



HAL
open science

Modélisation d'un Alliage à Mémoire de Forme contenant des inclusions élastoplastiques

Boris Piotrowski, Tarak Ben Zineb, André Eberhardt, Etienne Patoor

► **To cite this version:**

Boris Piotrowski, Tarak Ben Zineb, André Eberhardt, Etienne Patoor. Modélisation d'un Alliage à Mémoire de Forme contenant des inclusions élastoplastiques. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. <hal-03390790>

HAL Id: hal-03390790

<https://hal.science/hal-03390790v1>

Submitted on 21 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Modélisation d'un Alliage à Mémoire de Forme contenant des précipités élastoplastiques

B. PIOTROWSKI^{a,b}, T. BEN ZINEB^a, E. PATOOR^b, A. EBERHARDT^b

a. Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (LEMTA), Nancy Université, CNRS, 2 rue Jean Lamour, 54500 VANDOEUVRE-LES-NANCY

b. Laboratoire de Physique et de Mécanique des Matériaux (LPMM), Arts et Métiers Paristech, ENIM, CNRS, Île du Saulcy, 57000 METZ

Résumé :

Un modèle 3D est présenté, décrivant le comportement effectif global d'un Volume Élémentaire Représentatif composé d'une matrice en Alliage à Mémoire de Forme et d'inclusions élastoplastiques (NiTiNb). Ce type d'inclusions permet l'augmentation des températures de transformation inverse ainsi que l'élargissement de l'hystérésis de transformation.

Abstract :

A 3D model is presented, describing the effective behavior of a Representative Volume Element composed of a Shape Memory Alloy matrix and an elastic-plastic inclusions (NiTiNb). This kind of inclusion increases the reverse transformation temperatures and induces an hysteresis enlarging.

Mots clefs : Alliage à Mémoire de Forme, modélisation, homogénéisation, Mori Tanaka

1 Introduction

De part son large hystérésis de transformation (Af - Ms) en comparaison avec un alliage classique de $NiTi$, le $Ni_{47}Ti_{44}Nb_9$ est un Alliage à Mémoire de Forme (AMF) généralement utilisé dans l'industrie pour des applications de connectique. Il a été montré que la température de début de transformation inverse (As) peut augmenter de près de 100 °C après une déformation imposée à l'état martensitique [1]. Ce phénomène qui n'induit que quelques degrés d'augmentation pour un NiTi classique [2], est une conséquence de la reorientation de la martensite. Il s'explique par la dissipation de l'énergie élastique stockée au niveau de la martensite autoaccommodée. En effet, lorsque de la martensite est formée par refroidissement, des incompatibilités apparaissent au niveau des interfaces, qui se traduisent par de l'énergie élastique stockée. Cette énergie favorise un retour à l'état austénitique lors d'un chauffage. Toutefois, une prédéformation imposée depuis cet état de martensite relaxe une partie de cette énergie, et d'avantage d'énergie doit être apportée pour permettre un retour à l'état austénitique ce qui se traduit par une hausse des températures de transformation inverse As et Af [2]. Dans le cas du NiTiNb, le phénomène est plus important. En effet, il a été montré [3] que le Niobium est présent dans le NiTiNb sous forme d'inclusions ellipsoïdales, ayant un comportement élastoplastique avec une faible limite d'élasticité. Les inclusions de Niobium permettent aisément de relaxer l'énergie élastique générée par la formation de martensite autoaccommodée, lors d'une déformation imposée à l'état martensitique. L'objectif de cette étude est de modéliser le comportement d'un AMF contenant des inclusions élastoplastiques. Cette modélisation est appliquée à un AMF de NiTi avec des inclusions de Niobium.

La première partie de ce document présente des essais de traction et d'observations au MEB. Dans la seconde partie, un modèle thermo-mécanique à deux phases est développé. Il décrit le comportement global effectif d'une inclusion élasto-plastique (précipités de Niobium) à l'intérieur d'une matrice en AMF (NiTi). La loi de comportement de la matrice est celle développée par Duval et al. [4, 5]. La loi de comportement élastoplastique est celle proposée par Simo et Hughes [6]. La transition d'échelle de Mori-Tanaka [7] est adoptée dans le but d'avoir la loi de comportement effective. Enfin, le modèle est implanté dans un code de calcul par Éléments Finis pour des applications de dimensionnement.

