



HAL
open science

Écoulement et transfert de chaleur en hélium superfluide en milieu poreux

Hervé Allain, Marc Prat, Michel Quintard, Bertrand Baudouy

► **To cite this version:**

Hervé Allain, Marc Prat, Michel Quintard, Bertrand Baudouy. Écoulement et transfert de chaleur en hélium superfluide en milieu poreux. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03390826

HAL Id: hal-03390826

<https://hal.science/hal-03390826>

Submitted on 21 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Écoulement et transfert de chaleur en hélium superfluide en milieu poreux

H.ALLAIN^{a,b}, M. PRAT^{b,c}, M. QUINTARD^{b,c}, B. BAUDOUY^a

a. CEA, IRFU, SACM, 91191 Gif-Sur-Yvette France

b. Université de Toulouse ; INPT, UPS ; IMFT

Avenue Camille Soula - F 31400

c. CNRS ; IMFT - F 31400

Résumé :

Nous étudions les transferts de chaleur et les écoulements au sein d'un milieu poreux saturé en hélium superfluide en relation avec le refroidissement des aimants supraconducteurs. Dans le cadre du modèle à deux fluides, une modélisation macroscopique est obtenue pour le régime de Landau à l'aide d'une technique de changement d'échelle combinée à des simulations directes à l'échelle des pores.

Abstract :

We study the heat transfer and flow in a porous medium saturated with superfluid helium in connection with the cooling of superconducting magnets. Under the two-fluid model, a macroscopic model is obtained for the Landau regime with an upscaling method combined with direct simulations at the pore scale.

Mots clés : transferts de chaleur, milieux poreux, hélium superfluide (He II), méthode de changement d'échelle

Introduction :

Pour la future génération d'aimants supraconducteurs à hauts champs magnétiques refroidis avec de l'hélium superfluide (He II) comme les prochains aimants développés pour l'amélioration des performances du Large Hadron Collider (LHC), les ingénieurs prennent en considération l'utilisation de supraconducteurs en niobium-étain. Dans leur environnement, ces aimants supraconducteurs vont être soumis à des pertes thermiques bien plus importantes que celles des aimants actuels des accélérateurs de particules. Alors que la résistance thermique due aux isolations électriques des câbles supraconducteurs constitue la principale résistance thermique au refroidissement [1], un nouveau type d'isolation, à base de céramique poreuse, est considéré [2]. Afin de comprendre la capacité de refroidissement et la stabilité thermique de ces aimants, il devient alors nécessaire d'étudier les transferts thermiques en He II et l'écoulement associé dans les milieux poreux. Dans ce but, deux dispositifs, un pour le régime permanent et un pour le régime transitoire, ont été développés et ont permis d'obtenir des résultats expérimentaux [3, 4]. Le travail présenté ici est l'utilisation d'une méthode de changement d'échelle de type de prise de moyenne volumique [5], qui permet d'obtenir une modélisation macroscopique des phénomènes étudiés. Cette méthode est complétée par des simulations numériques directes à l'échelle des pores. La comparaison avec les expériences sera présentée dans un travail ultérieur.

1 L'hélium superfluide ou He II

1.1 Le modèle phénoménologique à deux fluides

D'après la théorie de Landau [6], l'hélium en dessous de la température T_λ , appelé hélium superfluide, est un mélange d'une composante normale, le *fluide normal*, possédant une masse volumique ρ_n et un

champ de vitesse \mathbf{v}_n et d'une composante superfluide, le *superfluide*, ayant une masse volumique ρ_s et un champ de vitesse \mathbf{v}_s . La masse volumique de l'ensemble du fluide, ρ , est définie à partir des masses volumiques du fluide normal et du superfluide comme:

$$\rho = \rho_n + \rho_s \quad (1)$$

Pour une température donnée, il existe un rapport unique entre la quantité de fluide normal et la quantité de superfluide. Dans ce modèle, seul le fluide normal est porteur d'entropie, le superfluide ayant une entropie nulle. On peut donc relier le flux d'entropie à la vitesse du fluide normal par:

$$\mathbf{S} = \rho_s \mathbf{v}_n \quad (2)$$

où s est l'entropie massique. On peut définir un flux de chaleur convectif transporté par le fluide normal comme:

$$\mathbf{q} = \rho_s T \mathbf{v}_n \quad (3)$$

La quantité de mouvement du fluide totale s'écrit simplement à partir de \mathbf{v} la vitesse barycentrique de l'écoulement d'hélium comme:

$$\rho \mathbf{v} = \rho_s \mathbf{v}_s + \rho_n \mathbf{v}_n \quad (4)$$

1.2 Équations générales du régime de Landau

La dynamique de l'He II est traitée du point de vue d'Euler et on retrouve comme pour un fluide classique les mêmes équations d'évolution modifiées par le champ de vitesse supplémentaire \mathbf{v}_s . Les équations présentées ci-dessous définissent le régime dit de Landau (régime laminaire) où le milieu superfluide ne contient aucun tourbillon à circulation quantifiée et constante. Dans ce cas les champs de vitesse des "deux fluides" sont faiblement couplés.

