



**HAL**  
open science

# Impact de la viscoélasticité sur les modes instables des systèmes de freinage

Franck Renaud, Gaël Chevallier, Jean-Luc Dion

► **To cite this version:**

Franck Renaud, Gaël Chevallier, Jean-Luc Dion. Impact de la viscoélasticité sur les modes instables des systèmes de freinage. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03390906

**HAL Id: hal-03390906**

**<https://hal.science/hal-03390906>**

Submitted on 21 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Impact de la viscoélasticité sur les modes instables des systèmes de freinage

FRANCK RENAUD, GAËL CHEVALLIER, JEAN-LUC DION

Institut Supérieur de Mécanique de Paris (LISMMA), 3 rue Fernand Hainaut - 93400 SAINT OUEN

## Résumé :

*Les matériaux viscoélastiques sont omniprésents dans les systèmes mécaniques. Les fabricants de système de freinage les utilisent notamment pour faire disparaître les modes propres qui génèrent un bruit inconfortable : le crissement. Le but de cette étude est de montrer l'impact sur les modes instables des deux phénomènes liés à la viscoélasticité : l'amortissement et la rigidification en fonction de la fréquence. Pour cela, une formulation d'état du modèle de Maxwell généralisé est utilisée au sein d'un modèle éléments finis d'un système de frein simplifié. Pour des raisons de coût de calcul, ce modèle est étudié sur le sous-espace constitué des premiers modes réels du système sans viscoélasticité et sans frottement. Plusieurs résultats non-intuitifs sont observés et commentés.*

## Abstract :

*Viscoelastic materials are everywhere in mechanical systems. Manufacturers of braking systems use them to kill the unstable modes that lead to discomfortable noise : the squeal. The aim of this study is to show the influence of damping and rigidification, two phenomenon linked to viscoelasticity, on unstable modes. To do that, a state-space formulation of Generalized Maxwell Model is used conjointly to an finite element model of a simplified brake system. For numerical cost reasons, this model is studied on the subspace of the first real modes of the system without viscoelasticity and without friction.*

**Mots clefs :** Viscoélasticité, Maxwell généralisé, Amortissement, Rigidification, Analyse aux valeurs propres complexes, Stabilité

## Nomenclature

$\mathbf{M}$  : Matrice de masse.

$F_{ext}$  : Efforts extérieurs.

$u$  : Déplacement nodal.

$\delta u$  : Composante dynamique du déplacement nodal.

$p$  : Variable de Laplace.

$\mathbf{K}_c$  : Raideur de contact normal.

$\mu$  : Coefficient de frottement.

$q$  : Déplacement généralisé.

$\alpha_i$  : Terme de rigidification du modèle viscoélastique.

$\tau_i$  : Constante de temps du modèle viscoélastique.

$\mathbf{K}_{vk}$  : Matrice de raideur du  $k^{eme}$  matériau viscoélastique.

$\mathbf{K}$  : Matrice de raideur.

$F_{cont}$  : Efforts de frottement.

$u_0$  : Position de glissement stationnaire.

$\ddot{u}$  : Accélération nodale.

$\mathbf{K}_s$  : Raideur structurelle.

$\mathbf{K}_f$  : Raideur de contact tangentiel.

$\Phi$  : Base tronquée des modes sans frottement.

$\sigma$  : Tenseur des contraintes de Cauchy.

$\epsilon$  : Tenseur des déformations linéarisées.

$\mathbf{H}$  : Tenseur de Hooke.

## Introduction

Une grosse partie du développement d'un système de freinage vient de la volonté de supprimer le crissement lors de son utilisation, ce bruit étant très inconfortable. Les fabricants utilisent, dans ce but, des solutions mises au point empiriquement, comme l'ajout de matériaux viscoélastiques dans des endroits clés, par exemple des multicouches caoutchouc-métal-colle appelés shims collés sur les plaquettes de freins. Ces matériaux ont des taux d'amortissement très élevés, mais leur comportement reste très mal compris. Il s'avère difficile de choisir ce matériau uniquement par les prédictions de modèles numériques classiques, à savoir élastique avec amortissement modal. Une meilleure modélisation de la viscoélasticité serait à même de pouvoir guider les choix de matériaux afin de limiter le nombre de tentatives expérimentales.

