



HAL
open science

Modélisation numérique de la filtration dans les sols saturés

Samira Oukfif, Anthony Beaudoin, Ahmed Benamar, Hua Qing Wang

► **To cite this version:**

Samira Oukfif, Anthony Beaudoin, Ahmed Benamar, Hua Qing Wang. Modélisation numérique de la filtration dans les sols saturés. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03390832

HAL Id: hal-03390832

<https://hal.science/hal-03390832>

Submitted on 21 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation de l'infiltration dans les sols par une approche lagrangienne

S. Oukfif, A. Beaudoin, A. Benamar et H.Q. Wang

Laboratoire Ondes et Milieux Complexes (LOMC – FRE CNRS 3102), Université du Havre, 53 rue de Prony, BP 540, 76058 Le Havre Cedex

Résumé :

Un modèle numérique, permettant de simuler le transport de particules en suspension dans des milieux poreux saturés, est présenté. Le transport des particules est décrit par une équation de transport, couplée à une cinétique de dépôt – relargage. Pour éviter les oscillations et diffusions numériques, l'équation de transport est résolue avec une méthode particulière. Cette méthode permet aussi une introduction simple de la cinétique de dépôt - relargage. La cinétique de dépôt – relargage est résolue par un simple schéma en temps d'Euler explicite sur une grille. Ces deux équations sont résolues successivement à chaque pas de temps. Le couplage entre les deux équations est assuré par une fonction d'interpolation permettant l'échange d'informations entre les particules et la grille. Les résultats présentés concernent une analyse de la sensibilité du modèle et des simulations d'essais de filtration dans une colonne de laboratoire.

Abstract :

A numerical model devoted to the simulation of suspended particles transport in saturated granular porous media is presented. The suspended particles transport can be described by a transport equation coupled with a sorption – desorption kinetic. The transport equation is resolved with a particle method allowing a simple introduction of sorption – desorption kinetic and a resolution of the transport equation without introducing the numerical oscillations and diffusions. The sorption – desorption kinetic is resolved on a regular grid using a simple explicit Euler scheme. The resolution of these two equations is performed successively at each time step. In order to ensure the coupling between the two equations, an interpolation function is used in order to exchange the data between the particles and the grid. The results present a sensitivity analysis of the particle method and a laboratory experimental data matching.

Mots clefs : particules en suspension, cinétique de dépôt – relargage, méthode particulière.

1 Introduction

Sous certaines conditions mécaniques et physico – chimiques, des phénomènes d'arrachement et de dépôt de particules solides peuvent avoir lieu dans les sols naturels [5]. Une conséquence directe de ces deux mécanismes est la modification des propriétés physiques des sols, comme la porosité. Cela est souvent observé dans les puits d'exploitation d'eau potable ou de pétrole [7]. Le transport de particules suspendues peut être étudié à l'aide d'expériences de traçage dans des colonnes de laboratoire qui permettent le contrôle des paramètres d'essai, tel que le débit d'écoulement [3]. Le principe de ces essais est de reproduire dans une colonne remplie d'un matériau granulaire un écoulement de particules en suspension. Les courbes de restitution sont obtenues en mesurant la concentration en particules à la sortie de la colonne [1]. L'ajustement d'un modèle mathématique avec les données expérimentales permet d'obtenir les paramètres de transport [9]. Le dépôt ou l'arrachement de particules induit des modifications des propriétés physiques du matériau granulaire qui rend l'utilisation de solutions analytiques impossibles. Les modèles numériques, utilisés pour résoudre ce type de problème, sont généralement classés en deux approches : eulérienne et lagrangienne. Ces deux approches ont leurs avantages et inconvénients. Le choix d'une méthode dépend du problème considéré. Quand l'équation de transport est couplée à une cinétique de dépôt – relargage, il est difficile d'utiliser les méthodes eulériennes à cause des critères sur les pas de temps et d'espace [4]. Il est aussi connu que les méthodes eulériennes produisent une légère diffusion numérique quand la dispersivité du milieu poreux devient faible, comme c'est le cas pour les essais de traçage dans une colonne de laboratoire [3]. Pour éviter ces difficultés, les méthodes lagrangiennes sont de plus en plus utilisées [10]. Mais elles ont aussi leurs propres défauts par rapport aux méthodes eulériennes. Le traitement du terme dispersion de l'équation de transport et des conditions aux limites peut poser des problèmes. D'un autre côté, les méthodes lagrangiennes offrent un maillage adaptatif c'est-à-dire les particules mouvantes se déplacent où doit être résolue l'équation

