



HAL
open science

Compétition entre différents scénario de transition à la turbulence dans une couche limite en rotation

Bertrand Viaud, Eric Serre, Jean-Marc Chomaz

► **To cite this version:**

Bertrand Viaud, Eric Serre, Jean-Marc Chomaz. Compétition entre différents scénario de transition à la turbulence dans une couche limite en rotation. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03390800

HAL Id: hal-03390800

<https://hal.science/hal-03390800>

Submitted on 21 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Compétition entre différents scénarios de transition à la turbulence dans une couche limite en rotation

B. VIAUD^a, E. SERRE^b, J.M. CHOMAZ^c

a. Centre de Recherche de l'Armée de l'air (CREA) Ecole de l'air, BA 701, 13661 SALON

b. Laboratoire de Mécanique, Modélisation et Procédés Propres (M2P2) CNRS Universités Aix-Marseille, IMT Chateau-Gombert, 13451 MARSEILLE

c. Laboratoire d'Hydrodynamique (LadHyX) CNRS Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau

Résumé :

La transition dans une couche limite en rotation est étudiée par voie de DNS spectrale. Cet écoulement abrite des modes d'instabilité convectifs et une instabilité absolue, susceptible d'ouvrir une route directe vers la turbulence. Mais cette voie dépend du résultat de la compétition entre les effets d'inhomogénéité spatiale, stabilisant, et les effets non-linéaires, déstabilisant. De plus, les modes convectifs peuvent inhiber la route directe, et conduire à une autre voie de transition.

Abstract :

Transition from laminar to turbulent state is numerically investigated in a specific rotating boundary layer. This flow is subject to convective and absolute instabilities, the latter being suspected to promote turbulence through a direct route. But the transition scenario will be the outcome of the competition between the (stabilizing) non parallel effects and the (destabilizing) nonlinear ones. Moreover, strong convective instabilities may restabilize the flow, as far as absolute instability is concerned, prohibiting the direct route.

Mots clefs : transition, modes globaux non linéaires, instabilités absolues

1 Introduction

L'écoulement engendré par un disque infini tournant autour de son axe dans un fluide par ailleurs au repos représente un cas académique de couche limite tridimensionnelle. Il a en particulier été utilisé pour illustrer les mécanismes d'instabilité inflexionnelle. Si le disque infini est remplacé par un anneau plan, et qu'on lui en adjoint un second, parallèle au premier, la configuration obtenue est un modèle approximatif de la cavité entre les disque porte-aubages d'un turbocompresseur axial. Pour deux disques infinis, l'étude analytique de l'écoulement laminaire est due à [1], puis [2]. Pour deux anneaux en rotation d'ensemble, avec un flux radial forcé, les premiers résultats sont ceux de [3], qui a conduit une étude expérimentale et analytique. Cet auteur a en particulier montré que l'écoulement de base comportait quatre parties : une zone d'entrée et une zone de sortie encadrant une partie centrale où deux couches d'Ekman enserrment un noyau quasi-solide. Les travaux de [4] ont ensuite confirmé ces résultats, tout en ajoutant des mesures sur les instabilités des couches d'Ekman. Une revue se trouve dans [5] puis [6].

En ce qui concerne le régime de transition, une étude numérique récente [7] a démontré la similarité entre l'écoulement au contact d'un disque unique infini, et la couche limite reconstruite dans une cavité ouverte, en rotation d'ensemble, avec un flux radial forcé. Les propriétés de stabilité des profils de vitesse se sont avérées identiques, pour peu que les couches limites soient bien séparées. L'étude de la stabilité globale a montré l'existence d'une bifurcation globale sous-critique, en accord avec les résultats de [8] (qui concluent à une stabilité globale linéaire) ainsi qu'avec la dynamique non-linéaire proposée par [9].

L'analyse de stabilité linéaire a montré que l'écoulement au contact d'un disque unique infini était sujet à deux types d'instabilité. Une instabilité non-visqueuse, due à la présence d'un point d'inflexion dans le profil de vitesse radiale, est appelée type I, alors que le type II est le fruit des effets conjugués de la force de Coriolis et des effets visqueux. Les premiers résultats sont ceux de [10], et une revue est disponible dans [11].

