HAL open science

Modélisation du mouvement d'une foule sur une structure en vibration

Philippe Pecol, Stefano Dal Pont, Silvano Erlicher, P. Argoul

To cite this version:

Philippe Pecol, Stefano Dal Pont, Silvano Erlicher, P. Argoul. Modélisation du mouvement d'une foule sur une structure en vibration. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03390811

HAL Id: hal-03390811

https://hal.science/hal-03390811v1

Submitted on 21 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation du mouvement d'une foule sur une structure en vibration

P. PECOL[a], S. DAL PONT[b], S. ERLICHER[a], P. ARGOUL[a]

a. Université Paris-Est, UR Navier, Ecole des Ponts ParisTech,
6-8 avenue B.Pascal, cité Descartes, Champs-sur-Marne, 77455 Marne-la-Vallée Cedex 2
b. Université Paris-Est, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, LCPC-BCC,
52 Boulevard Lefebvre, 75732 Paris

Résumé :

Un problème émergent en dynamique des structures pour le génie civil est la modélisation de l'interaction dynamique foule-structure pour les passerelles piétonnes, les stades et les salles de concert. Plusieurs études ont été menées avec deux modèles de foule : comme un fluide compressible ou comme un milieu discret, i.e un ensemble d'individus en interaction entre eux et avec le plancher mobile. Cette présentation concerne les résultats récents sur l'approche discrète.

Abstract :

An emerging problem in structural dynamics concerns the modelling of the interaction between crowd and structure in footbridges, stadiums and concert halls. Many studies have been developed in literature resorting to two different crowd models : pedestrians are identified either with a compressible fluid or with a discrete medium. In this second case, the interaction of pedestrians with each other and with the moving floor is taken into account. This paper presents some recent results obtained by discrete approach.

Mots clefs : mouvement de foule, modèle discret, vibrations des structures

1 Introduction

1.1 Contexte général en prenant pour exemple les passerelles

Pour expliquer le contexte général et l'intérêt pratique de cette étude, il suffit de rappeler que plusieurs passerelles piétonnes, construites récemment selon des critères architecturaux de légèreté et d'élégance, se sont révélées sensibles à l'excitation induite par la marche des piétons. Deux exemples très souvent cités sont le Millenium Footbridge à Londres et la passerelle de Solférino à Paris. Plusieurs campagnes de mesures expérimentales ont permis de mieux comprendre ce phénomène : la foule qui marche sur un pont impose à la structure une excitation latérale qui a une fréquence d'environ 1Hz. Lorsqu'un mode latéral de vibration du pont, souvent le premier, a une fréquence proche de cette valeur, un phénomène de résonance est activé. Il s'en suit que l'amplitude des oscillations de la passerelle augmente. Si le nombre de piétons n'est pas élevé, l'amplitude d'oscillation reste petite et les piétons continuent à marcher comme ils le faisaient sur un plancher rigide. Si au contraire ce nombre est assez élevé (au-delà d'un certain nombre critique), l'amplitude d'oscillation devient plus grande, suffisamment pour que les piétons soient incités à changer leur manière de marcher, notamment leur fréquence de marche, jusqu'au moment où il y a synchronisation en fréquence entre piétons et structure. Les premiers résultats expérimentaux disponibles dans la littérature montrent que ce phénomène ne serait pas visible dans le cadre de la vibration verticale. Le comportement d'un piéton est aussi influencé par la foule autour de lui : si la densité de la foule est très basse, la marche est " libre ", c'est-à-dire que chaque individu marche comme s'il n'y avait personne à côté de lui. Au contraire, si la foule est dense, le piéton est forcé de marcher " à la même vitesse " que les autres. Cette synchronisation piéton-piéton peut exister aussi dans le cas de sol rigide. A l'état actuel, il existe très peu d'études qui prennent en compte simultanément les deux types de synchronisation.

Ce même type de problème rencontré sur les passerelles piétonnes peut intervenir dans les stades et salles de concert. La perception de trop fortes vibrations de la structure chez les piétons pourra les amener à évacuer les lieux.