de transport. Cette caractéristique permet de résoudre correctement le problème d'essais de traçage dans une colonne de laboratoire avec un front abrupte d'imprégnation. Pour corriger les difficultés associées avec les méthodes particulières classiques, nous proposons d'utiliser une méthode particulière, appelée vortex method et introduite par les mécaniciens des fluides [3] [8].

2 Modèle mathématique

Dans un milieu poreux saturé, homogène et soumis à un écoulement constant, la migration de particules suspendues peut être décrite par une équation de convection dispersion couplée avec une cinétique de dépôt – relargage du premier ordre. Pour simplifier le problème, nous supposons une géométrie de l'écoulement 1D, qui est appropriée pour les essais de traçage en colonne:

$$\frac{\partial(w_c(t, x)C(t, x))}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_L(t, x) \frac{\partial(w_c(t, x)C(t, x))}{\partial x} \right) - \frac{\partial(U(t, x)w_c(t, x)C(t, x))}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_p w_c(t, x))}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho_p w_c(t, x))}{\partial t} = \rho_p K_{rel}(w_o - w_c(t, x)) - K_{dep} w_c(t, x)C(t, x) \quad (2)$$

où w_c est la porosité effective, w_o la porosité totale, C la concentration en particules suspendues, $D_L = \alpha_L U$ la dispersion hydrodynamique, α_L la dispersivité longitudinale, U la vitesse d'écoulement, ρ_p la densité des particules suspendues, K_{rel} et K_{dep} les coefficients de relargage et de dépôt. Si on suppose le milieu uniforme et semi-infini, les conditions initiale et aux limites sont données par:

$$C(0, x) = 0 \text{ et } C(t, \infty) = 0 \quad (3)$$

Comme à l'entrée de la colonne, deux types d'injection (injections ponctuelle et continue) peuvent être réalisées, les conditions aux limites correspondantes sont:

$$C(t, 0) = \frac{m}{Q} \delta(t) \text{ et } \left(UC - D_L \frac{\partial C}{\partial x} \right) (t, 0) = U(t, 0)C_o \quad (4)$$

où m est la masse injectée, Q le débit, $\delta(t)$ la fonction Dirac et C_o la concentration en entrée.

3 Méthode numérique

En introduisant les nouvelles variables $S = \delta(\rho_p w_c) / \delta t$ et $C_T = w_c C$, les équations (1, 3 et 4) peuvent être écrites:

$$\frac{\partial C_T(t, x)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_L(t, x) \frac{\partial C_T(t, x)}{\partial x} \right) - \frac{\partial(U(t, x)C_T(t, x))}{\partial x} + S(t, x) \quad (5)$$

$$C_T(0, t) = 0 \text{ et } C_T(t, \infty) = 0 \quad (6)$$

$$C_T(t, 0) = w_c(t, 0) \frac{m}{Q} \cdot \delta(t) \text{ et } \left(UC_T - D_L \frac{\partial C_T}{\partial x} \right) (t, 0) = U(t, 0)w_c(t, 0)C_o \quad (7)$$

Les méthodes particulières sont appropriées pour les problèmes de transport dominés par la convection. En utilisant la méthode de vitesse de dispersion, l'équation (5) est écrite sous la forme d'une équation de convection:

$$\frac{\partial C_T(t, x)}{\partial t} + \frac{\partial((U(t, x) + U_d(t, x)) \cdot C_T(t, x))}{\partial x} = S(t, x) \quad (8)$$

où U_d est la vitesse de dispersion, obtenue en identifiant l'équation (5) à l'équation (1):

$$U_d(t, x) = -D_L(t, x) \frac{\partial(C_T(t, x)) / \partial x}{C_T(t, x)} \quad (9)$$