L'équation de conservation de la masse totale s'écrit :

$$\frac{\partial(\rho_n + \rho_s)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s) = 0 \quad (5)$$

L'équation de la conservation de la quantité de mouvement de l'hélium s'écrit comme pour un fluide classique incompressible, en notant toutefois que seul le fluide normal est visqueux et que la force de viscosité est fonction de son champ de vitesse exclusivement, il vient alors :

$$\frac{\partial \rho_s \mathbf{v}_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s \mathbf{v}_s \mathbf{v}_s) + \frac{\partial \rho_n \mathbf{v}_n}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_n \mathbf{v}_n \mathbf{v}_n) = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v}_n \quad (6)$$

où p représente la pression du fluide, η la viscosité de fluide normal.

Le problème central du modèle à deux fluides concerne l'équation d'évolution du superfluide. L'hypothèse aux faibles vitesses est de considérer que l'écoulement du superfluide est un écoulement potentiel et il est possible de prouver que ce potentiel correspond au potentiel chimique [7]. Landau définit l'équation d'évolution de \mathbf{v}_s basée sur l'expression du gradient du potentiel chimique :

$$\frac{\partial \rho_s \mathbf{v}_s}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s \mathbf{v}_s \mathbf{v}_s) = \rho_s s \nabla T - \frac{\rho_s}{\rho} \nabla p \quad (7)$$

A partir des équations (6) et (7), on peut déduire l'équation de \mathbf{v}_n :

$$\frac{\partial \rho_n \mathbf{v}_n}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_n \mathbf{v}_n \mathbf{v}_n) = -\rho_s s \nabla T - \frac{\rho_n}{\rho} \nabla p + \eta \Delta \mathbf{v}_n \quad (8)$$

Enfin, l'équation de l'entropie s'écrit :

$$\frac{\partial \rho s}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_s \mathbf{v}_n) = 0 \quad (9)$$

- Condition à la limite sur la paroi solide

On considère tout d'abord l'équation de continuité pour le fluide global, il n'y a pas de transfert de masse à travers une paroi solide ce qui donne

$$(\rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s) \cdot \mathbf{n}_{\gamma\kappa} = 0 \quad (10)$$

où $\mathbf{n}_{\gamma\kappa}$ est le vecteur unitaire normal à la paroi, l'indice γ fait référence à l'hélium superfluide et l'indice κ à la phase solide. Concernant la vitesse de la composante normale \mathbf{v}_n , la composante normale se comporte comme un fluide normal visqueux donc la composante tangentielle de \mathbf{v}_n est nulle à la paroi ce qui s'écrit

$$\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_n \cdot \mathbf{n}_{\gamma\kappa} \mathbf{n}_{\gamma\kappa} = \mathbf{0} \quad (11)$$

Dans cette étude, on considère qu'il n'y a pas de transfert de chaleur entre la paroi solide et le fluide donc, en considérant l'équation (3) du flux de chaleur, on a

$$\mathbf{n}_{\gamma\kappa} \cdot \mathbf{v}_n = 0 \quad (12)$$

On en déduit donc que la vitesse de la composante normale est nulle à la paroi

$$\mathbf{v}_n = \mathbf{0} \quad (13)$$

On en déduit, en considérant l'équation (10), que la composante normale de la vitesse superfluide s'annule à la paroi,

$$\mathbf{n}_{\gamma\kappa} \cdot \mathbf{v}_s = 0 \quad (14)$$

2 Application de la méthode de changement d'échelle

2.1 Équations moyennées

La méthode de changement d'échelle par prise de moyenne (Whitaker [5]) est appliquée aux équations de l'He II (5), (7), (8) et (9). On se place dans le régime permanent, on néglige les termes inertiels dans les équations de quantité de mouvement ainsi que le terme correspondant à la correction de Brinkman, on obtient alors le système d'équations moyennées suivant :