Le crissement de frein a été modélisé de très longue date et les premiers articles recensés par Kinkaid dans sa revue de 2002 [1] datent du début du siècle. Les modèles ont bien évolué depuis ceux où l'instabilité était expliquée par un coefficient de frottement décroissant en fonction de la vitesse, jusqu'aux modèles éléments finis

qui présentent un million de degrés de liberté. A l'époque, certains mettaient en cause l'arc-boutement, comme Spurr [2]. North [3] est le premier à introduire le fait que la vibration instable soit auto-excitée. La théorie de North a fait son chemin jusqu'au couplage de modes que l'on peut mettre en évidence sur des modèles dits minimalistes à quelques degrés de libertés, par exemple celui de Hoffmann [4], ou sur des modèles éléments finis, par exemple celui de Chevallier [5]. D'autres, comme Linck [6] ou Vermot des Roches [7], mettent en avant les effets des non linéarités sur la stabilité du système en étudiant le comportement transitoire de modèles éléments finis à contact unilatéral. Ces deux dernières hypothèses sont complémentaires dans le sens où l'étude de la coalescence de modes par des modèles linéaires permet de prédire quels seront les modes divergents que l'on devrait étudier par des modèles non-linéaires qui permettent la mise en évidence de cycles limite.

Vu la finesse de la description géométrique des modèles actuels, la prise en compte de la viscoélasticité devient de plus en plus nécessaire à leur amélioration. Matozo [8] a mis en évidence des taux d'amortissement jusqu'à 3% sur les plaquettes de frein. Ainsi, certains modes décrits comme instables dans les modèles élastiques peuvent devenir stables dans des modèles viscoélastiques. Thouviot [9] a montré que la modélisation de l'amortissement et de la rigidification des plaquettes est possible via le modèle de Maxwell généralisé, mais Chevallier [10] nous dit que la viscoélasticité peut non seulement amortir certains modes, mais aussi en déstabiliser d'autres. Fritz [11], via l'amortissement modal, a mis en évidence que les modes couplés et amortis de manière égale gagnent en stabilité, alors que des modes amortis inégalement peuvent se coupler et déstabiliser le système.

Avec le modèle décrit ici, l'utilisation du modèle de Maxwell généralisé permet une prise en compte réaliste de l'amortissement et de la rigidification. La mise en équation est présentée, puis des résultats sur un frein simplifié sont étudiés.

## Etat de l'art sans viscoélasticité

Les éléments finis permettent la résolution de l'équation différentielle d'un système en contact frottant :

$$\mathbf{M}\ddot{u} + \mathbf{K}u = F_{\text{ext}} + F_{\text{frot}} \quad (1)$$

$F_{\text{ext}}$  représente les forces extérieures telles que la pression exercée sur les plaquettes et  $F_{\text{cont}}$  représente les forces de contact frottant modélisées par Coulomb et qui rendent le système non linéaire. Le système est ensuite linéarisé autour de la position de frottement stationnaire,  $u_0$ , obtenue par le calcul suivant dans ABAQUS<sup>®</sup> :

$$\mathbf{K}u_0 = F_{\text{ext}} + F_{\text{cont}} \quad (2)$$

La stabilité étant déterminée par la partie réelle des valeurs propres du système, les équations sont passées dans le domaine fréquentiel de Laplace :

$$(p^2\mathbf{M} + \mathbf{K})\delta u = 0 \quad (3)$$

Ici,  $\mathbf{K}$  n'est pas symétrique car en plus des termes de structure et de contact, elle contient les termes de frottement :

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_c + \mu\mathbf{K}_f \quad (4)$$

Il est à présent possible de calculer les modes propres complexes de l'équation 3. Cependant, ce calcul est extrêmement coûteux en ressource et en temps du fait du nombre important de degrés de libertés du modèle éléments finis. C'est pourquoi le calcul des modes propres réels sans frottement est préalablement mené (cf. equation 5). La base modale ainsi calculée sera tronquée afin de servir de sous-espace au calcul ultérieur qui prendra en compte cette fois-ci le frottement.

$$(p^2\mathbf{M} + \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_c)\delta u = 0 \quad (5)$$

Le problème aux valeurs propres complexes avec frottement est alors projeté sur la base modale tronquée  $\Phi$ . L'analyse est alors beaucoup plus rapide car menée sur un sous-espace :

$$\begin{cases} \delta u = \Phi q \\ \Phi^t(p^2\mathbf{M} + \mathbf{K}_s + \mathbf{K}_c + \mu\mathbf{K}_f)\Phi q = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Dans sa thèse, Lorang [12] a mis en évidence que les erreurs de calcul inhérentes à la projection du problème sur la base de Ritz n'étaient pas très importantes. En effet, l'enrichissement de cette base modale, par les techniques décrites par Bobillot [13], ne modifiait pas sensiblement les résultats avec frottement mais sans viscoélasticité.