Le terme C_T est approché à partir d'un nuage de particules P_i , définie par leur position $x_i(t)$ et leur poids $\Omega_i(t)$:

$$C_T(t, x) \approx \sum_i \Omega_i(t) \zeta_\varepsilon(x - x_i(t)) \text{ et } \zeta_\varepsilon(x) = \zeta(x / \varepsilon) / \varepsilon \quad (10)$$

Où ζ_ε et ε sont une fonction d'interpolation et un paramètre numérique proportionnel à la taille des particules. Une fois ε fixé, la forme de ζ_ε est figée. Ainsi il est facile de comprendre qu'une mauvaise répartition des particules amène à une approximation fautive de C_T . Pour éviter ce problème, une technique classique de remaillage est utilisée. L'équation (8) est écrite dans une forme lagrangienne:

$$\frac{dx_i}{dt} = U(t, x_i) + U_d(t, x_i) \quad \text{et} \quad \frac{d\Omega_i}{dt} = \int_{|P_i|} S(t) ds \quad (11)$$

où $|P_i|$ est le support de la particules P_i . La première équation est une évaluation de lignes caractéristiques, réalisée avec un schéma explicite d'Euler et le critère $\varepsilon = (\delta t D_L)^{0.5}$. La deuxième équation décrit l'évolution temporelle du poids des particules à l'aide d'un schéma simple d'Euler. La méthode particulière offre l'avantage de vérifier naturellement la condition initiale et la condition de colonne semi – infinie (Eq. 6). Pour les autres conditions aux limites, nous utilisons la technique de particules fantômes. La cinétique de dépôt – relargage (Eq. 2) est facilement résolue à l'aide d'un simple schéma explicite d'Euler sur une grille régulière:

$$w_c(t + \delta t, x) = w_c(t, x) + \delta t \left(K_{rel}(w_o - w_c(t, x)) - \frac{K_{dep}}{\rho_p} w_c(t, x) C(t, x) \right) \quad (12)$$

Les deux équations (1 et 2) sont successivement résolues à chaque pas de temps. Cela correspond à un schéma séquentiel non itératif. A l'instant $t + \delta t$, nous connaissons la position x_i et le poids Ω_i de chaque particule P_i et la porosité effective w_c sur la grille régulière. Le terme C_T est évalué sur la grille avec l'équation (10). Le terme S est ensuite évalué sur la grille avec l'équation (2):

$$S(t + \delta t, x) = \frac{\partial(\rho_p w_c(t + \delta t, x))}{\partial t} = \rho_p K_{rel}(w_o - w_c(t + \delta t, x)) - K_{del} C_T(t + \delta t, x) \quad (13)$$

En utilisant une fonction d'interpolation linéaire, le terme w_c et S sont estimés à la position x_i de chaque particule P_i . En supposant le débit Q constant, la vitesse d'écoulement U à la position x_i de chaque particule P_i est donnée par:

$$U(t + \delta t, x_i) = \frac{Q}{w_c(t, x) \pi R^2} \quad (14)$$

Toutes les données sont maintenant disponibles pour une nouvelle itération.

4 Résultats numériques et discussion

4.1 Etude de sensibilité

Afin d'étudier l'influence des paramètres numériques et physiques sur la précision du modèle numérique, les résultats numériques sont comparés à ceux obtenus par les solutions analytiques décrivant le transport de particules en suspension dans un milieu semi-infini soumis un écoulement 1D uniforme avec ou sans dépôt. La précision de la méthode est estimée en évaluant l'erreur Er_2 de norme 2:

$$Er_2 = \left(\sum (C_{anal}(X_i, t) - C_{num}(X_i, t))^2 / \sum (C_{anal}(X_i, t))^2 \right)^{0.5} \quad (15)$$