2 Observations expérimentales

2.1 Essais de traction

Un fil est chauffé jusqu'à 200 °C pendant 1 heure, afin de le rendre austénitique. Un essai de traction est effectué, composé de deux cycles successifs jusqu'à 2 et 5 % de déformation. Un chauffage est appliqué après

chacun des cycles. La Figure (1) représente l'évolution de la contrainte dans le fil en fonction de la déformation. L'essai de traction peut se décomposer en 6 étapes :

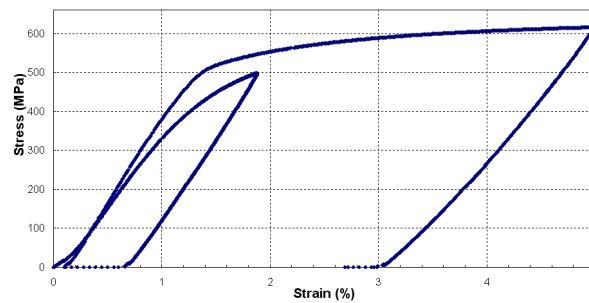


FIG. 1 – Essai de traction sur un fil en NiTiNb

1. Chargement (2 % de déformation) : élasticité de l'austénite puis comportement non linéaire.
2. Décharge : il reste une déformation inélastique.
3. Chauffage jusqu'à 150 °C : la déformation est totalement recouverte, donc la déformation inélastique est une déformation de transformation : $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{tr}$
4. Chargement (5 % de déformation)
5. Décharge : il reste une déformation inélastique de 3 %.
6. Chauffage jusqu'à 150 °C : la déformation n'est pas totalement recouverte, il y a donc une part de déformation plastique : $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{tr} + \varepsilon^p$

2.2 Observations au Microscope Électronique à Balayage

L'objectif est de définir le Volume Élémentaire Représentatif (VER) de l'alliage étudié. Les échantillons sont prélevés d'un anneau de $Ni_{47}Ti_{44}Nb_9$. Une étude sur les températures de transformation par DSC, couplée avec les résultats obtenus par He et Rong [1], montre que les échantillons ont été prédéformés de 14 % à l'état martensitique.

Les micrographies effectuées dans deux plans perpendiculaires mettent en évidence quatre phases, comme le montre la Figure (2) :