- Équation de conservation de la masse

$$\nabla \cdot (\rho_n \langle \mathbf{T}_\gamma \rangle \langle \mathbf{v}_n \rangle + \rho_s \langle \mathbf{T}_\gamma \rangle \langle \mathbf{v}_s \rangle) = 0 \quad (15)$$

- Équations de la composante superfluide

$$\mathbf{0} = \rho_s \langle \mathbf{T}_\gamma \rangle s \langle \mathbf{T}_\gamma \rangle \left[\varepsilon \nabla \mathbf{T}_\gamma + \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma\kappa}} \mathbf{n}_{\gamma\kappa} \tilde{T} dA \right] - \frac{\rho_n \langle \mathbf{T}_\gamma \rangle}{\rho \langle \mathbf{T}_\gamma \rangle} \left[\varepsilon \nabla P_\gamma + \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma\kappa}} \mathbf{n}_{\gamma\kappa} \tilde{P} dA \right] \quad (16)$$

- Équations de la composante normale

$$\begin{aligned} \mathbf{0} = & -\rho_s \langle \mathbf{T}_\gamma \rangle s \langle \mathbf{T}_\gamma \rangle \left[\varepsilon \nabla \mathbf{T}_\gamma + \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma\kappa}} \mathbf{n}_{\gamma\kappa} \tilde{T} dA \right] - \frac{\rho_n \langle \mathbf{T}_\gamma \rangle}{\rho \langle \mathbf{T}_\gamma \rangle} \left[\varepsilon \nabla P_\gamma + \frac{1}{V} \int_{A_{\gamma\kappa}} \mathbf{n}_{\gamma\kappa} \tilde{P} dA \right] \\ & + \eta \langle \mathbf{T}_\gamma \rangle \left(\frac{1}{V} \int_{A_{\gamma\kappa}} \mathbf{n}_{\gamma\kappa} \cdot \nabla \mathbf{v}_n dA \right) \end{aligned} \quad (17)$$

- Équation de l'entropie

$$\nabla \cdot (\rho \langle \mathbf{T}_\gamma \rangle s \langle \mathbf{T}_\gamma \rangle \langle \mathbf{v}_n \rangle) = 0 \quad (18)$$

où les grandeurs avec des \sim désignent les déviations spatiales (cf. [5] pour plus de détails).

2.2 Problème de fermeture

Le problème de fermeture est obtenu sous les hypothèses suivantes.

- Condition à la limite sur la paroi solide

En considérant l'équation (13) (valable sur la paroi solide $A_{\gamma\kappa}$) et en utilisant la décomposition spatiale de \mathbf{v}_n avec \mathbf{V}_n la moyenne intrinsèque de \mathbf{v}_n donnée par $\langle \mathbf{v}_n \rangle = \epsilon \mathbf{V}_n$:

$$\mathbf{v}_n = -\mathbf{V}_n \text{ sur } A_{\gamma\kappa} \quad (19)$$

- Équation de continuité

Dans cette partie, nous allons faire l'hypothèse de considérer que la divergence de la vitesse de la composante normale \mathbf{v}_n est nulle :

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_n = 0 \quad (20)$$

cette hypothèse sera vérifiée à l'aide de simulations numériques. Ensuite on applique la prise de moyenne volumique à l'équation (20) et, en utilisant la condition de vitesse de la composante normale nulle à la paroi (équation (13)), on en déduit que la divergence de la vitesse moyenne \mathbf{V}_n est nulle :

$$\nabla \cdot \mathbf{V}_n = 0 \quad (21)$$

En considérant les équations (20) et (21) et la décomposition de la vitesse de la composante normale, on en déduit que la divergence des déviations spatiales de la vitesse de la composante normale est nulle :

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_n = 0 \quad (22)$$

- Équation de quantité de mouvement

En introduisant la décomposition spatiale de la température et de la pression dans l'équation (6) et en soustrayant les équations (16) et (17), on obtient l'équation aux fluctuations suivantes :

$$\mathbf{0} = -\nabla \tilde{p} + \eta(T_\gamma) \nabla^2 \mathbf{v}_n - \frac{1}{V_\gamma} \int_{A_{\gamma\kappa}} \mathbf{n}_{\gamma\kappa} \cdot (-\tilde{p} + \eta(T_\gamma) \nabla \mathbf{v}_n) dA \quad (23)$$

- Problème de fermeture local

Comme cela est classique dans la méthode de prise de moyenne, on ne cherche pas à résoudre le problème gouvernant les fluctuations spatiales sur une région macroscopique mais seulement sur une région représentative de la microstructure du milieu poreux. Pour cela, on utilise une condition locale qui revient à traiter la région représentative comme la cellule unitaire d'une microstructure localement spatialement périodique. Le problème de fermeture prend alors la forme :