1.2 État de l'art

La modélisation du déplacement des piétons est un sujet complexe qui reste encore ouvert de nos jours. Deux familles de modèle de foule existent. On trouve d'abord le modèle de foule dit "macroscopique" où la foule est représentée dans son ensemble par un fluide compressible. Bodgi [1] a utilisé l'approche continue dans sa thèse sur la modélisation de l'interaction foule-structure sur les passerelles piétonnes . Les résultats obtenus sur les passerelles sont très satisfaisants mais l'adaptation de l'approche utilisée au cas des interactions foule-structure et piéton-piéton en particulier lors de l'évacuation d'une salle de concert n'est pas immédiate.
Le second type de modèle de foule est le modèle dit "microscopique" où le mouvement de chaque individu est représenté dans le temps et l'espace. Ce modèle discret est plus adapté aux problèmes d'évacuation. D'ailleurs de nombreux modèles discrets existent déjà, on peut référencer notamment les modèles utilisant des forces sociales [2], les modèles basés sur les automates cellulaires ou des variantes [3], les modèles de choix discret [4] et les modèles de dynamique de contact [5].

2 Notre modèle de foule

Le modèle de foule proposé est fondé sur deux idées directrices :
- Le piéton doit être capable d'évoluer librement s'il est tout seul dans un espace donné, d'où l'introduction de la notion de "vitesse souhaitée" déjà introduite dans [2] [5].
- Il doit pouvoir gérer les interactions piéton-piéton et piéton-structure lorsque la structure est rigide puis mobile. Pour cela, un code de dynamique de contact pour gérer le déplacement des piétons est utilisé.

2.1 Définition d'un champ de vitesses souhaitées

La première étape pour gérer le mouvement des piétons dans une foule est de contrôler le déplacement d'un piéton seul dans un espace pré-défini. Pour cela on définit le champ de "vitesse souhaitée" qu'utiliserait un piéton pour sortir d'un espace connu s'il n'était dérangé par personne.
On se base sur le fait qu'un piéton a tendance à choisir le chemin le plus court pour se rendre d'un point à un autre. On choisit donc ce critère pour tous les piétons. Pour définir notre champ de vitesses souhaitées, on utilise une technique basée sur une méthode de Fast Marching pour construire la solution d'une équation Eikonale [6].

2.1.1 Problème général

Les méthodes de Fast Marching sont des méthodes à "passage unique". Contrairement aux méthodes itératives, ces méthodes ne nécessitent pas de critère d'arrêt mais ont besoin d'une structure permettant le tri d'une pile de données. La méthode est la suivante : on se donne tout d'abord une fonction coût $F(x, y)$, un point de départ $A \in R^2$ et on cherche le chemin $\gamma(t) : [0, \infty) \to R^2$ requis pour aller de A jusqu'au point (x, y) qui minimise l'intégrale :

$$\int_A^{(x,y)} F(\gamma(t))dt \tag{1}$$

où $|\gamma(t)| = 1$
On note $u(x, y)$ ce coût minimal. Les lignes de niveau $u = C$ sont les lignes où tous les points de R^2 peuvent être atteint avec le coût minimal C, et les chemins de coût minimal sont orthogonaux à ces lignes de niveau donc :

$$|\nabla u| = F(x, y) \tag{2}$$

La méthode consiste donc à construire $u(x, y)$ dans tout R^2. Ensuite, à partir d'un point donné $B \in R^2$, à construire explicitement le chemin le plus court allant de B à A grâce à la solution de l'équation différentielle :

$$\begin{cases} \chi(t) = -\nabla u \\ \chi(0) = B \end{cases} \tag{3}$$

2.1.2 Méthode d'obtention du champ de vitesses souhaitées

Deux étapes sont nécessaires pour générer le champ de vitesses souhaitées : faire une cartographie de l'espace étudié puis créer les vecteurs définissant le champ de vitesses.

Cartographie : Pour définir le champ de vitesses souhaitées, on doit tout d'abord faire une "cartographie" de l'espace étudié, c'est à dire connaître la distance minimale de tout point de l'espace avec une sortie choisie. On définit alors $d(x, y)$ comme la distance minimale entre un point de l'espace (x, y) et la sortie. Cette distance vérifie :

$$|\nabla d(x, y)| = 1 \tag{4}$$

On calcule d pour satisfaire l'équation (4) de manière discrète. Pour cela, l'espace étudié est maillé par une grille constituée de 3 parties :
– une zone "éclairée" constituée des noeuds où d est déjà fixée.
– une zone de "pénombre" constituée des noeuds où d a déjà été déterminée mais pas fixée.
– une zone "d'ombre" constituée des noeuds où d n'a pas encore été déterminée.