Où C_{anal} et C_{num} sont les concentrations analytique et numérique, estimées à la position des particules. Les figures (1 et 2) montrent le logarithme de l'erreur Er_2 en fonction de $1/\varepsilon$ et les courbes de restitution pour les deux types d'injection avec ou sans dépôt ($K_{dep} = 0,0152$ 1/s) et différentes valeurs de la dispersivité longitudinale ($\alpha_L = 0,01$; 0,1 et 1). Nous observons que l'erreur Er_2 est réduite en augmentant le paramètre $1/\varepsilon$. Ce comportement est identique pour toutes les injections simulées. Afin d'obtenir un temps de calcul raisonnable avec une précision correcte, $1/\varepsilon = 130$ semble être une valeur optimale (fig. 1 et 2 gauches). Pour toutes les injections simulées, les mécanismes de dépôt et de dispersion sont correctement simulés. On a bien une atténuation de la concentration maximale due au dépôt (fig. 1 et 2 droites). En augmentant la dispersivité longitudinale α_L , on augmente l'étalement de la courbe de restitution dans le cas des injections ponctuelles (fig. 1 droite). Pour les injections continues, l'augmentation de la dispersivité longitudinale se traduit par un

lissage du front d'imprégnation (fig. 2 droite). On n'observe aucune oscillation numérique en pied du front d'imprégnation même avec de faibles valeurs de α_L .

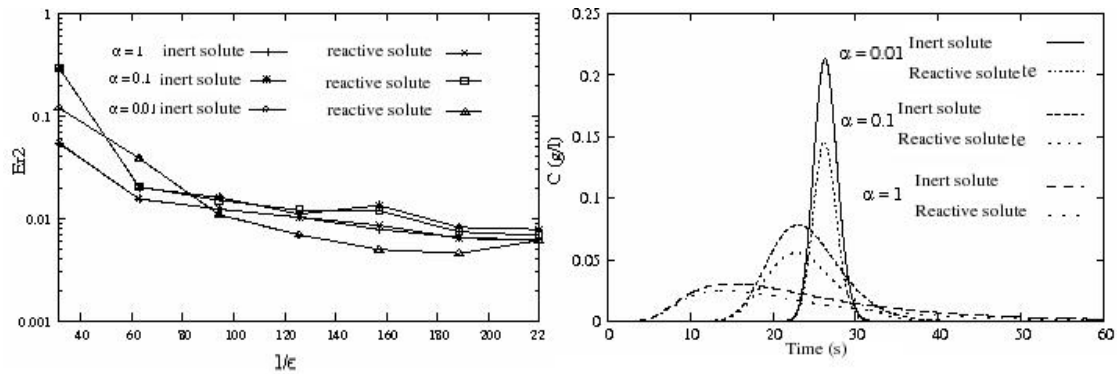


FIG. 1 – Logarithme de l'erreur Er_2 de norme 2 en fonction de $1/\epsilon$ et courbes de restitution pour les essais de traçage en injection ponctuelle avec ou sans dépôt et différentes valeurs de α_L .

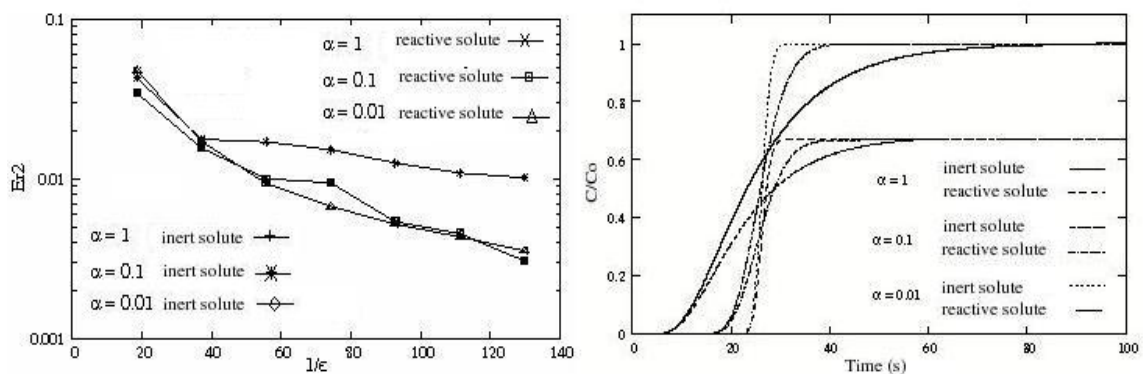


FIG. 2 – Logarithme de l'erreur Er_2 de norme 2 en fonction de $1/\epsilon$ et courbes de restitution pour les essais de traçage en injection continue avec ou sans dépôt et différentes valeurs de α_L .