En ce qui concerne le disque unique, la question du scénario de transition fait débat. En particulier depuis la découverte par [12], [13], [14] de la transition de l'instabilité convective à l'instabilité absolue pour le type I, juste avant la valeur récurrente dans les expériences du nombre de Reynolds d'apparition de la turbulence. Cependant [8] a montré que les effets d'inhomogénéité spatiale rendaient l'écoulement linéairement globalement stable en dépit de l'instabilité locale absolue. Une explication théorique de ce phénomène a été proposée ensuite dans [15]. Cependant, les non-linéarités peuvent contrebaler cet effet stabilisant, et conduire à un mode global non-linéaire, même en cas de stabilité linéaire, comme montré par [16]. En effet, l'existence d'une zone absolument instable d'étendue finie est une condition suffisante d'existence d'un mode global non-linéaire, qui

prend, pour les écoulements faiblement non-parallèles, la forme d'un front raide (placé sur le point de transition entre instabilité convective et absolue) séparant une zone amont où les perturbations sont évanescentes d'une onde saturée en aval. Ce mode, appelé *éléphant* dans [17], fut décrit pour la première fois dans [18]. Son existence ouvre la possibilité d'une route directe vers la turbulence en dépit de la stabilité globale linéaire, et des travaux dans ce sens ont été conduits dans [9]. Cet auteur a supposé que l'instabilité absolue du disque tournant donnait naissance à un tel mode global, et a étudié la stabilité secondaire de l'onde saturée. Elle s'est avérée elle-même absolument instable dès sa formation, renforçant la possibilité d'une route directe. L'existence du mode global n'était néanmoins que postulée.

Dans le cas de la cavité ouverte à flux radial forcé, nous avons montré l'existence d'une bifurcation globale sous-critique vers un mode *éléphant* (voir [7]). Nous allons maintenant voir que cette bifurcation peut en effet être suivie d'une instabilité secondaire, donnant naissance directement à la turbulence, mais qu'un tel scénario demande des conditions strictes. En dehors de ces conditions d'autres voies sont suivies, qui sont le résultat de la compétition entre effets non-linéaires et effets non-parallèles d'une part, et de la compétition entre instabilités convectives et instabilité absolue d'autre part.

2 Configuration et modélisation

2.1 Configuration et paramètres de contrôle

La configuration étudiée est constituée de deux anneaux plans parallèles séparés de la distance h^* , en corotation autour de leur axe commun à la vitesse Ω_d^* . Un flux Q^* est imposé au moyeu, et sort à la périphérie (voir figure 1). Les échelles d'adimensionnement sont les suivantes : $t_{ref} = \Omega_d^{*-1}$, $l_{ref} = h^*$, $V_{ref} = \Omega_d^* h^*$, $P_{ref} = \frac{1}{2} \rho^* \Omega_d^{*2} R_{out}^{*2}$, and $Q_{ref} = h^{*3} \Omega_d^*$.

Le système possède une échelle caractéristique, celle des couches d'Ekman ($\delta^* = \sqrt{\nu/\Omega_d^*}$), où ν est la viscosité cinématique.

La géométrie est définie par deux paramètres : un rapport de forme $L = (\Delta R^*)/h^*$ et une courbure $R_m = (R_{in}^* + R_{out}^*)/\Delta R^*$. L'écoulement est lui aussi contrôlé par deux paramètres : un nombre de Reynolds global représentant la rotation, $Re_h = (h^*/\delta^*)^2$ et un débit adimensionné représentant le flux radial $C_w = Q^*/(\nu R_{out}^*)$.

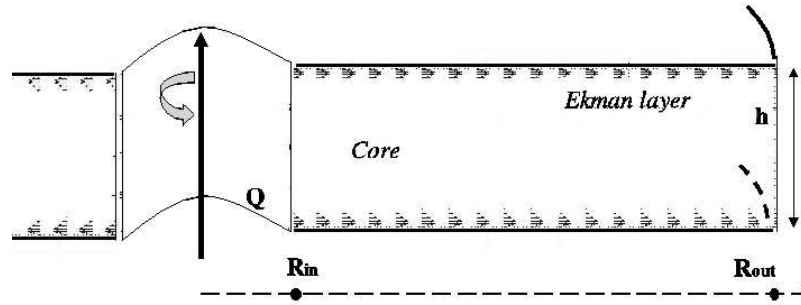


FIG. 1 – Vue en coupe de la cavité annulaire. Le champ de vecteur représente l'écoulement radial et fait apparaître les couches d'Ekman.