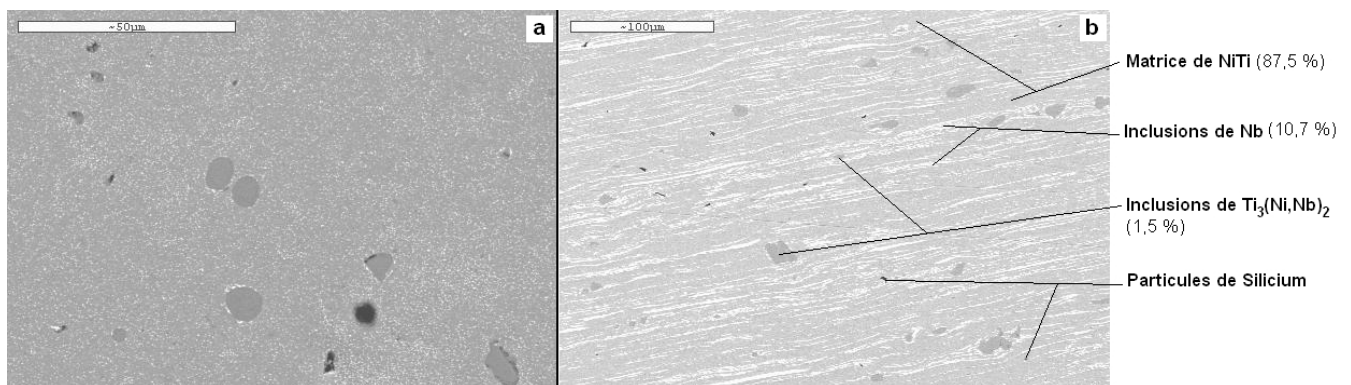


FIG. 2 – Micrographies dans les deux plans : a) longitudinal ; b) transverse

1. La première phase est une matrice de NiTi (87,5 %), qui apparaît en gris clair sur la micrographie.
2. La deuxième est composée d'inclusions ellipsoïdales allongées apparaissant en blanc (10,7 %), correspondant à une phase riche en niobium.
3. La troisième est composée de particules en gris foncé (1,5 %). Une analyse de composition révèle que ces particules riches en titane correspondent à des inclusions de $Ti_3(Ni, Nb)_2$, en accord avec les observations de Zhang et al. [3].
4. La quatrième est composée de particules noires de silicium (0,3 %), incrustées dans le matériau lors du polissage.

Seule la phase riche en niobium et la matrice sont conservées pour la définition du VER. La phase riche en titane n'est, d'une part, pas suffisamment importante pour participer de manière significative au comportement effectif de l'alliage, et d'autre part elle est enrobée dans une phase riche en niobium beaucoup plus ductile (résultats d'essais de nanoindentation). Son comportement est celui d'un corps rigide.

3 Modélisation

3.1 Stratégie d'homogénéisation

Afin d'obtenir la loi de comportement thermomécanique macroscopique, la matrice en AMF polycristallin est décrite avec le modèle macroscopique développé par Duval et al. [4, 5]. Les inclusions sont quand à elles supposées élastoplastiques et un algorithme de plasticité développé par Simo et Hughes [6] a été utilisé afin de les modéliser. Les équations constitutives peuvent être écrites de la manière suivante (1) et (2) :

$$\dot{\sigma}_{ij}^M(r) = L_{ijkl}^M(r)\dot{\varepsilon}_{kl}^M(r) - M_{ij}^M\dot{T} \quad (1)$$

$$\dot{\sigma}_{ij}^I(r) = L_{ijkl}^I(r)\dot{\varepsilon}_{kl}^I(r) - L_{ijkl}^I(r)\alpha_{kl}^I\dot{T} \quad (2)$$

avec L^M et M^M les modules tangents mécaniques et thermiques de la matrice, et L^I et α^I ceux de l'inclusion. Le comportement du VER est obtenu par la technique de transition d'échelle de Mori-Tanaka. Le choix de cette technique est justifié par le faible nombre des inclusions (10 %) et leur répartition homogène au sein de l'alliage. Les inclusions sont supposées parfaitement sphériques.

La Figure (3) illustre la stratégie d'homogénéisation appliquée.