4.2 Simulation d'essais de laboratoire

La validation du modèle numérique est complétée par la simulation de données expérimentales, obtenues à partir d'essais de traçage en colonnes de laboratoire [1]. Le dispositif expérimental utilisé est représenté sur la figure 3. La colonne est alimentée par un réservoir d'eau via une pompe péristaltique. Les essais sont réalisés à débit constant, contrôlé par un débitmètre. Le système de détection est composé d'un turbidimètre qui permet de mesurer la concentration en particules de l'effluent à l'aide de corrélations préétablies avec la turbidité. Pour l'injection ponctuelle, la colonne de Plexiglas est de longueur 355 mm et de diamètre intérieur 89 mm. La suspension de particules est introduite dans la colonne à l'aide d'une seringue de 20 ml. Les particules en suspension (2 à 30 μm) sont composées de limon collecté dans des formations de surface en Haute Normandie (France). Le matériau granulaire est un gravier dont la dimension des grains varie de 1 à 3,15 mm. L'injection en créneau est réalisée dans une colonne de longueur 200 mm et de diamètre intérieure 40 mm. Un deuxième réservoir contenant des particules en suspension est relié à l'entrée de la colonne. Le créneau d'injection est réalisé avec 20 volumes de pore à une concentration (0,1 à 0,3 g/l) de particules de polyamide (Rilsan) dont la taille varie de 10 μm à 35 μm . Le matériau granulaire est un sable dont la dimension des grains varie de 0,5 à 1 mm.

Les calculs effectués avec le modèle numérique sur le transfert des particules à travers le matériau granulaire (gravier ou sable) contenu dans la colonne prennent en compte les deux modes d'injection et adoptent les conditions aux limites appropriées aux essais (condition de Dirichlet ou de Neumann). Sur les figures (4 et 5), les courbes de restitution, expérimentales et numériques, sont représentées. Dans le cas des injections ponctuelles, l'augmentation du nombre de Péclet Pe se traduit par une augmentation de la concentration relative C_R de particules en suspension dans l'effluent (fig. 4). On constate que le modèle numérique est capable de reproduire la concentration relative maximale pour les différentes valeurs testées de débit Q . Pour des faibles nombres de Péclet Pe , le modèle simule correctement l'étalement de la courbe de restitution, en particulier la forme de la trainée. Cependant la légère trainée de la courbe expérimentale à forts nombres de

Péclet Pe n'est pas reproduite par le modèle numérique. Cet écart peut être expliqué par l'hypothèse de milieu homogène dans le modèle qui ne traduit pas parfaitement la structure porale du gravier (large distribution des pores). On constate également que le modèle numérique est capable de reproduire correctement le temps de séjour pour les différents débits testés Q .

Comme pour les injections ponctuelles, l'augmentation du nombre de Péclet Pe se traduit par une augmentation de la concentration relative C_R de particules en suspension dans l'effluent (fig. 5). L'injection continue montre deux phases dans le dépôt des particules. Le dépôt des particules est initialement important et aucune particule n'est détectée en sortie de colonne. Finalement la concentration relative C_R de particules en suspension augmente jusqu'à atteindre un plateau. Cela signifie que le coefficient de dépôt K_{dep} reste constant pendant un temps donné. Ce phénomène physique est correctement reproduit par le modèle numérique. L'augmentation du nombre de Péclet Pe se traduit également par un front d'imprégnation qui devient plus raide. Comme cela avait été observé dans l'étude de sensibilité, le modèle numérique est capable de simuler ce front abrupt d'imprégnation sans oscillations numériques. Dans les deux modes d'injection, on constate un bon calage des résultats numériques sur les résultats expérimentaux. Le modèle numérique peut donc être utilisé pour interpréter des essais de traçage en colonne de laboratoire.