Pour les forts taux de rotation les couches sont fines et bien séparées. Les profils de vitesse peuvent alors être approchés par le raccordement de deux spirales d'Ekman [19], comme proposé par [20]. Cette approche asymptotique a été validée par [21] pour des flux faibles (effets non-linéaires limités) dans une configuration semblable. Si on appelle vitesse géostrophique V_g la vitesse azimutale dans le plan médian entre les couches limites, l'écriture de la conservation du débit permet alors de montrer que cette vitesse décroît comme $1/r$ dans la cavité (voir équation 1), alors qu'elle est constante pour un disque unique infini. C'est cette variation qui va en particulier déterminer l'inhomogénéité spatiale de l'écoulement dans la direction radiale.

$$V_g = \frac{-C_w \nu R_{out}}{2\pi r \delta} \quad (1)$$

La stabilité locale est déterminée par deux paramètres de contrôle locaux, obtenus à partir des deux paramètres globaux et de la station radiale. On définit ainsi (voir équation 2) un nombre de Reynolds local Re_δ et un nombre de Rossby local Ro , qui compare les termes quadratiques avec la force de Coriolis.

$$Re_\delta = \frac{-V_g^* \delta^*}{\nu} = \frac{R_{out} C_w}{2\pi r} \quad Ro = -\frac{Re_\delta}{r \sqrt{Re_h}} \quad (2)$$

On remarque que le nombre de Reynolds local décroît lui aussi comme $1/r$ et que le nombre de Rossby varie plus vite, comme $1/r^2$. On sait par ailleurs, [22] et [14], que les seuils d'apparition des différentes

instabilités sont fonctions croissantes (linéaires dans le cas des instabilités convectives) du nombre de Rossby. Cette différence de vitesse de variation va donc conduire à l'existence de rayons critiques, séparant des zones stables, convectivement instables puis absolument instables.

2.2 Méthode numérique

Compte tenu des besoins en précision inhérents à une étude de la transition à la turbulence, et de la nécessité de conserver effets non-linéaires et effets non-parallèles, l'étude s'est faite par simulation numérique directe pseudo-spectrale. Le code de calcul résout donc les équations de Navier–Stokes pour un fluide incompressible dans le référentiel tournant en s'appuyant sur décomposition en série de Tchebychev dans les deux directions inhomogènes (radiale et axiale) et en série de Fourier dans la direction azimutale.

Cette approche présente deux avantages supplémentaires. D'une part les points de Gauss–Lobatto utilisés pour la méthode de collocation dans la direction axiale sont naturellement concentrés dans les couches limites, d'autre part grâce à la décomposition en série de Fourier, il est simple d'imposer une périodicité quelconque dans la direction azimutale, ou de filtrer en cours de calcul des plages de nombres d'ondes azimutaux.

Le schéma temporel est semi-implicite, précis au second ordre, et fait appel à une méthode de projection pour respecter la condition d'incompressibilité. Ses propriétés de précision et stabilité ont été établies dans [23], et son emploi est détaillé dans [24].

Les conditions aux limites sont de type Dirichlet, instationnaires dans le cas de la sortie. Sur les disques, des conditions d'adhérence à la paroi sont imposées. En sortie, l'objectif étant de laisser les instabilités quitter le domaine de calcul sans réflexion, on a appliqué des conditions convectives, dites de Sommerfeld. Elles ont été soigneusement calibrées et validées (voir [7]), et il n'y a pas de réflexions. En entrée on a imposé un profil de vitesse capturé dans un domaine de calcul décalé vers l'amont. En effet, [25] a montré que les effets non-linéaires sur l'écoulement de base devenaient non négligeables pour les valeurs de flux forcé envisagées, ce qui invalide l'utilisation de la solution asymptotique obtenue par raccordement de deux spirales d'Ekman. Par ailleurs on souhaite éviter de simuler la zone d'entrée mise en évidence par [3], et dont [26] a montré qu'elle avait une dynamique propre. Dans cette optique, il ne faut donc pas imposer un profil de Poiseuil, mais bien un profil présentant des couches d'Ekman déjà établies.

