



HAL
open science

Surveillance vibratoire et contrôle actif d'une structure de type treillis comportant une fissure

Baptiste Chomette, Jean-Jacques Sinou

► **To cite this version:**

Baptiste Chomette, Jean-Jacques Sinou. Surveillance vibratoire et contrôle actif d'une structure de type treillis comportant une fissure. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03390795

HAL Id: hal-03390795

<https://hal.science/hal-03390795>

Submitted on 21 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Surveillance vibratoire et contrôle actif d'une structure de type treillis comportant une fissure

B. CHOMETTE et J-J. SINOÛ

Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes CNRS UMR5513, Ecole Centrale de Lyon,
36 av. Guy de Collongue 69134 Ecully cedex

Résumé :

Cette étude s'intéresse au contrôle de la dynamique des structures comportant des défauts. Le changement de la dynamique de la structure fissurée et de ses paramètres modaux est examiné à partir d'une modélisation éléments finis d'un treillis comportant une fissure. Le contrôle actif de la structure fissurée est ensuite réalisé par l'application d'un algorithme de contrôle Linéaire Quadratique et de composants de contrôles positionnés de façon optimale sur les modes les plus sensibles à la fissure à l'aide du critère de Hac et Liu.

Abstract :

Cracks can modify structural dynamic and modal parameters of mechanical systems. Active control can be used to limit cracks incidence on structures. This paper presents the active control (Linear Quadratic algorithm) of a cracked truss modelised by finite elements model. Control components are optimally located using Hac and Liu Criterion applied on the most sensible modes to the crack.

Mots clefs: défaut, structure treillis, dynamique, contrôle, identification

1 Introduction

La surveillance vibratoire dans les structures mécaniques a fait l'objet de nombreuses recherches lors de ces dernières années [1-4]. L'objectif de telles études est de permettre une détection des défauts en amont avant une cassure de pièce. Ces approches ne permettent pas cependant de palier à la modification et à la variation du comportement dynamique des structures dues à la présence du défaut. Cette étude s'intéresse donc au contrôle de la dynamique des structures comportant un défaut, plus particulièrement à une structure de type treillis avec une fissure. La stratégie de contrôle colocalisé [5] est l'une des solutions pour contrôler la dynamique d'une structure fissurée. L'application d'un algorithme Linéaire Quadratique (LQ) permet de cibler le contrôle sur les modes souhaités afin de réduire l'amplitude des modes les plus sensibles à la fissure. Le choix du nœud d'application du contrôle est effectué en utilisant le critère de Hac et Liu [6] appliqué uniquement aux modes précédents.

2 Modèle d'un treillis fissuré

Le système considéré est un treillis discrétisé en poutres éléments de Timoshenko. Le treillis et la fissure étudiés sont présentés sur les FIG 1(a.) et (b.).

L'équation de la dynamique globale d'un treillis fissuré peut s'écrire sous la forme

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{K} - \mathbf{K}_{\text{crack}})\mathbf{x} = \mathbf{F}, \quad (1)$$

où \mathbf{M} , \mathbf{C} et \mathbf{K} sont les matrices de masse, d'amortissement visqueux et de raideur de la structure sans fissure. $\mathbf{K}_{\text{crack}}$ est la matrice de raideur due à la fissure obtenue à partir d'un calcul de type éléments finis standard. La fissure transversale est modélisée par une réduction du moment d'inertie ΔI de l'élément fissuré (Mayes et al. 1984 [3])

$$\frac{\Delta I}{I_0} = \frac{\frac{R}{l}(1-\nu^2)F(\mu)}{1 + \frac{R}{l}(1-\nu^2)F(\mu)}, \quad (2)$$

où I_0 , R , l , ν , μ et $F(\mu)$ définissent le moment d'inertie, le rayon de l'arbre, la longueur de l'élément fissuré, le coefficient de Poisson, la profondeur de fissure adimensionnée et une fonction variant suivant la taille de la fissure et validée expérimentalement. Le modèle de fissure proposé prend en compte l'orientation de la fissure par rapport aux axes principaux Y et Z et l'influence de la gravité qui peut induire une fermeture partielle de cette dernière [7].