## Modélisation de la viscoélasticité

Le modèle de Maxwell généralisé a été retenu pour modéliser la viscoélasticité des matériaux. Comparativement à l'amortissement modal ou structurel, ce modèle est très réaliste car il permet la modélisation des deux phénomènes induits par la viscoélasticité, à savoir l'amortissement et la rigidification en fonction de la fréquence. Maxwell généralisé fournit un module complexe qui s'écrit :

$$\sigma = \mathbf{H} \left( 1 + \sum_{i=1}^{n_p} \frac{\alpha_i \tau_i p}{1 + \tau_i p} \right) \varepsilon \quad (7)$$

Le modèle de Maxwell généralisé peut s'écrire de beaucoup de manières différentes, notamment à l'aide de pôles et de zéros, mais aussi de manière rhéologique avec des ressorts et des amortisseurs. Renaud [14] a décrit une méthode qui permet d'obtenir les paramètres de ce modèle à partir de courbes de phase ou de module. Le modèle de Maxwell généralisé peut être défini par son ordre  $n_p$  qui devra être élevé si l'on souhaite modéliser le comportement viscoélastique sur un grand domaine fréquentiel.  $\tau_i$  a le même sens physique que celui des séries de Prony, il représente un temps de réponse.  $\alpha_i$  modélise quant à lui la rigidification à partir du module statique. A titre de comparaison, les  $\alpha_i$  des séries de Prony modélisent l'assouplissement à partir du module à une fréquence infini.  $\mathbf{H}$  est le tenseur de Hooke du matériau en statique. Ce modèle offre le même potentiel de représentativité que le modèle Anelastic Displacement Field (ADF) ou que les dérivées fractionnaires.

## Modélisation d'une pièce viscoélastique

Il est possible de réécrire l'équation 3 en faisant apparaître les termes viscoélastiques modélisés par Maxwell généralisé (cf. equation 7) puis en la projetant sur la base tronquée de Ritz, comme il avait été précédemment fait pour l'équation 6.

$$\Phi^t \left( p^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}_e + \left( 1 + \sum_{i=1}^{n_p} \frac{\alpha_i \tau_i p}{1 + \tau_i p} \right) \mathbf{K}_v + \mathbf{K}_c + \mu \mathbf{K}_f \right) \Phi q = 0 \quad (8)$$

Malgré cela, les solveurs aux valeurs propres ne peuvent pas traiter l'équation 8 sous cette forme qui est différente de celle d'une équation d'ordre 2. Il faut alors commencer par la réécrire en la multipliant par les termes des dénominateurs de la relation 7, avant d'effectuer la projection sur la base de Ritz.

$$\Phi^t \left( \prod_{j=1}^{n_p} (1 + \tau_j p) \right) \left( p^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}_e + \left( 1 + \sum_{i=1}^{n_p} \frac{\alpha_i \tau_i p}{1 + \tau_i p} \right) \mathbf{K}_v + \mathbf{K}_c + \mu \mathbf{K}_f \right) \Phi q = 0 \quad (9)$$

Cette équation d'ordre  $(n_p + 2)$  peut alors être réduite à l'ordre 1 en lui ajoutant  $(n_p + 1)$  états. Après projection sur les  $N_\Phi$  premiers modes de la base de Ritz, le modèle élément finis initial, possède  $N_\Phi$  degrés de libertés, donc le modèle d'état sera de taille  $N_\Phi * (n_p + 2)$ . Ceci met en évidence que l'ordre du modèle de Maxwell est d'importance capitale car il détermine l'ordre la taille finale du modèle d'état.

## Description du modèle éléments finis

Comme le montre la figure 1, le modèle éléments finis du système de frein simplifié étudié est continué de plusieurs pièces maillées différemment. Il est composé d'un disque, de 2 plaquettes de freins, de 2 couches viscoélastiques et d'un étrier qui fait le lien mécanique entre les 2 couples "plaquette + matériau visco". Le disque, les plaquettes et le matériaux viscoélastiques sont maillés en hexaédrique quadratique (HEXA 20) contrairement à l'étrier qui a été maillé en tétraédrique quadratique (TET 10). Ce modèle comporte moins de 35 000 degrés de liberté.