Compte tenu de la symétrie de l'écoulement de base par rapport au plan médian, et de l'absence d'effet de confinement dans la direction axiale pour des valeurs de h assez grandes (absence validée lors de nos calculs), on a choisi d'économiser des points de calculs en ne simulant qu'une demi-cavité haute. Des conditions de glissement sans frottement sont donc finalement imposées sur le plan inférieur, pour rendre compte de la symétrie.

Le domaine de calcul est défini par les valeurs $L = 10$ et $R_m = 5$, et la périodicité imposée à $2\pi/4$ pour réduire le nombre de points nécessaires. Dans cette configuration le maillage a été raffiné jusqu'à $649 \times 65 \times 170$ dans les directions radiale, axiale et azimutale respectivement.

3 Route directe par cascade de modes éléphants

Pour $C_w = 2500$ et $Re_h = 780$ l'analyse de stabilité locale montre que la transition entre instabilité convective et absolue a lieu en $r = 24$ (le domaine allant de $r = 20$ à $r = 30$). La dynamique globale non-linéaire a été étudiée en observant la réponse impulsionnelle de l'écoulement à une perturbation initiale, localisée en temps et en espace, suffisamment forte pour déclencher les effets non-linéaires. Une telle réponse est représentée sur la figure 2, par un enregistrement spatio-temporel de la vitesse de perturbation axiale, pour une seule hauteur et un unique azimut, en fonction du rayon et du temps. Elle présente une succession de deux fronts stationnaires. Le premier, en $r = 24$ est positionné sur le point de transition R_{CA} entre instabilité convective et absolue, et le second en $r = 25.5$ suit de peu la saturation. Il donne naissance à un état fortement désordonné, voir la figure 3, que les mesures de spectres spatiaux et temporels permettent de qualifier de turbulent (voir en particulier le spectre temporel sur la figure 5). Les caractéristiques du front primaire à l'instant qui correspond à la fin de l'enregistrement de la figure 2 sont obtenues en intégrant l'énergie cinétique de perturbation selon l'équation 3, où u' , v' , et w' sont les vitesses de perturbation.

$$E(r) = 2\pi r \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2 + w'^2) dz d\theta \quad (3)$$

Le résultat, représenté sur la figure 4, est en plein accord avec la théorie des modes globaux non-linéaires à fronts raides. En particulier le front est localisé autour de $R_{CA} = 24$, sa pente est égale à 3.2, à comparer à $k_{0,i}(R_{CA}) = 3.41$, et la fréquence globale est de $\omega_G = 2.85$, à comparer à $\omega_{0,i}(R_{CA}) = 2.8$.

4 Autres routes

Ce scénario de transition à la turbulence s'appuie sur l'existence d'une zone absolument instable donnant naissance à un mode global non-linéaire. Il peut donc être inhibé dès que les effets non-linéaires sont insuffisants pour compenser l'inhomogénéité spatiale, ou si la zone absolument instable n'est pas suffisamment étendue pour donner naissance au mode global primaire.

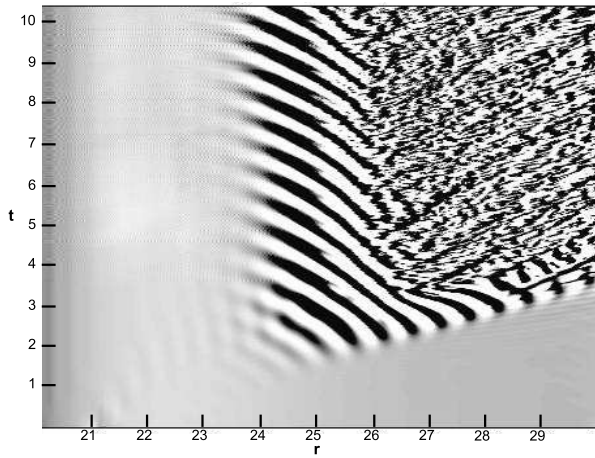


FIG. 2 – Enregistrement spatio-temporel de la réponse impulsionnelle : vitesse axiale de perturbation pour un unique azimut ($\theta = 0$) et une seule hauteur ($z = 0.49$).