Ainsi, la contribution du défaut s'obtient à partir du nouveau centroïde (du à la présence de la fissure)

$$\bar{X} = \frac{2}{3A} R^3 (2\mu - \mu^2)^{3/2}, \quad (3)$$

et l'aire modifiée de l'élément fissure

$$A = R^2 \left((1-\mu) \sqrt{2\mu - \mu^2} + \cos^{-1}(1-\mu) \right), \quad (4)$$

les moments d'inertie suivant les axes principaux par rapport au front de fissure sont définis par

$$I_\eta = \tilde{I}_\eta \quad (5)$$

et

$$I_\xi = \tilde{I}_\xi - A\bar{X}^2, \quad (6)$$

R et μ correspondant au rayon de l'élément et à la profondeur de fissure adimensionnée (i.e. $\mu = h/R$).

Après calculs, les moments d'inertie \tilde{I}_η and \tilde{I}_ξ (selon les axes η and ξ) sont donnés par

$$\tilde{I}_\eta = \int_A Y^2 dA = \frac{R^4}{4} \left((1-\mu)(1-4\mu+2\mu^2) \sqrt{2\mu-\mu^2} + \cos^{-1}(1-\mu) \right), \quad (7)$$

$$\tilde{I}_\xi = \int_A X^2 dA = \frac{\pi R^4}{4} + R^4 \frac{2}{3} (1-\mu)(2\mu-\mu^2)^{3/2} + \frac{1}{4} (1-\mu)(1-4\mu+2\mu^2) \sqrt{(2\mu-\mu^2)} + \sin^{-1} \left(\sqrt{(2\mu-\mu^2)} \right). \quad (8)$$

Finalement, l'assouplissement $\mathbf{K}_{crack}^{\eta,\xi}$ de la matrice de raideur du fait de la fissure (pour un élément de longueur l avec un module d'Young E), suivant les degrés de liberté $[u_1 \quad v_1 \quad \theta_1 \quad \psi_1 \quad u_2 \quad v_2 \quad \theta_2 \quad \psi_2]$ s'écrit sous la forme

$$\mathbf{K}_{crack}^{\eta,\xi} = \frac{E}{l^3} \begin{bmatrix} 12I_\eta & 0 & 0 & 6I_\eta & -12I_\eta & 0 & 0 & 6I_\eta \\ & 12I_\xi & -6I_\xi & 0 & 0 & -12I_\xi & -6I_\xi & 0 \\ & & 4l^2 I_\xi & 0 & 0 & 6I_\xi & 2l^2 I_\xi & 0 \\ & & & 4l^2 I_\eta & -6I_\eta & 0 & 0 & 2l^2 I_\eta \\ & & & & 12I_\eta & 0 & 0 & -6I_\eta \\ & & & & & 12I_\xi & 6I_\xi & 0 \\ & & & & & & 4l^2 I_\xi & 0 \\ & & & & & & & 4l^2 I_\eta \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Sym.

Ainsi, la matrice de raideur \mathbf{K}_{crack} suivant les axes principaux Y et Z est définie par

$$\mathbf{K}_{crack} = \text{diag}(\mathbf{P}^T \mathbf{P}^T \mathbf{P}^T \mathbf{P}^T) \times \mathbf{K}_{crack}^{\eta,\xi} \times \text{diag}(\mathbf{P} \mathbf{P} \mathbf{P} \mathbf{P}) \quad (10)$$

avec

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \cos \chi & \sin \chi \\ -\sin \chi & \cos \chi \end{bmatrix}, \quad (11)$$

où χ définit l'angle entre le front de fissure et l'axe principal vertical Z.

De plus, la contribution de la présence de la fissure sur la traction compression de l'élément fissuré est modélisée par un assouplissement local. La matrice de raideur suivant les degrés de liberté $[w_1 \ w_2]$ pour l'élément fissuré prend alors la forme

$$\mathbf{K}_{crack}^{T/C} = \frac{EA}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

avec A l'aire totale de l'élément fissuré.