Équation de quantité de mouvement :

$$0 = -\nabla \tilde{p} + \eta(T_\gamma) \nabla^2 \mathbf{v}_n - \frac{1}{V_\gamma} \int_{A_{\gamma\kappa}} \mathbf{n}_{\gamma\kappa} \cdot (-\tilde{p} + \eta(T_\gamma) \nabla \mathbf{v}_n) dA \quad (24)$$

Équation de continuité :

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_n = 0 \quad (25)$$

Condition aux limites n°1 :

$$\mathbf{v}_n = -\mathbf{V}_n \text{ sur } A_{\gamma\kappa} \quad (26)$$

Périodicité spatiale :

$$\tilde{p}(\vec{r} + \mathbf{l}_i) = \tilde{p}(\vec{r}), \mathbf{v}_n(\vec{r} + \mathbf{l}_i) = \mathbf{v}_n(\vec{r}), i = 1, 2, 3 \quad (27)$$

Moyenne de la déviation spatiale :

$$\langle \mathbf{v}_n \rangle = \mathbf{0} \quad (28)$$

Dans ces conditions, le problème ci-dessus est formellement identique au problème de fermeture pour un écoulement visqueux à très petit nombre de Reynolds tel qu'il est exposé par Whitaker [5]. On peut alors en déduire une expression pour les déviations spatiales de la pression et de la vitesse de la composante normale (cf. [5] pour plus de détails). On utilise alors ces expressions dans la somme des équations (16) et (17) et on retrouve la loi de Darcy valable pour le fluide normal :

$$\langle \mathbf{v}_n \rangle = -\frac{\mathbf{K}}{\eta(T_\gamma)} \cdot (\nabla P_\gamma) \quad (29)$$

où \mathbf{K} est le tenseur de perméabilité et cette perméabilité correspond à la perméabilité intrinsèque d'un écoulement de Stokes.

2.3 Équations macroscopiques

Dans cette partie, les déviations spatiales sont remplacées par leurs expressions dans les équations (15) à (18) permettant d'obtenir les équations macroscopiques. Le milieu poreux est considéré comme homogène et isotrope ce qui permet de réduire le tenseur de perméabilité à un scalaire que multiplie la matrice unité.

Les équations de conservation de la masse (15) et celle de l'entropie (18) n'ont pas de déviation donc elles restent inchangées. Après calculs, l'équation de la composante normale prend la forme :

$$\mathbf{0} = -\frac{\rho_s(T_\gamma)s(T_\gamma)}{\tau} \nabla T_\gamma - \left(1 - \frac{\rho_s(T_\gamma)}{\rho(T_\gamma)\tau}\right) \nabla P_\gamma - \frac{\eta(T_\gamma)}{\mathbf{K}} \mathbf{v}_n \quad (30)$$

où τ est un paramètre de tortuosité.

L'équation de la composante superfluide s'écrit :

$$\nabla P_\gamma = \rho(T_\gamma)s(T_\gamma)\nabla T_\gamma \quad (31)$$

Cette équation est l'équation de London bien connue en He II dans le régime de Landau [8].

3 Simulations numériques directes

3.1 Analyse numérique

Afin de comprendre l'écoulement d'He II, un code numérique a été développé avec Comsol[®] pour une géométrie bidimensionnelle. Les équations implémentées dans le régime de Landau sont les équations (5), (7), (8) et (9). Le code a été testé sur un treillis qui est composé de 10 cellules unitaires et les dimensions d'une cellule sont de 0,5 μm sur 1 μm . Sur un côté de chaque cellule est représentés un demi-cercle représentant les parois solides, sur l'autre côté et entre chaque demi-cercle sont imposées des conditions de symétrie, la paroi d'entrée est la paroi chauffée où est imposé le flux de chaleur et on impose une température sur la sortie.

3.2 Résultats

Tout d'abord, le code a permis de vérifier l'hypothèse (22): la divergence obtenue pour la composante normale de la vitesse a été comparée à celle obtenue pour un écoulement de Stokes sur le même treillis avec des vitesses identiques. La figure 1a représente la divergence de la vitesse normale pour un écoulement superfluide et la figure 1b représente la divergence de la vitesse pour un écoulement de Stokes. Dans les deux cas, la moyenne de la divergence est bien nulle et le bruit (ou fluctuations de la divergence) est du même ordre de grandeur.