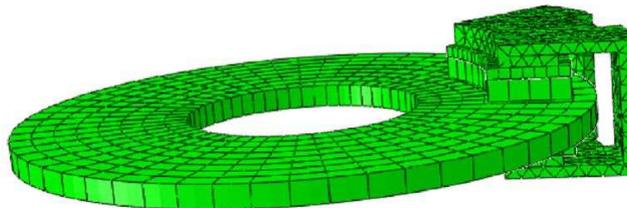


FIG. 1 – Modèle éléments finis d'un système de frein simplifié

Le contact est géré par une méthode de pénalité dans la direction normale et les efforts tangentiels grâce aux multiplicateurs de Lagrange. On considère une rotation constante du disque. La solution de glissement stationnaire du modèle étudié a été calculée par ABAQUS<sup>®</sup>, elle sert à la linéarisation des équations pour le calcul des modes propres sans frottement dans le même logiciel. Ensuite, des routines écrites en Python permettent de lire la base modale ainsi calculée dans le logiciel MATLAB<sup>®</sup>. Les matrices de masse et de raideur sont également exportées afin que l'analyse modale complexe puisse être menée entièrement sous MATLAB<sup>®</sup>. Les matériaux viscoélastiques décrivent une phase constante de 150 à 15000Hz (cf. figure 2). Cette phase est fixée à 25° au maximum. Dans l'étude paramétrique, elle sera fixée à un pourcentage de ces 25° afin d'étudier l'influence de la viscoélasticité. Cette phase va de paire avec une rigidification qui n'est pas représentée ici.

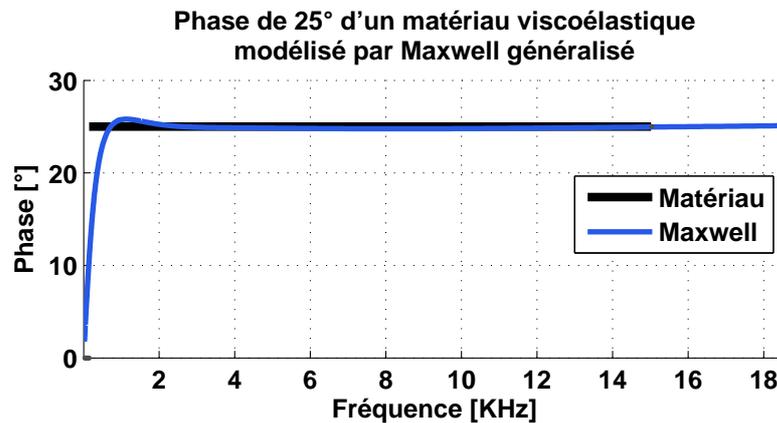


FIG. 2 – Phase générée par le modèle de Maxwell généralisée

## Analyse paramétrique

La viscoélasticité du matériau pris en sandwich entre la plaquette et l'étrier modifie la fréquence et l'amortissement des modes du système. Nous nous proposons d'en étudier l'impact grâce aux fréquences et aux taux d'amortissements des modes. Un mode divergent à un taux d'amortissement,  $\xi$ , négatif ( $\xi = -2\Re(p)/\Im(p)$ ).

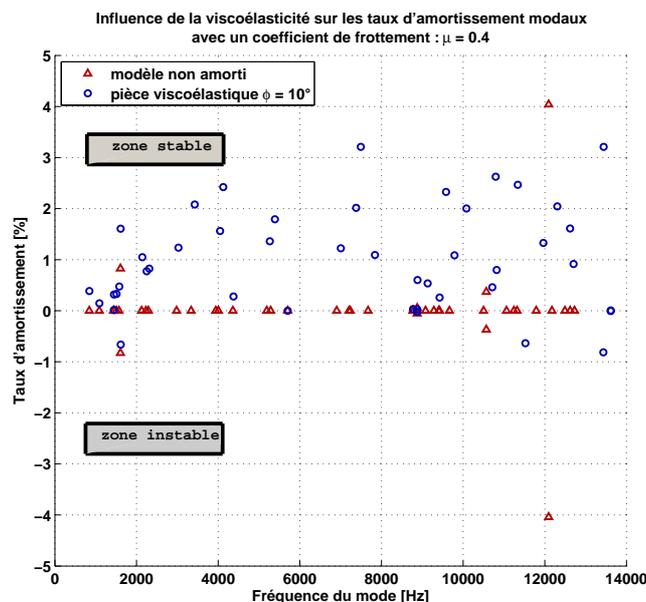


FIG. 3 – Stabilité des modes avec et sans prise en compte de la viscoélasticité

Intuitivement, on pourrait penser que la viscoélasticité, de part l'amortissement qu'elle apporte, ne fait que