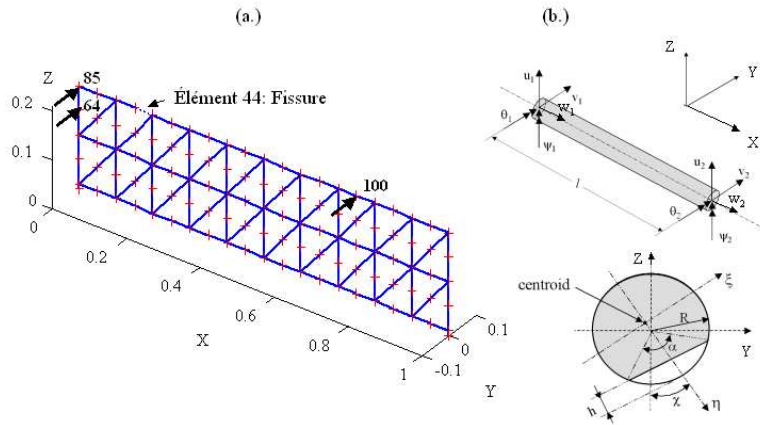


FIG 1 – Treillis étudié et section fissurée.

3 Définition du contrôleur

L'application de techniques de contrôle actif est l'une des solutions pour réduire le niveau de vibration du treillis fissuré. Le choix d'un algorithme de contrôle Linéaire Quadratique (LQ) basé sur une matrice de pondération modale permet de cibler le contrôle sur les modes les plus sensibles à la présence d'une fissure. La dynamique du treillis soumis à une perturbation extérieure peut s'écrire sous la forme

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u + \mathbf{G}w \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \end{cases}, \quad (13)$$

où \mathbf{y} est le vecteur des sorties, w la perturbation extérieure, \mathbf{x} est le vecteur d'état du système et u la commande. \mathbf{A} est la matrice de la dynamique du système libre, \mathbf{B} et \mathbf{C} sont respectivement les matrices actionneur et capteur, \mathbf{G} est la matrice de perturbation. Les matrices d'état du système peuvent s'écrire en fonction des paramètres modaux pour un modèle à n modes sous la forme

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n,n} & \text{diag}(\omega_i) \\ -\text{diag}(\omega_i) & -\text{diag}(2\xi_i\omega_i) \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n,1} \\ \mathbf{\Pi}^a \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n,1} \\ \mathbf{\Pi}^f \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}^c & \mathbf{0}_{1,n} \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \omega\mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

où ω_i et ξ_i sont respectivement les pulsations propres et les facteurs d'amortissement modaux calculés à partir d'un amortissement de Rayleigh. $\mathbf{\Pi}^a$, $\mathbf{\Pi}^c$ et $\mathbf{\Pi}^f$ sont respectivement les vecteurs actionneurs, capteur et de perturbation projetés dans la base modale, définis par

$$\mathbf{\Pi}^a = \boldsymbol{\phi}^t \mathbf{K}^a, \mathbf{\Pi}^c = \boldsymbol{\phi}^t \mathbf{K}^c, \mathbf{\Pi}^f = \boldsymbol{\phi}^t \mathbf{K}^f, \quad (15)$$

où \mathbf{K}^a , \mathbf{K}^c et \mathbf{K}^f sont respectivement les vecteurs de répartition des degrés de liberté actionneur, capteur et de perturbation et $\boldsymbol{\phi}$ la matrice des vecteurs propres.

La commande optimale est définie telle que

$$u = -\mathbf{K}\mathbf{x}, \quad (16)$$

où \mathbf{K} est la matrice des gains de contrôle obtenue à partir de la minimisation de la fonctionnelle

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^t \mathbf{Q} \mathbf{x} + u^t \mathbf{R} u) dt, \quad (17)$$

où \mathbf{Q} et \mathbf{R} sont les matrices de pondération sur l'état et sur la commande. La matrice de pondération sur l'état peut s'écrire sous la forme

$$\mathbf{Q} = \gamma \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\text{sup}} & \mathbf{0}_{n,n} \\ \mathbf{0}_{n,n} & \mathbf{Q}_{\text{inf}} \end{bmatrix}, \quad (18)$$

où γ est un terme de pondération global s'appliquant sur tout les modes. \mathbf{Q}_{sup} et \mathbf{Q}_{inf} sont respectivement les matrices de pondération en raideur et en amortissement. Dans le cas de l'amortissement actif, le terme \mathbf{Q}_{sup} est prépondérant. Dans le cas d'un unique actionneur, la matrice \mathbf{R} est réduite à un scalaire.