En résumé, on a les noeuds "éclairés" qui sont séparés des noeuds "d'ombre" par les noeuds "de pénombre". L'équation (4) discrétisée à satisfaire est :

$$max(\Delta_{ij}^{-x}, -\Delta_{ij}^{+x}, 0)^2 + max(\Delta_{ij}^{-y}, -\Delta_{ij}^{+y}, 0)^2 = 1 \tag{5}$$

avec les dérivées partielles approchées par rapport à x à droite et à gauche qui sont :

$$\begin{cases} \Delta_{ij}^{+x} & = & \dfrac{d_{i+1,j} - d_{i,j}}{h} \\ \Delta_{ij}^{-x} & = & \dfrac{d_{i,j} - d_{i-1,j}}{h} \end{cases} \tag{6}$$

où h est le pas de la grille et $d_{i,j}$ la valeur de d au noeud (i, j).

On définit de la même manière les dérivées partielles approchées par rapport à y à droite et à gauche.
Le calcul de $d_{i,j}$ à réaliser pour satisfaire l'équation (5) est :

soit $a = min(d_{i-1,j}, d_{i+1,j})$ et $b = min(d_{i,j-1}, d_{i,j+1})$.

si $|a - b| < h$ alors on pose

$$d_{i,j} = \frac{a + b + \sqrt{2h^2 - (a - b)^2}}{2} \tag{7}$$

sinon

$$d_{i,j} = h + min(a, b) \tag{8}$$

L'algorithme de Fast Marching permettant d'avoir la cartographie de l'espace étudié (e.g Figure 1) est :

Initialisation :
On donne la valeur de d pour les noeuds faisant partis de la zone "éclairée", c'est à dire la sortie fixée à 0 et ceux sur les obstacles fixés à une valeur très grande pour pouvoir être évités.
La valeur initiale de d pour les noeuds "de pénombre", c'est à dire les noeuds voisins des noeuds de la zone "éclairée" ayant la plus petite valeur de d, est calculée comme explicité ci dessus.
Tous les autres noeuds qui représentent la zone "d'ombre" ont pour valeur de d initiale $+\infty$.

Boucle :
Tant que tous les points de la grille ne sont pas dans la zone "éclairée" :
On prend le noeud (i_{min}, j_{min}) de la zone de "pénombre" ayant la plus petite valeur de d.
On ajoute ce noeud à la zone "éclairée" et on le retire de la zone de "pénombre".
Ses voisins (i, j) qui se trouvent dans la zone "d'ombre" passe dans la zone de "pénombre" avec une valeur de $d_{i,j}$ calculée comme ci-dessus.

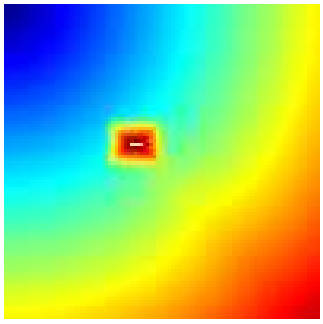

FIGURE 1 – Exemple de cartographie : la sortie se trouve en haut à gauche, la distance à la sortie croît en allant du bleu vers le rouge, un obstacle est présent vers le centre de l'espace étudié

Champ de vitesses souhaitées : Une fois la cartographie de l'espace étudié réalisée, on utilise d pour trouver les vecteurs composant le champ de vitesses souhaitées. Pour ne pas le calculer en tout point de l'espace, on discrétise notre espace en $n \times n$ cellules. On donne ensuite une orientation à chaque centre de cellule de manière à ce que tout piéton présent dans une cellule ait sa vitesse instantanée dans la direction de la cellule orientée. Pour cela, on vérifie l'appartenance de chaque centre de cellule à un obstacle. S'il fait partie d'un obstacle, on ne lui donne pas de direction. Dans le cas contraire, on calcule le vecteur "direction" unitaire :

$$\underline{u}(x, y) = -\nabla d(x, y) \tag{9}$$

où (x, y) est le centre de la cellule considérée.

Ainsi, à chaque pas de temps, la vitesse souhaitée du piéton j est :

$$\underline{V_s^j} = V_s^j \times \underline{u^j} \tag{10}$$

où V_s^j est l'allure souhaitée du piéton j et $\underline{u^j}$ est la direction unitaire de la cellule dans laquelle il se trouve.

