :

$$I = \lim_{\delta t \to 0} \left\{ m \left( \dot{x} (t^- + \delta t) - \dot{x} (t^-) \right) \right\} \quad , \quad \tilde{I} = \frac{I}{m \,\omega H}$$
(13)

### 3 Résultats

#### 3.1 Dynamique induite par un coefficient de restitution constant

La figure 3 montre l'évolution des impulsions adimensionnées en fonction du paramètre  $\Lambda$ . Cinq branches sont observées. La branche A correspond à un mouvement sans perte de contacts. La branche B présente des réponses périodiques avec des impacts sur le flanc actif suivis par du contact permanent. Lorsque  $\Lambda$  augmente, ces réponses subissent une cascade de bifurcations « flip » menant à un mouvement chaotique, illustré branche C. Le pignon fou traverse le jeu de battement. Les réponses obtenues présentent des impacts sur le flanc actif et sur le flanc rétro du pignon menant. Ainsi, les impulsions adimensionnées sont d'une part positives lorsque les impacts ont lieu sur le flanc actif et d'autre part négatives, lorsqu'ils sont sur le flanc rétro. En continuant d'augmenter  $\Lambda$ , une cascade harmonique apparaît. La branche D illustre une réponse 2T-périodique avec deux impacts par période sur les deux flancs. Puis, une réponse 1T-périodique naît avec deux impacts par période (branche E).

Dans le but d'illustrer ces résultats, la section de Poincaré et la densité de probabilité des impulsions sans dimension sont tracées.

Pour  $\Lambda$ =1.5 (branche C), La section de Poincaré présente un attracteur étrange. Les impacts ont lieu sur les deux flancs du pignon menant (Fig.4). La réponse dynamique obtenue est chaotique. La densité de probabilité présente de nombreuses irrégularités ce qui confirme le résultat précédent (Fig.5). A partir de cette même figure, nous constatons que les impacts sur le flanc actif (impulsions positives) sont plus nombreux et plus intenses que ceux présents sur le flanc rétro.



Fig.3 Impulsions adimensionnées en fonction de  $\Lambda$ 



Fig.4 : Section de Poincaré pour  $\Lambda$ =1.5 (branche C)



Fig.5 : Densité de probabilité des impulsions adimensionnées pour  $\Lambda$ =1.5 (branche C)

#### 3.2 Dynamique induite par un coefficient aléatoire

L'allure générale de la carte des impulsions en fonction de  $\Lambda$ , présentée figure 6, semble similaire à celle décrite figure 3. Le contact permanent entre le pignon fou et le pignon menant continue d'exister pour  $\Lambda$ <1 (Fig.6 branche A). Dès lors que des régimes vibro-impacts apparaissent, des réponses périodiques présentant des impacts sur le flanc actif suivis de phase de collage naissent (Fig.6 branche B). Ensuite, pour un large domaine de  $\Lambda$ , nous retrouvons des solutions avec des impacts sur les deux flancs du pignon menant, comme nous avions pu le constater avec un coefficient constant (Fig. 6 branche C). Néanmoins, le comportement dynamique du pignon fou semble bien plus diffus que celui observé pour la branche C figure 3. Ceci provient de la variabilité du coefficient de restitution.



Fig.6 : Impulsions adimensionnées en fonction de  $\Lambda$ 



Fig.7 : Section de Poincaré pour  $\Lambda$ =1.5 (branche C)



Fig.8 : Densité de probabilité des impulsions adimensionnées pour  $\Lambda$ =1.5 (branche C)

La section de Poincaré (Fig.7) diffère de celle présentée figure 4. Cette section ne présente plus d'objet fractal. De même, la densité de probabilité, observée figure 8, présente beaucoup moins d'irrégularités. La dispersion des impulsions est bien plus lisse que celle montrée figure 5.

En augmentant le paramètre  $\Lambda$ , les réponses périodiques correspondant à celles obtenues pour un coefficient de restitution constant sont détériorées. Quatre larges bandes apparaissent à la place de quatre branches synonymes de réponses 2T-périodique avec deux impacts par période (Fig.6 branche D). Nous observons le même phénomène pour la branche E. Dans le cas d'une utilisation d'un coefficient de restitution aléatoire, les réponses 2T-périodique et 1T-périodique avec deux impacts par période disparaissent. Ainsi, pour  $\Lambda$ =2.5, la section de Poincaré ne présente pas quatre points mais bien un amas de points (Fig.9) démontrant la non-périodicité de la réponse dynamique du pignon fou.