Le vecteur d'état du système en boucle ouverte peut s'écrire en variable de Laplace avec (13)

$$\mathbf{x} = (s \times \mathbf{Id} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{G} w, \quad (19)$$

et en boucle fermée avec (16)

$$\mathbf{x} = (s \times \mathbf{Id} - \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{G} w. \quad (20)$$

La commande du système en boucle fermée s'écrit alors avec (16) et (20)

$$u = -\mathbf{K} (s \times \mathbf{Id} - \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{G} w. \quad (21)$$

La fonction de transfert du système en boucle ouverte entre la perturbation w et le vecteur des sorties \mathbf{y} peut s'écrire avec (20) et (13)

$$H_{BO} = \mathbf{C} (s \times \mathbf{Id} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{G}, \quad (22)$$

et en boucle fermée avec (21) et (13)

$$H_{BF} = \mathbf{C} (s \times \mathbf{Id} - \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K})^{-1} \mathbf{G}. \quad (23)$$

Le choix du nœud d'application du contrôlé colocalisé, c'est à dire le positionnement optimal des composants de contrôle est déterminé en utilisant le critère de Hac et Liu appliqué au système $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ précédemment défini

$$PI = \left(\sum_{i=1}^{2m} \lambda_i \right) \sqrt[2m]{\prod_{i=1}^{2m} \lambda_i}, \quad (24)$$

où λ_i sont les valeurs propres de la matrice du grammien de contrôlabilité et m le nombre de modes contrôlés sur lesquels s'effectue l'optimisation.

4 Application du contrôle LQ

Le contrôle LQ est appliqué au treillis dans le cas d'une fissure sur l'élément 44 avec $\mu=0,5$ et une orientation $\chi=180^\circ$. Une perturbation unitaire est appliquée sur le nœud 85. La FIG 2 présente les fonctions de transfert identifiées par curve fitting entre la perturbation suivant Y appliquée au nœud 85 et le déplacement mesuré au nœud 100 suivant Y pour une fissure de caractéristique $\mu=0,5$ et une variation de l'orientation de la fissure $\chi=0$ (\rightarrow) à 180° (\leftarrow). La rotation de la fissure induit une variation de la réponse fréquentielle du treillis et une variation des paramètres modaux, particulièrement de l'amplitude modale pour le mode 13. Les modes 13 à 2578 Hz et 16 à 3570 Hz sont les modes les plus influencés par la rotation de la fissure.

Le positionnement optimal est déterminé en utilisant le critère de Hac et Liu défini par (24). Les FIG 3(a.) et (b.) présentent les valeurs du critère de Hac et Liu aux différents nœuds du treillis en prenant en compte l'ensemble des modes ($m = 20$) et en prenant uniquement en compte les modes les plus sensibles à la fissure ($m = 2$). Le critère de positionnement est maximum sur le nœud 96 dans le premier cas et sur les nœuds 85 et 64 dans le second cas. Le nœud 85 étant le nœud d'application de la perturbation, le nœud 64 sera retenu pour l'application du contrôle.

La FIG 3(c.) présente les fonctions de transfert du treillis non contrôlé et contrôlé calculées avec (22) et (23) pour un contrôle colocalisé sur le nœud 96 et sur le nœud 64 avec une pondération $\gamma = 10^8$. Dans le premier cas, le contrôle ne permet pas la réduction du niveau de vibration sur les modes 13 et 16 et augmente le niveau du mode 13. Le positionnement obtenu en prenant en compte l'ensemble des modes ne permet donc pas de contrôler les modes souhaités. Dans le second cas, le contrôle permet une réduction effective du niveau de vibration sur les modes 13 et 16. Le positionnement obtenu en prenant en compte uniquement les modes souhaités est donc validé.