2.2 Le code de dynamique du contact

Pour décrire les mouvements des piétons et prendre en considération les interactions entre eux, nous utilisons un code de dynamique du contact développé par Dimnet et Dal Pont [7] [8], qui se sont inspirés des travaux de Frémond [9]. Ce code permet de considérer les piétons tels que des grains rigides. A partir du principe des travaux virtuels, une description des collisions instantanées dans les systèmes de solides rigides est faite. La méthode de calcul utilisée pour l'évolution des systèmes multi-solides est la méthode $A - CD^2$ (Atomized stresses Contact Dynamics fulfilling a Clausius Duhem inequality) qui constitue un formalisme très général capable d'intégrer tous les efforts habituellement rencontrés en simulation numérique des systèmes mécaniques. La manière de procéder est décrite sous le nom d'atomisation des efforts. Cette méthode de calcul est par construction, particulièrement adaptée à la simulation des évolutions pour lesquelles des collisions entre particules ou des ruptures de contact avec discontinuité de vitesse surviennent en plus des évolutions régulières. Pour ces raisons, la méthode $A - CD^2$ est bien adaptée à la simulation numérique du comportement d'une foule de piétons (figure 2).

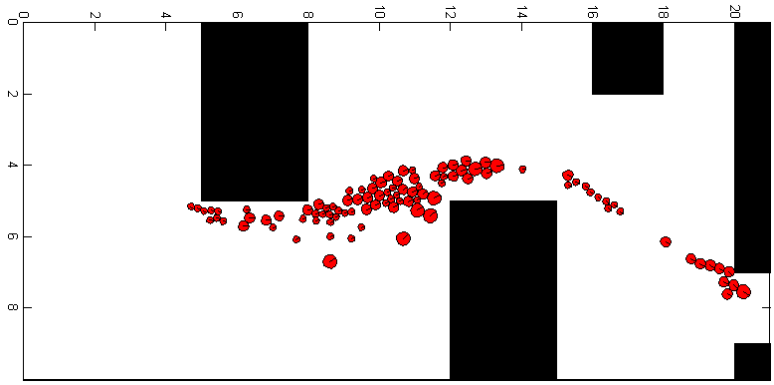

FIGURE 2 – Exemple d'évacuation d'une foule utilisant le code de dynamique de contact sans force sociale : les piétons sont en rouge, les obstacles en noir et la sortie est en bas à droite

2.2.1 Le fonctionnement du code de dynamique du contact

D'un point de vue pratique, l'application de la méthode $A - CD^2$ consiste :

- à découper la durée de simulation $[0, T]$ en n intervalles $[t_k, t_{k+1}]$ de longueur $dt = \frac{T}{n}$. Sur chacun de ces intervalles, les efforts réguliers (forces et moments) sont atomisés, c'est-à-dire remplacés par une percussion exercée à l'instant $\theta_k = t_k + \frac{dt}{2}$;
- à considérer que tous les efforts irréguliers (percussions exercées à l'occasion des collisions) que subit le système pendant l'intervalle de temps $[t_k, t_{k+1}]$, sont exercés à l'instant θ_k.

Il en découle que les vitesses sont discontinues aux instants θ_k où des percussions sont exercées et qu'elles sont constantes partout ailleurs. Les percussions exercées aux instants θ_k sont les percussions résultant de l'atomisation des efforts réguliers (forces et moments) qui s'exercent pendant $[t_k, t_{k+1}]$ ainsi que les percussions dues

aux collisions survenant pendant $[t_k, t_{k+1}]$.

Le fonctionnement du code de dynamique de contact, sans présence d'effort régulier (force sociale,...), utilisé pour évacuer des piétons situés dans un espace pré-défini est le suivant :

Conditions initiales :
- création de l'espace étudié (dimensions)
- définition du point de sortie de l'espace utilisé par les piétons
- définition du temps de l'étude (le pas de temps dt et le nombre d'itérations n)
- création des piétons (position initiale, taille, vitesse initiale)
- création des obstacles réguliers (position, orientation)
- création du champ de vitesses souhaitées