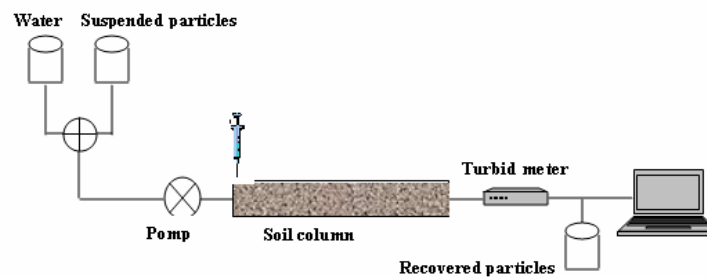


FIG. 3 – Dispositif expérimental pour les essais de traçage en injection pulse ou créneau.

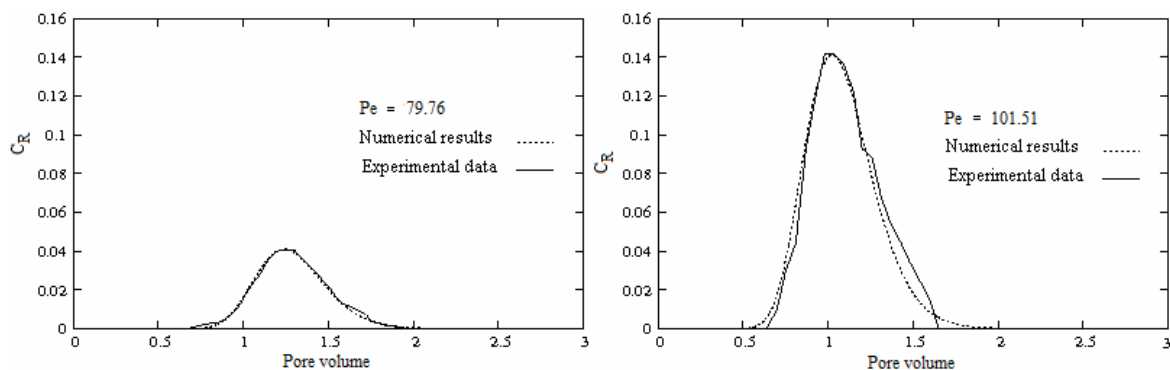


FIG. 4 – Courbes de restitution obtenues à partir d'essais de traçage en injection ponctuelle pour deux valeurs du nombre de Péclet dynamique.

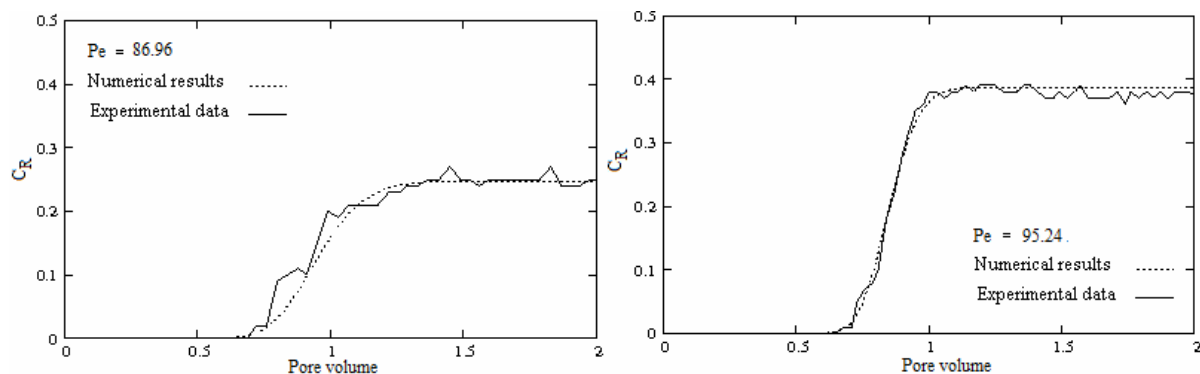


FIG. 5 – Courbes de restitution obtenues à partir d'essais de traçage en injection en créneau pour deux valeurs du nombre de Péclet dynamique.