La commande u , présentée sur la FIG 4(a.), est calculée avec (21) pour un coefficient de pondération variant de $\gamma = 0$ à $\gamma = 10^{10}$ avec $\mathbf{Q}_{\text{inf}} = \mathbf{Q}_{\text{sup}} = \mathbf{I}_{\mathbf{n},\mathbf{n}}$. Le choix du nœud 64 permettant déjà de cibler le contrôle sur les modes 13 et 16, seul le coefficient global γ est utilisé pour pondérer l'énergie nécessaire au contrôle. La fonction de transfert entre le déplacement suivant Y mesuré au nœud 64 et la perturbation appliquée au nœud 85 est présentée sur la FIG 4(b.) pour le treillis non contrôlé (—) et contrôlé (---). La fonction de transfert entre le déplacement suivant Y mesuré au nœud 100 et la perturbation appliquée au nœud 85 est présentée sur la FIG 4(c.) pour le treillis non contrôlé (—) et contrôlé (---).

L'application du contrôle suivant le positionnement optimal obtenu par l'application du critère de Hac et Liu permet une réduction du niveau de vibration sur les modes 13 et 16 les plus sensibles à la fissure comme présenté sur les FIG 4(d.) et (e.). Le niveau de vibration des modes 13 et 16 est réduit par un facteur 5 pour une pondération $\gamma = 10^{10}$.

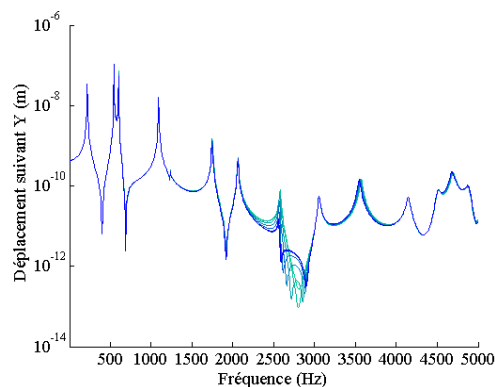


FIG 2 – Fonctions de transfert identifiées par curve fitting entre la perturbation suivant Y appliquée au nœud 85 et le déplacement mesuré au nœud 100 suivant Y pour une fissure de caractéristique $\mu = 0,5$ et une variation de l'orientation $\chi = 0 \dots 180^\circ$ (— ... —).

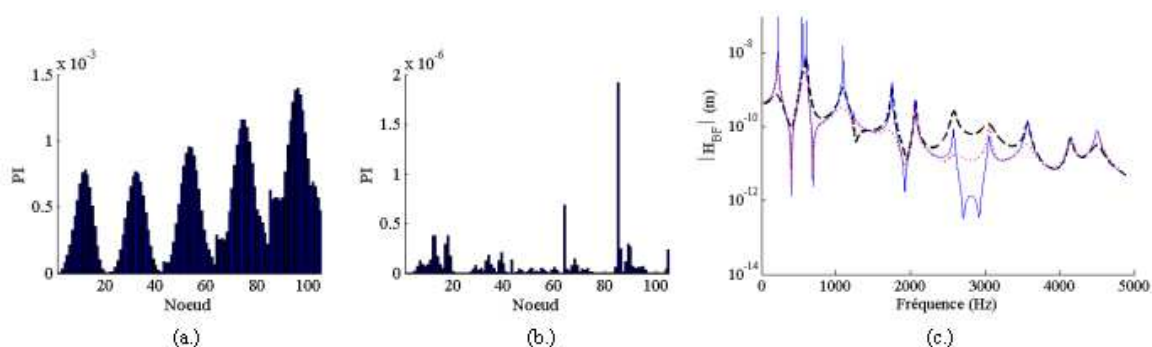


FIG 3 – Valeurs du critère de Hac et Liu pour $m = 20$ (a.) et $m = 2$ (b.) et fonctions de transfert du treillis non contrôlé (—) et contrôlé avec un contrôle colocalisé sur les nœuds 96 (---) et 64 (....).