Boucle d'itération :
- détection des contacts piéton-piéton
- détection des contacts piéton-obstacle
- définition des percussions extérieurs $Pext$ (ici $Pext$=0 car on est dans le cas "sans effort régulier")
- Pour chaque piéton
  - si le piéton j est impliqué dans au moins une collision, un algorithme utilisant la méthode d'Uzawa [10] permet d'obtenir la vitesse réelle de ce piéton : $\underline{V}^j_{r_{n+1}}$, cette vitesse étant la projection de la vitesse souhaitée $\underline{V}^j_{s_{n+1}}$ sur l'espace des vitesses possibles (i.e telles que l'interpénétration est évitée) ; $Pext$ est considéré dans le calcul ;
  - sinon $\underline{V}^j_{r_{n+1}}$=$\underline{V}^j_{s_{n+1}}$+$Pext$.
  - actualisation des positions : $Position^j_{n+1} = Position^j_n + \frac{1}{2}(\underline{V}^j_{r_{n+1}} + \underline{V}^j_{r_n})dt$

2.2.2 Insertion de forces sociales

Pour que les piétons restent à une certaine distance les uns des autres, on ajoute au code une force répulsive socio-psychologique présentée dans [11]. L'ajout de cette force sociale permet d'envisager toutes les situations : la situation idéale où le piéton se déplace avec le chemin le plus court pour aller là où il le souhaite car la foule est peu dense, la situation intermédiaire où il y a une foule pas assez dense de piétons qui peuvent s'éviter grâce aux forces sociales introduites et la situation critique où la foule est très dense ce qui peut entraîner des contacts entre les piétons. L'évacuation d'un lieu peut mettre en évidence chacune de ces situations.

La force sociale permet d'introduire la répulsion qui dépend de la distance entre les deux piétons qui interagissent. Elle est forte à courte distance (mais pas au delà d'une limite maximale), et tend vers zéro quand la distance augmente. Cette force d'interaction entre les piétons j et p a pour expression :

$$f_{jp}(t) = A_j \exp(\frac{r_{jp} - d_{jp}}{B_j})\overrightarrow{n}_{jp}.F_{jp} \tag{11}$$

où A_j décrit l'amplitude de l'interaction, B_j décrit le niveau de l'interaction répulsive, d_{jp} est la distance entre les centres de masse des piétons j et p, r_{jp} est la somme des rayons des piétons j et p, $\overrightarrow{n}_{jp}$ est le vecteur normalisé de direction le piéton p vers le piéton j, F_{jp} est un facteur de forme pour les comportements anisotropiques.
d_{jp} et $\overrightarrow{n}_{jp}$ dépendent du temps.

Chaque piéton a la taille d'un cercle de rayon égal à la place qu'il occupe. La distance effective inoccupée entre les piétons est considérée par la fonction exponentielle. Les hommes ont la capacité de prévoir les mouvements des autres et de réagir en fonction du comportement des autres. Le comportement des piétons est normalement anisotrope, c'est à dire que ce qui se passe devant le piéton (dans son champ de vision) est plus important que ce qui se passe dans son dos. Le facteur de forme prend en compte cette caractéristique :

$$F_{jp} = \lambda_j + (1 - \lambda_j)\frac{1 + cos\varphi_{jp}}{2} \tag{12}$$

où φ_{jp} est l'angle entre la direction du mouvement désiré (du piéton j) et la direction du piéton p exerçant la force de répulsion et $0 \leq \lambda_j \leq 1$ est un paramètre qui permet de considérer ou pas le caractère anisotropique du mouvement du piéton.

Au niveau du code de dynamique du contact, lorsqu'elle est prise en compte, la force sociale (11) entre les piétons j et p est atomisée sur l'intervalle $[t_k, t_{k+1}]$ en une percussion $Pext = f_{jp}(\theta_k)dt$.

On peut observer sur la figure 3 un exemple de dépassement, lors d'une évacuation d'un espace donné, entre deux piétons ayant des vitesses différentes.