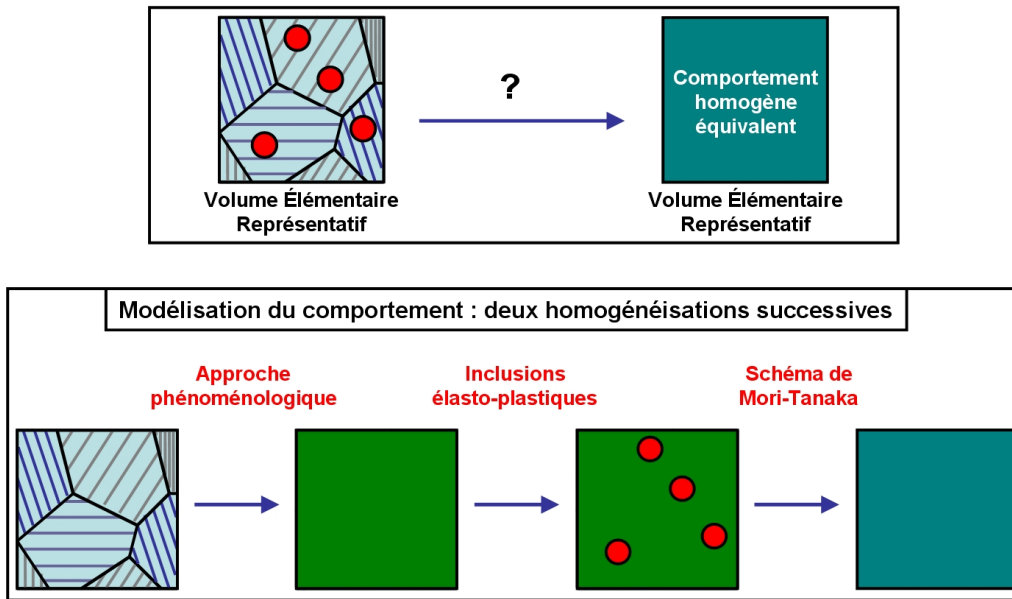


FIG. 3 – Stratégie d'homogénéisation

3.2 Solution de Mori-Tanaka

3.2.1 Eshelby solution

Dans un premier temps, le cas général d'une inclusion inélastique placée dans une matrice inélastique est considéré. L'objectif est d'exprimer la déformation au sein de l'inclusion ε_{ij} en fonction de la déformation macroscopique E_{ij} , par la biais des fonctions de Green. Une série d'équations aux dérivées partielles, obtenues par la loi de Hook et les équations d'équilibre quasi-statiques, sont transformées sous forme d'une équation intégrale [8, 9] :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}(r) = \dot{\varepsilon}_{ij}^0(r) - \int_V \Gamma_{ijkl}(r - r')\dot{\tau}_{kl}(r)dV' \quad (3)$$

Avec :

– V le volume du milieu considéré

– $\tau_{kl}(r)$ défini par :

$$\dot{\tau}_{kl}(r) = \delta l_{klmn}(r) \dot{\varepsilon}_{mn}(r) \quad (4)$$

– $\Gamma_{ijkl}(r-r')$ est le tenseur de Green modifié du milieu de référence. En utilisant les coordonnées cartésiennes, Γ est défini avec le tenseur de déplacement de Green G par la relation :

$$\Gamma_{ijkl}(r-r') = -\frac{1}{2} [G_{ki,jl}(r-r') + G_{kj,il}(r-r')] \quad (6)$$

L est le module effectif :

$$L(r) = L^M(r) + (L^I(r) - L^M(r))\theta^I(r) \quad (7)$$

$$\delta l(r) = L^I - L^M \quad (8)$$

Avec :

– $\theta(r)$ la fonction d'Heavyside, définie par :

$$\theta^I(r) = \begin{cases} 1 & \text{si } r \in \text{inclusion} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (9)$$

– $L^M(r)$, $L^I(r)$ et $M^M(r)$ étant définis avec les équations (1, 2).

La déformation imposée sur la zone considérée est supposée être la déformation macroscopique ($\dot{\varepsilon}_{ij}^0(r) = \dot{E}_{ij}$).

Ainsi :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}(r) = \dot{E}_{ij} - \int_V \Gamma_{ijkl}(r-r') \delta l_{klmn}(r') \dot{\varepsilon}_{mn}(r') dV' \quad (10)$$

L'équation intégrale devient alors :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{ij}(r) &= \dot{E}_{ij} \\ &+ \int_V \Gamma_{ijkl}(r-r') (L_{klmn}^M(r') - L_{klmn}^I(r')) \dot{\varepsilon}_{mn}(r') dV' \end{aligned} \quad (11)$$

En admettant que $L^I(r)$ et $L^M(r)$ sont uniformes avec r , et que la déformation dans l'inclusion est uniforme ($\dot{\varepsilon}_{mn}^I(r) = \dot{\varepsilon}_{mn}^I$), dans l'inclusion, il est possible d'écrire :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^I = \dot{E}_{ij} + T_{ijkl}^{II} (L_{klmn}^M - L_{klmn}^I) \dot{\varepsilon}_{mn}^I \quad (12)$$

soit

$$A_{mnij}^{esh} = [I_{ijmn} - T_{ijkl}^{II} (L_{klmn}^M - L_{klmn}^I)]^{-1} \quad (13)$$

avec $T_{ijkl}^{II} = \int_V \Gamma_{ijkl}(r-r') dV'$ le tenseur d'interaction d'ordre 4, dérivé de la théorie de l'inclusion d'Eshelby, qui dépend de la géométrie de l'inclusion et des propriétés matériaux de la matrice.