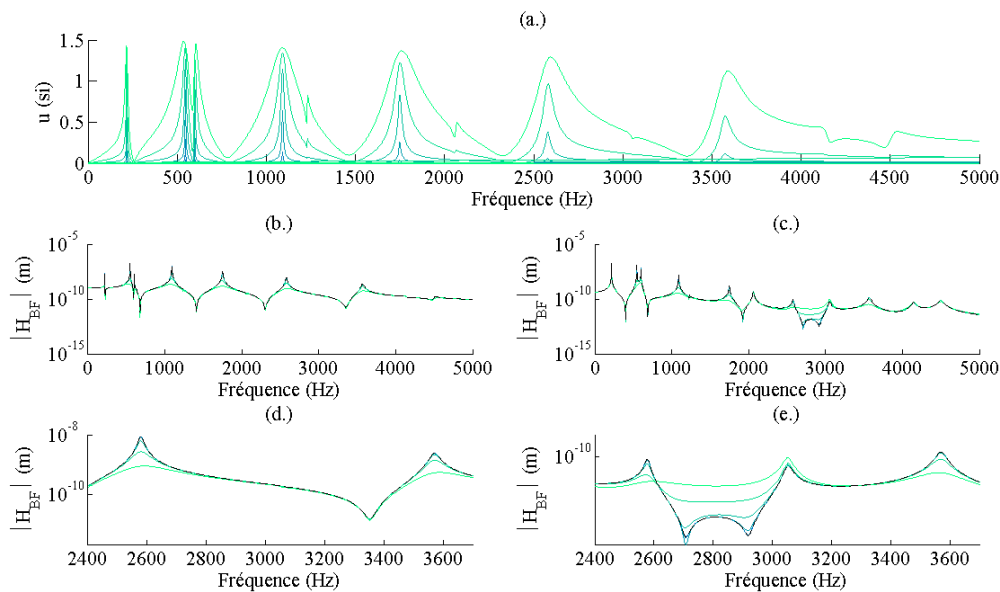


FIG 4 – Commandes et fonctions de transfert du treillis non contrôlé (--) et contrôlé pour différentes pondérations, $\gamma = 0 \dots 10^{10}$ (— ... —).

5 Conclusion

L'application de techniques de contrôle actif, algorithme LQ, est une solution pour réduire le niveau de vibration sur les structures de type treillis comportant un défaut. Le positionnement optimal des composants de contrôle à l'aide du critère de Hac et Liu appliqué aux modes les plus sensibles au défaut permet également de cibler le contrôle sur ces modes et ainsi d'optimiser l'énergie nécessaire au contrôle.

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier l'Agence Nationale de la Recherche via le programme « Dynamique Robuste des Systèmes Mécaniques Non linéaires » Jeunes Chercheurs ANR-076-JCJC-0059-01-CSD 2.

Références

- [1] Friswell M.I. et Penny J.E.T., Crack Modelling for Structural Health Monitoring, International Journal of Structural Health Monitoring, 1(2), 139-148, 2002.
- [2] Gasch R., A Survey of the Dynamic Behaviour of a Simple Rotating Shaft with a Transverse Crack, Journal of Sound and Vibration, 160(2), 313-332, 1993.
- [3] Mayes I.W. et Davies W.G.R., Analysis of the Response of a Multi-Rotor-Bearing System Containing a Transverse Crack in a Rotor, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, 106, 139-145, 1984.
- [4] Wauer J., Dynamics of Cracked Rotors: Literature Survey, Applied Mechanics Review, 43, 13-17, 1990.
- [5] Preumont A., Vibration control of Actives Structures: An introduction, second ed., Kluwer Academic, Dordrecht, 2002.
- [6] Hac A. et Liu L., Sensor and actuator location in motion control of flexible structures, Journal of Sound and Vibration, 167, 239-261, 1993.
- [7] Sinou J-J. et Lees A.W., The influence of cracks in rotating shafts, Journal of Sound and Vibration, 285, 1015-1037, 2005.