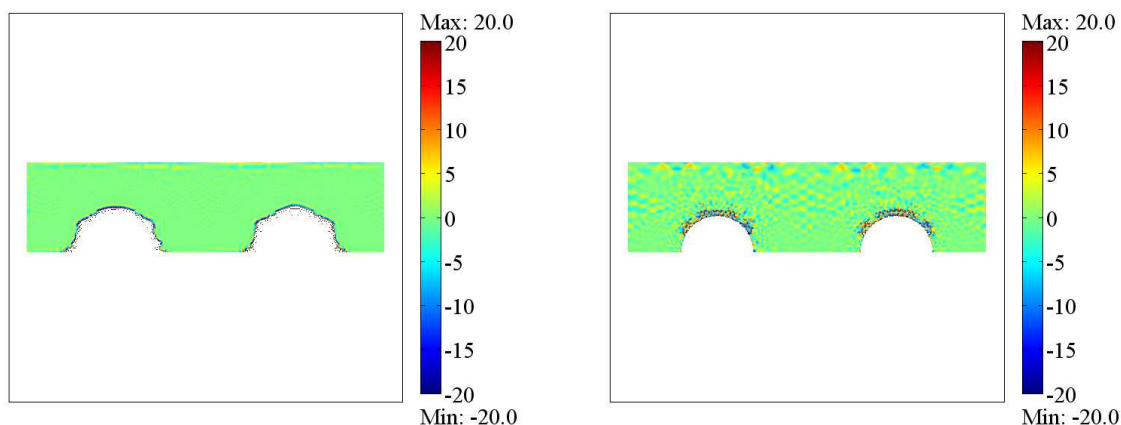


FIG 1-a) Divergence de la vitesse normale b) Divergence de la vitesse pour un écoulement de Stokes

Ensuite, la méthode de changement d'échelle a permis de montrer que la perméabilité obtenue en He II est la même que la perméabilité intrinsèque. En écoulement superfluide (pour une température de 1,8 K) et quel que soit le flux de chaleur considéré, on retrouve bien la perméabilité intrinsèque d'un écoulement de Stokes à 1,5 % près.

Enfin, étant donné que la chaleur est transportée par le fluide normal et sachant que ρ_n/ρ varie en fonction de la température, passant de 75 % à 2,1 K à 7,6 % à 1,4 K, la perméabilité a été calculée pour différentes températures entre 1,4 K et 2,1 K. La perméabilité obtenue est trouvée toujours identique à la perméabilité intrinsèque avec un écart maximum de 4,6 % à 2,1 K.

Conclusion

Le modèle à deux fluides de Landau a été utilisé pour décrire le comportement de l'He II à faible flux de chaleur ou à faible vitesse (régime de Landau). La méthode de changement d'échelle appliquée à l'hélium superfluide a permis de montrer qu'en régime de Landau l'écoulement du fluide normal pouvait être modélisé à l'échelle macroscopique par une loi de filtration de type Darcy. La DNS a permis de calculer la perméabilité pour un écoulement superfluide et elle a été comparée à la perméabilité intrinsèque pour un écoulement de Stokes. La perméabilité calculée pour différentes températures de 1,4 K à 2,1 K est identique à la perméabilité intrinsèque à quelque pourcent près et ceci indépendamment du flux de chaleur considéré ainsi que de la température.

Références

- [1] Burnod L, Leroy D, Szeless B, *et al.*, Thermal modelling of the LHC. dipoles functioning in superfluid helium, in: (Ed.), Proceedings of 4th EPAC, London, England, 1994, pp. 2295-2297.
- [2] Canfer S, Ellwood G, Baynham DE, *et al.*, Insulation Development for the Next European Dipole, IEEE Transactions on Applied Superconductivity 18 (2) (2008) 1387-1390.
- [3] H. Allain, B. Baudouy, Investigation of transient heat transfer in porous media in HeII, Proceedings of Cryogenics Engineering Conference, AIP, 53, 2007, pp. 207-214.
- [4] B. Baudouy, F-P. Juster, H. Allain, *et al.*, Heat transfer through porous media in static superfluid helium, Proceedings of Cryogenics Engineering Conference, AIP, 51A, 2005, pp. 409-416.
- [5] Whitaker S, The Method of Volume Averaging, ed., Kluwer Academic Publishers, 1999
- [6] Landau L, The theory of superfluidity of helium II, Journal of Physics V 71 (90) (1941) 185.
- [7] Khalatnikov I.M., An introduction to theory of superfluidity, Benjamin Publishing inc., 1965
- [8] Keller, W.E., Helium-3 and Helium-4, Plenum Press, 1969