stabiliser le système, pourtant la figure 3 montre que dans notre cas, il y a autant de modes divergents avec ou sans sa prise en compte. De plus, l'un de ces modes semble être encore plus instable avec la viscoélasticité. Le deuxième phénomène induit par la viscoélasticité, à savoir la rigidification, est rarement pris en compte actuellement dans les modèles. Pourtant la figure 3 montre qu'il augmente la fréquence des modes de structure. Ainsi le dernier mode de la base passe d'environ 12800Hz à 13500Hz.

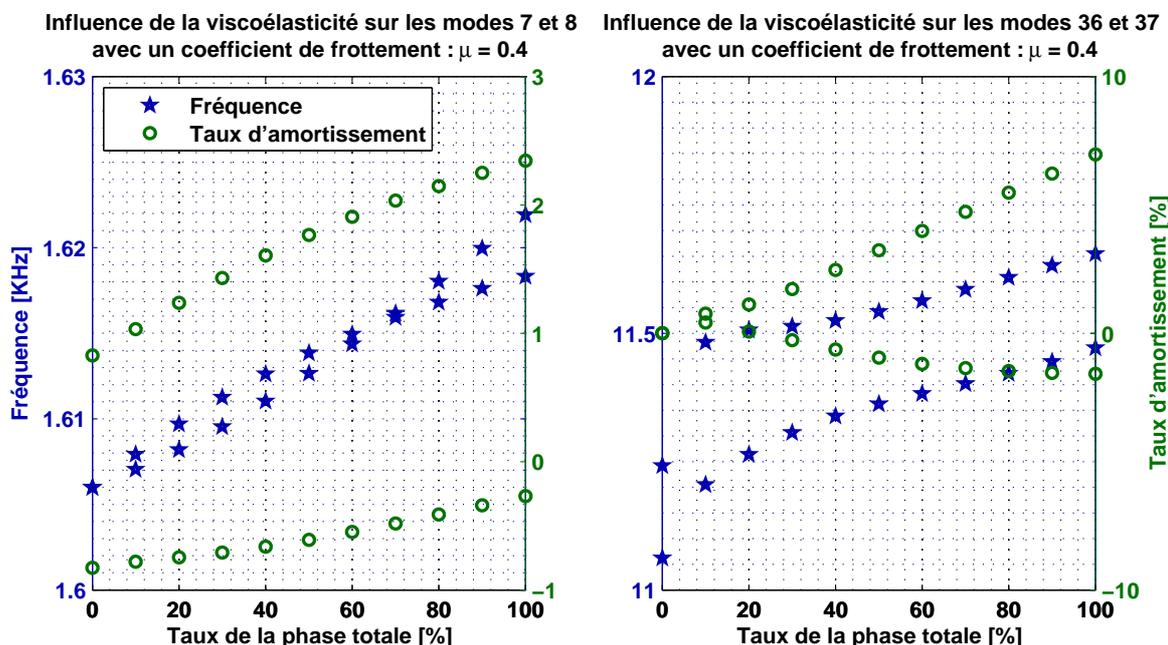


FIG. 4 – Couplage des modes 7 avec 8 et 36 avec 37, en fonction du taux de viscoélasticité totale

Nous allons étudier de plus près les couples de modes instables 7-8 et 36-37 (cf. figure 4), qui se situent respectivement à environ 1600 et 11200Hz. Les modes étant fortement couplés, il n'a pas été jugé important de les différencier sur la figure, seule l'évolution des taux d'amortissements est parlante. Le couple 7-8 reste instable quelque soit la valeur de la phase du matériau viscoélastique, qui évolue de 0 à 25°. Néanmoins son taux d'amortissement se rapprochant de 0, il devient moins instable quand la phase augmente. L'effet de rigidification est visible, ce couple de mode passe d'une fréquence de 1606Hz à 1620Hz.