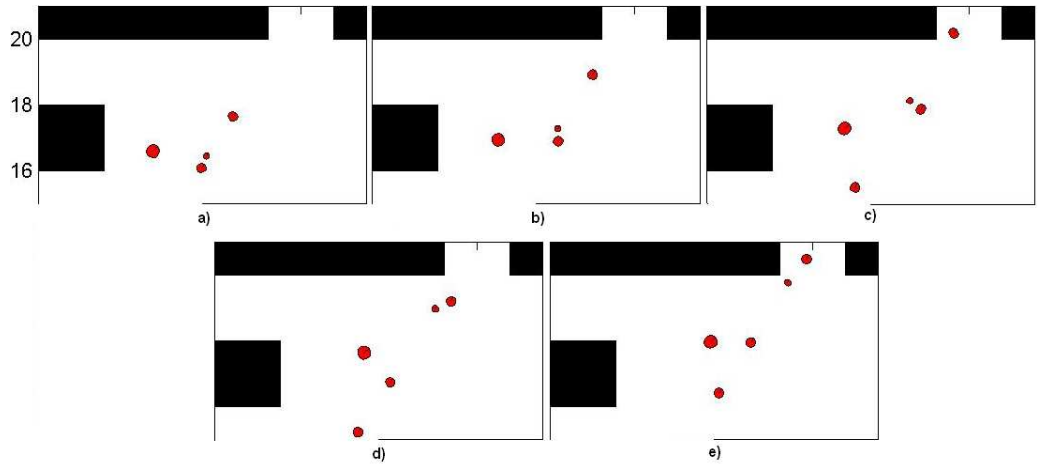

FIGURE 3 – Exemple d'évacuation d'une foule utilisant le code de dynamique du contact avec force sociale : on peut observer un piéton "rapide" contourner un piéton "lent". Les paramètres utilisés sont : $A_j = 2000\ N$, $B_j = 0.08\ m$ et $\lambda_j = 1$ comme dans [12].

3 Conclusion

Un modèle de mouvement de foule utilisant un code de dynamique de contact est proposé. Le déplacement optimal d'un piéton est donné par un champ de "vitesses souhaitées" créé avec une méthode de Fast Marching. Les contacts piéton-piéton et piéton-obstacle sont gérés par le code de dynamique du contact. L'ajout de forces sociales dans le code pour mieux maîtriser l'interaction piéton-piéton est fait mais reste à optimiser. Une modélisation de l'oscillation latérale de chaque piéton utilisant le modèle de Kuramoto [13], pour prendre en compte le couplage piéton-structure lorsque les piétons marchent sur un plancher en vibration, est en cours d'implementation dans le code actuel et les premiers résultats pourront être présentés lors du congrès.

Références

[1] Bodgi J. Synchronisation piétons-structure : Application aux vibrations des passerelles souples. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2008.

[2] Helbing D. and Molnar P. Social force model for pedestrian dynamics. Physical Review E, 51(5), 4282–4286, 1995.

[3] Chen X., Shao C., Yue H., and Hao H. Simulation of pedestrian flow on square lattice based on cellular automata model. Physica A, 384, 567–588, 2007.

[4] Bierlaire M., Cruz J., Robin T., and Antonini G. Specification, estimation and validation of a pedestrian walking behaviour model. Transportation Research Part B, 2008.

[5] Venel J. Modélisation mathématique des mouvements de foule. PhD thesis, Laboratoire de Mathématiques, Université Paris XI, Orsay, France, 2008.

[6] Kimmel R. and Sethian J. Fast marching methods for computing distance maps and shortest paths. Technical Report 669, CPAM, Univ of California, Berkeley, 1996.

[7] Dal Pont S. and Dimnet E. A theory for multiple collisions of rigid solids and numerical simulation of granular flow. Int.J.Solids and Structures, 43/20, 6100–6114, 2006.

[8] Dal Pont S. and Dimnet E. Theoretical approach to instantaneous collisions and numerical simulation of granular media using the a-cd2 method. Applied Mathematics and Computational Science -Berkeley, 3/1, 1–24, 2008.

[9] Frémond M. Rigid bodies collisions. Physics Letters, 204, 33–41, 1995.

[10] Ciarlet P. Introduction to numerical linear algebra and optimisation. Cambridge Univ. Pr., 1989.

[11] Helbing D. Traffic and related self-driven many-particle systems. Reviews of Modern Physics, 73, 2001.

[12] Helbing D., Farkas I., and Vicsek T. Simulating dynamical features of escape panic. Nature, 407, 487–490, 2000.

[13] Strogatz S., Abrams D., McRobie A., Eckhardt B., and Ott E. Theoretical mechanics : Crowd synchrony on the millennium bridge. Nature, 438, 43–44, 2005.