Fig.9 : Section de Poincaré pour  $\Lambda$ =2.5 (branche D)

# Conclusion

Dans ce papier, nous avons présenté une étude théorique relative au cliquetis d'engrenage ou graillonnement. Un modèle simplifié à un degré de liberté a été introduit. Il est basé sur la modélisation des chocs par un coefficient de restitution. Nous avons pu constater que l'utilisation d'un coefficient de restitution aléatoire ne changeait pas façon radicale le comportement dynamique du pignon fou. Néanmoins, les réponses dynamiques sont dégradées par rapport à celles obtenues pour un coefficient de restitution constant (disparition de réponses périodiques). Ici, nous avons choisi de décrire ce coefficient à l'aide d'une loi gaussienne cependant il serait intéressant d'introduire un coefficient dépendant des conditions cinématiques du contact (contact en pied de dent, en tête de dent ou au primitif, mise en jeu des vitesses de glissement et de roulement).

#### Remerciements

Les auteurs remercient Renault S.A.S. pour leur soutien financier. Ils remercient également l'Agence Nationale de la Recherche pour son soutien dans le cadre du projet DyVIn.

# References

[1] Rust A., Brandl F.K., Thien G.E., Investigations into gear rattle phenomena – key parameters and their influence on gearbox noise, *IMechE*, C404/001, 113-120 (1990).

[2] Sakai T., Doi Y., Yamamoto K., Ogasawara T., Narita M., Theoretical and experimental analysis of rattling noise of automotive gearbox, *SAE Technical* Paper Series 810773, 85-91 (1981).

[3] Singh R., Xie H., Comparin R.-J., Analysis of automotive neutral gear rattle, *J. Sound Vib.*, 131(2), 177-196 (1989).

[4] Padmanabhan C., Singh R., Influence of clutch design on the reduction and perception of automotive transmission rattle noise, *Noise-con* 93, Williamsburg, VA (1993).

[5] Pfeiffer F., Modelling problems of rattling in gear-boxes, MPT'91, JSME Int. Conf. on Motion and Power Transmissions, Hiroshima, Nov. 23-26, 43-48 (1991).

[6] Weidmer G., Lechner G., Rattling vibrations in automotive transmissions, MPT'91, *JSME Int. Conf. on Motion and Power Trans.*, Hiroshima, Nov. 23-26, 37-42 (1991).

[7] Goldsmith W., Impact – The theory and physical behaviour of collinding solids, London, Edward Arnold Ltd. (1960).

[8] Dogan S. N., Ryborz J., Bertsche B., Rattling and clattering noise in automotive transmissions – Simulation of drag torque and noise, *Transient Processes in Tribology*, G. Dalmaz et al. Editors, Elsevier, 109-119 (2004).

[9] Barthod M., Hayne B., Tébec J.-L., Pin J.-C., Experimental study of dynamic and noise produced by a gearing excited by a multi-harmonic excitation, Applied Acoustics, doi:10.1016/j.apacoust.2006.04.012 (2006).

[10] Barthod M., Tébec J.-L., Auditory perception of noise known as rattle in gearboxes, *Acta Acustica*, 90(1), (2005).

[11] Irimescu L., Musca I., Alaci S., Aspects theoriques et expérimentaux concernant le coefficient de restitution, *The annals of university « Dunarea De Jos » of Galati*, fascicle VIII, ISSN 1221-4590, Tribilogy.

[12] Thistleton W., A.Marsh J., Nelson K., Tsallis C., Generalized Box-Müller method for generating q-Gaussian random deviates.

[13] Yand D.C.H., Lin J.Y., Hertzian Damping, tooth friction and bending elasticity in gear impact dynamics, *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol.109/189, (1987).

[14] Yand D.C.H., Sun Z.S., A rotary model spur gear dynamics, *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol.107/529, (1985).

[15] Perret-Liaudet J., Rigaud E., Some effects of gear eccentricities on automotive rattle noise,  $10^{eme}$  int. ASME PTG, 34794, september 4-7, Las Vegas (2007) 9 pages.

[16] Perret-Liaudet J., Kadmiri Y., Rigaud E., Automotive rattle noise and effects of the multi-harmonics periodical excitation source,  $37^{th}$  International Congress and Exposition on Noise Control Engineering, October 26-29, Shanghai (2008).