5 Conclusion

Dans ce travail, nous présentons un modèle numérique basé sur une approche lagrangienne. Celle-ci utilise une méthode particulaire, appelée Vortex Method, qui permet de simuler correctement les mécanismes de transport des particules en suspension même en présence d'un front abrupt d'imprégnation. Ce problème peut se rencontrer lors d'une injection de particules en suspension dans une colonne de laboratoire pour lequel des perturbations numériques apparaissent dans les modèles classiques. Le modèle numérique doit alors être assez robuste pour ne pas fausser l'interprétation des essais expérimentaux. Une étude de sensibilité, testant l'influence des paramètres physiques et numériques, montre que la méthode particulaire permet de remédier à cette difficulté. Cette étude de sensibilité a également été complétée par une simulation de deux essais expérimentaux effectués avec deux modes d'injection de particules différents. Cette confrontation expérimentale/numérique montre que le modèle numérique peut être utilisé comme un outil d'interprétation d'essais de traçage en colonnes de laboratoire. L'intérêt de cette approche numérique par rapport à une approche analytique est qu'on peut simuler les variations des propriétés physiques du matériau granulaire, telle que la porosité, durant l'essai. En effet lors d'essais de filtration de particules en suspension, le dépôt de particules produit une réduction de la porosité. Cette première étape dans l'exploitation du modèle rend compte de processus pour lesquels des solutions analytiques existent. Cependant l'objectif final de ce travail est de disposer d'un outil d'interprétation d'essais de filtration de particules en suspension dans des colonnes de laboratoire où des variations significatives des propriétés physiques du matériau granulaire peuvent avoir lieu.

References

- [1] AHFIR N.D., WANG H.Q., BENAMAR A., ALEM A., «Transport and deposition of suspended particles in saturated porous media: hydraulic effect», *Hydrogeology Journal*, vol. 15, 2007, 659-668.
- [2] BEAUDOIN A., HUBERSON S., RIVOALEN E., «Simulation of anisotropic diffusion by means of a diffusion velocity method», *Journal of Computational Physics*, vol.186, 2003, 122-135.
- [3] COMPÈRE F., POREL G., DELAY F., «Transport and retention of clay particles in saturated porous media. Influence of ionic strength and pore velocity», *Journal of Contaminant Hydrology*, vol. 49, 2001, 1-21.
- [4] DELAY F., POREL G., DE MARSILY G., «Predicting solute transport in heterogeneous media from results obtained in homogeneous ones: an experimental approach», *Journal of Contaminant Hydrology*, vol. 25, 1997, 63-84.
- [5] KANTI SEN T., KHILAR C.K., «Review on subsurface colloids and colloid-associated contaminant transport in saturated porous media», *Advances In Colloid and Interface Science*, vol. 119, 2006, 71-96.
- [6] GROLIMUND D., BORKOVECE M., «Release and transport of colloidal particles in natural porous media: 1. modelling», *Water Resources Research*, vol. 37, 2001, 559-570.
- [7] MOGHADASI J., JAMIALAHMADI M., SHARIF A., «Theoretical and experimental study of particle movement and deposition in porous media during water injection», *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 43, 2004, 163-181.
- [8] RIVOALEN E., HUBERSON S., «Numerical simulation of axisymmetric viscous flows by means of a particle method», *Journal of Computational Physics*, vol. 152, 1999, 1-31.
- [9] SAUTY J.P., «Identification des paramètres hydrodispersifs dans les aquifères par interprétation de traçages en écoulement cylindrique convergent ou divergent», *Journal of Hydrology*, vol. 39, 1978, 68-103.
- [10] SZYMCZAK P., LADD A.J.C., «Boundary conditions for stochastic solutions of the convection-diffusion equation», *Physical review E*, vol. 68, 2003.