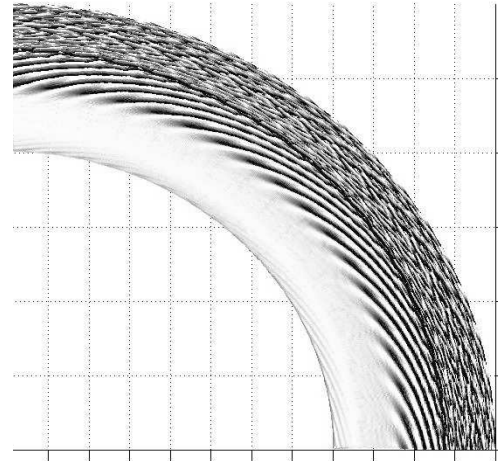


FIG. 3 – Vue de dessus du champ de vitesse axiale de perturbation. Les 68 spirales du mode absolu sont encadrées par une zone amont laminaire et une zone aval turbulente.

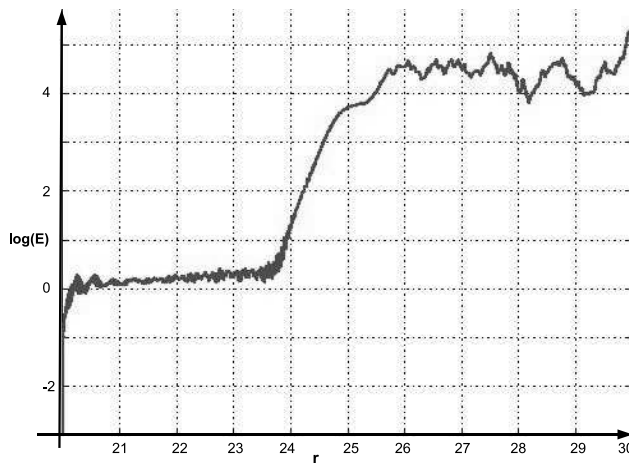


FIG. 4 – Tracé semi-logarithmique de l'amplitude du mode global en fonction de r . E est l'énergie de perturbation intégrée selon l'équation 3. La transition entre instabilité convective et absolue est en $R_{CA} = 24$.

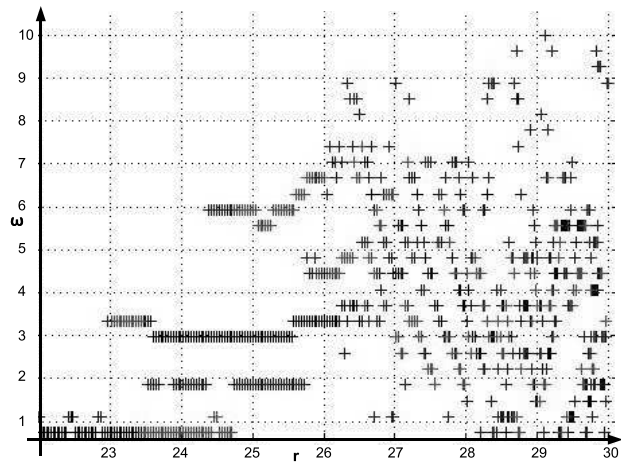


FIG. 5 – Répartition radiale du spectre temporel. On a représenté à chaque fois les trois fréquences les plus énergétiques. En aval de $r = 25.5$ le spectre est désordonné.