Le couple de modes 36-37 a un comportement bien moins prévisible quand la phase du matériau viscoélastique augmente. L'effet d'augmentation de la fréquence du à la rigidification reste présent, mais ce couple de modes est déstabilisé par la viscoélasticité. Son taux d'amortissement est négatif pour des valeurs supérieures à 5° de phase (10% de 25°). Cet effet non-intuitif est due à la rigidification qui affecte plus rapidement le mode le plus bas en fréquence. Ainsi le premier mode atteint une fréquence proche de celle du second, ce qui lui permet de se coupler avec lui. Sans ou avec très peu de viscoélasticité, ces deux modes étaient pourtant tout à fait stables.

## Conclusion et perspectives

Ce travail propose une approche de la viscoélasticité beaucoup plus réaliste que celle qu'on s'attend d'un amortissement modal. En effet, le phénomène de rigidification des matériaux viscoélastiques va de paire avec leur déphasage. Ce phénomène qui n'a rien de négligeable, est modélisable grâce à Maxwell généralisé. Certes, il impose un coût de calcul supérieur à un modèle purement élastique, mais permet de mettre en évidence des phénomènes qui ne peuvent pas apparaître sans lui. La rigidification permet à des modes initialement découplés de se coupler.

Les limitations de son utilisation sont principalement liées au coût de calcul. Ce problème a été traité ici en étudiant le modèle sur le sous-espace composé des premiers modes propres du système sans frottement. Il est possible que ce sous-espace ne soit pas parfaitement adapté à l'étude des modes complexes viscoélastiques, même lorsque l'on garde beaucoup de modes de cette base pour la projection. A l'avenir, il sera donc intéressant d'étudier l'impact de l'enrichissement statique de ce sous-espace de projection sur les résultats présentés ici.

## Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier Thierry Pasquet et Rémi Lemaire de l'entreprise R. BOSCH S.A. pour leur soutien technique et financier.

## Références

- [1] Kinkaid N., O'Reilly O., and Papadopoulos P. Automotive disc brake squeal. *Journal of Sound and Vibration*, 267, 105–166, 2002.
- [2] Spur R. A theory of brake squeal. Technical Report 9000 B, Institution of Mechanical Engineers, 1961.
- [3] North M. Disc brake squeal - a theoretical model. Technical Report 1972/5, Motor Industry Research Association, 1972.
- [4] Hoffmann N., Fischer M., Allgaier R., and Gaul L. A minimal model for studying properties of the mode-coupling type instability in friction induced oscillations. *Mechanics Research Communications*, 2002.
- [5] Chevallier G. Etude des vibrations de broutement provoquées par le frottement sec - application aux systèmes d'embrayage. Phd thesis, University Paris 6, October 2005.
- [6] Linck V., Baillet L., and Berthier Y. Modeling the consequences of local kinematics of the first body on friction and on third body sources in wear. *Wear*, 255, 299–308, 2003.
- [7] Vermot des Roches G., Balmes E., Pasquet T., and Lemaire R. Time simulation of squeal phenomena in realistic brake models. In ISMA. ISMA, 2008.
- [8] Matozo L., Menetrier A., and Tamagna A. Analysis of high damping underlayer materials for brake pads and its effects on nvh performance. SAE Technical paper series, (2006-01-3223), 2006.
- [9] Thouviot S., Chevallier G., Renaud F., Dion J.-L., and Lemaire R. Prise en compte des comportements viscoélastiques dans la simulation dynamique des systèmes de freinage. volume submitted, 2008.
- [10] Chevallier G., Thouviot S., Dion J., and Renaud F. A numerical method to take into account the damping induced by viscoelastic materials in brake squeal. In WCCM, July 2008.
- [11] Fritz G., Sinou J.-J., Duffal J.-M., and Jézéquel L. Investigation of the relationship between damping and mode-coupling patterns in case of brake squeal. *Journal of Sound and Vibration*, 307, 591–609, 2006.
- [12] Lorang X. Instabilité vibratoire des structures en contact frottant : Application au crissement des freins de TGV. Phd thesis, Ecole Polytechnique, 2007.
- [13] Bobillot A. Méthodes de réduction pour le recalage : application au cas d'Ariane 5. Phd thesis, Ecole Centrale de Paris, 2002.
- [14] Renaud F., Chevallier G., and Dion J.-L. Méthode d'identification des paramètres d'un modèle de maxwell généralisé pour la modélisation de l'amortissement. volume submitted, 2008.