4.1 Réponse linéaire

On étudie la réponse impulsionnelle à des perturbations initiales localisées en temps et en espace de plus en plus faibles, jusqu'à ce que la croissance des harmoniques azimutales montre une absence de transferts non-linéaires. Le comportement global à longue échéance est alors très différent. On voit bien apparaître un état très désordonné, mais il intervient plus loin (en $r = 28.5$ au lieu de $r = 25.5$), et beaucoup plus tard (à $t = 5$ au lieu de $t = 3.5$). De plus cet état, observé dans l'espace physique, n'est pas précédé des spirales à angle positif du mode absolu. Dans ce cas, ce sont donc les modes convectifs de type I et II qui entraînent la transition. Un scénario impliquant une résonance spatiale directe entre ces modes a déjà été proposé par [27], mais rien ne permet d'affirmer qu'il est à l'oeuvre ici. Par ailleurs, les travaux expérimentaux les plus récents [28] ont montré que dans un environnement particulièrement propre, l'apparition de la turbulence pouvait être repoussée de 7%. Ce dernier résultat est cohérent de nos simulations avec perturbation faible.

4.2 Présence d'instabilités convectives fortes

En présence d'une stimulation permanente en amont, l'écoulement convectivement instable est le support de paquets d'ondes convectifs entretenus. Si le bruit amont est assez fort, ces ondes atteignent la saturation rapidement après le début de la zone absolument instable. Elles interagissent alors avec l'écoulement de base, et l'écoulement moyen peut être distinct de l'écoulement laminaire initial au point d'avoir des propriétés de stabilité très différentes. Or ce sont bien les caractéristiques de l'écoulement moyen qui doivent être prises en compte dans la théorie de la stabilité, et pour la prévision des modes globaux.

Dans nos simulations, une imperfection stationnaire des profils imposés en entrée peut forcer et entretenir des rouleaux axisymétriques, de type II convectif donc. Ces rouleaux ont une amplitude de 1.10^{-8} en entrée, et atteignent 1.10^{-3} dans le dernier quart de la cavité, alors que le mode global sature à 3.10^{-3} . Dans cette situation, une analyse locale de stabilité conduite avec le code DNS selon l'approche proposée par [?] et décrite pour cette configuration dans [7], montre que l'écoulement subit une seconde transition, de l'instabilité absolue vers l'instabilité convective en $r = R_{AC} = 26$. La dynamique globale est alors différente, et on n'observe pas le mode *éléphant* primaire, ce qui coupe la route directe décrite plus haut.

5 Conclusion

On a étudié par voie de simulation numérique directe spectrale la transition à la turbulence dans la couche limite tridimensionnelle rencontrée à la paroi dans une cavité en rotation d'ensemble avec flux radial forcé. On a pu mettre en évidence, pour la première fois, une route directe vers la turbulence par cascade de modes globaux de type *éléphant*. Mais d'autres mécanismes rentrent en compétition. En particulier, dans le cas d'une perturbation initiale faible, les effets d'inhomogénéité spatiale viennent contrebalancer l'instabilité absolue, et la transition se fait par une voie qui fait intervenir les modes convectifs et le point d'apparition de la turbulence est alors repoussé en aval. Par ailleurs, l'excitation permanente de modes convectifs peut venir inhiber la formation du mode global non-linéaire primaire, même en présence d'une perturbation forte, et interdire cette route vers la turbulence.

Le choix du scénario dépendra donc de l'environnement, puisque la perturbation impulsionnelle initiale peut être rapprochée de perturbations arrivant avec l'écoulement amont, alors que le forçage permanent d'un bruit convectif est associé à l'état de surface de la paroi. Suivant la prédominance des rugosités ou de la "turbulence" transportée par l'écoulement amont, c'est une voie ou une autre qui sera choisie.

Références

- [1] Batchelor G. Note on a class of solutions of the navier–stokes equations representing steady rotationally-symmetric flow. *Quat.J.Mech. and Appl.Math.*, 4, 29–41, 1951.
- [2] Stewartson K. On the flow between two coaxial rotating disks. *Proc.Camb.Phil.Soc.*, 49, 333–341, 1953.
- [3] Hide R. On source-sink flows stratified in a rotating annulus. *J. Fluid Mech.*, 32, 737–764, 1968.
- [4] Owen J. and Pincombe J. Velocity-measurements inside a rotating cylindrical cavity with a radial outflow of fluid. *J. Fluid Mech.*, 99, 111–127, 1980.
- [5] Owen J., Pincombe J., and Rogers R. Source sink flow inside a rotating cylindrical cavity. *J. Fluid Mech.*, 155, 233–265, 1985.
- [6] Owen J. and Rogers R. *Heat transfer in rotating-disk system*. Wiley, 1995.
- [7] Viaud B., Serre E., and Chomaz J. The elephant mode between two rotating disks. *J. Fluid Mech.*, 598, 451–464, 2008.
- [8] Davies C. and Carpenter P. W. Global behaviour corresponding to the absolute instability of the rotating-disk boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 486, 287–329, 2003.
- [9] Pier B. Finite amplitude crossflow vortices, secondary instability and transition in the rotating-disk boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 487, 315–343, 2003.

- [10] Lilly D. K. On the instability of the Ekman layer flow. *J. Atmos. Sc.*, 23, 481–494, 1966.
- [11] Crespo del Arco E., Serre E., Bontoux P., and Launder B. E. Stability, transition and turbulence in rotating cavities. In RAHMAN M., editor, *Advances in Fluid Mechanics*, volume 41 of *Dalhousie University Canada Series*, pages 141–196. WIT press, 2005.
- [12] Lingwood R. J. Absolute instability of the boundary layer on a rotating disk. *J. Fluid Mech.*, 299, 17–33, 1995.
- [13] Lingwood R. J. An experimental study of the absolute instability of the rotating-disk boundary-layer flow. *J. Fluid Mech.*, 314, 373–405, 1996.
- [14] Lingwood R. J. Absolute instability of the Ekman layer and related rotating flows. *J. Fluid Mech.*, 331, 405–428, 1997.
- [15] Davies C., Thomas C., and Carpenter P. Global stability of the rotating-disk boundary layer. *J. Eng. Math.*, 57, 219–236, 2007.
- [16] Chomaz J., Couairon A., and Julien S. Absolute and convective nature of the Eckhaus and zigzag instability with throughflow. *Phys. of Fluids*, 11, 3369–3373, 1999.
- [17] Pier B. and Huerre P. Nonlinear self-sustained structures and fronts in spatially developing wake flows. *J. Fluid Mech.*, 435, 145–174, 2001.
- [18] Pier B., Huerre P., Chomaz J., and Couairon A. Steep nonlinear global modes in spatially developing media. *Phys. of Fluids*, 10, 2433–2435, 1998.
- [19] Ekman V. On the influence of earth’s rotation on ocean currents. *Arkiv. Math. Astr. Fys.*, 2(11), 1–52, 1905.
- [20] Zandbergen P. and Dijkstra D. Vonkárman swirling flows. *Ann.Rev. Fluid Mech.*, 19, 465–491, 1986.
- [21] Serre E., Hugues S., Crespo del Arco E., Randriamampianina A., and Bontoux P. Axisymmetric and three-dimensional instabilities in an Ekman boundary-layer flow. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 22, 82–93, 2001.
- [22] Tatro P. R. and Mollo-Christensen E. Experiments on Ekman layer instability. *J. Fluid Mech.*, 28, 531–544, 1967.
- [23] Vanel J. M., Peyret R., and Bontoux P. A pseudo-spectral solution of vorticity-streamfunction equations using the influence matrix technic. In Morton K. W. and Baynes M. J., editors, *Num. Meth. for fluid dynamics*, volume II, pages 463–475. 1986.
- [24] Raspo I., Hugues S., Serre E., Randriamampianina A., and Bontoux P. A spectral projection method for the simulation of complex three-dimensional rotating flows. *Comput. fluids*, 31, 745–767, 2002.
- [25] Andersen A., Lautrup B., and Bohr T. Averaging method for the nonlinear laminar Ekman layers. *J. Fluid Mech.*, 487, 81–90, 2003.
- [26] Crespo del Arco E., Maubert P., Randriamampianina A., and Bontoux P. Spatio-temporal behaviour in a rotating annulus with a source-sink flow. *J. Fluid Mech.*, 32, 1–27, 1996.
- [27] Turkyilmazoglu M. and Gajjar J. S. B. Direct spatial resonance in the laminar boundary layer due to a rotating disk. *Sadhana - Acad. Proc.*, 25, 601–617, 2000.
- [28] Othman H. and Corke T. Experimental investigation of absolute instability of a rotating-disk boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 565, 63–94, 2006.