3.2.2 Solution inélastique de Mori-Tanaka

La Figure (4) illustre le VER d'étude. La déformation aux frontières de l'inclusion est supposée égale à la déformation au sein de la matrice [9] et s'écrit :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^I = \dot{\varepsilon}_{ij}^M + T_{ijkl}^{II} (L_{klmn}^M - L_{klmn}^I) \dot{\varepsilon}_{mn}^I \quad (14)$$

avec I et M représentant respectivement l'Inclusion et la Matrice. T^{II} est le tenseur d'interaction résultant de la solution de l'inclusion d'Eshelby. De plus, la déformation globale est supposée égale à la somme des déformations de chacune des phases pondérées par leur fraction volumique (15).

$$\dot{E}_{ij} = f \dot{\varepsilon}_{ij}^I + (1-f) \dot{\varepsilon}_{ij}^M \quad (15)$$

Il est alors possible d'exprimer la déformation dans chacune des phases à partir de la déformation macroscopique :

$$\dot{\varepsilon}_{mn}^I = A_{mnij}^{MT} \dot{E}_{ij} \quad (16)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^M = \frac{1}{1-f} ((I_{ijmn} - f A_{ijmn}^{MT}) \dot{E}_{mn}) \quad (17)$$

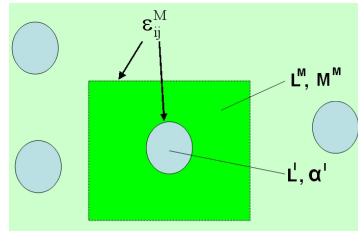


FIG. 4 – Volume Élémentaire Représentatif

avec

$$A_{mnij}^{MT} = [I_{ijmn} - (1 - f)T_{ijkl}^{II}(L_{klmn}^M - L_{klmn}^I)]^{-1} \quad (18)$$

Par conséquent, en utilisant les équations (1) et (2), il est possible d'exprimer la loi de comportement effective :

$$\dot{\Sigma}_{ij} = L_{ijmn}^{eff} \dot{E}_{mn} - M_{ij}^{eff} \dot{T} \quad (19)$$

avec :

$$L_{ijmn}^{eff} = f(L_{ijkl}^I - L_{ijkl}^M)A_{klmn}^{MT} + L_{ijmn}^M \quad (20)$$

$$M_{ij}^{eff} = f * L_{ijkl}^I \alpha_{kl}^I + (1 - f) * M_{ij}^M \quad (21)$$

4 Résultat et discussion

Deux cas sont présentés, chacun avec une fraction volumique d'inclusion de 20 %. Les paramètres matériaux utilisés pour l'AMF, définis par Duval et al. [4, 5], sont présentés dans le tableau 1, et ceux utilisés pour l'inclusion sont présentés dans le tableau 2.

E	ν	$\bar{\varepsilon}_{ij}^{T^{trac}}$	$\bar{\varepsilon}_{ij}^{T^{comp}}$	b	M_s
70,000	0.3	0.05	0.039	10	0
F_ε	Af	H_{var}	H_{grain}	H_{twin}	n_{dys}
160	27	5	2100	35000	5

TAB. 1 – Valeurs des paramètres matériaux pour l'AMF

E	ν	σ_Y	H_{iso}	n_H
75,000	0.3	90	700	1

TAB. 2 – Valeurs des paramètres matériaux de l'inclusion

Dans le premier cas, un seul chargement est effectué, à une température inférieure à M_s . La Figure (5a) décrit l'évolution de la contrainte effective en fonction de la déformation effective, lors d'une traction uniaxiale, suivie d'une compression dans le même axe et d'une nouvelle traction. L'évolution de la contrainte en fonction de la déformation, dans chacune des phases, est également représentée. Lors de la première décharge, lorsque la contrainte s'annule, la déformation rémanente effective est plus importante que celle dans la matrice. Elle est la somme des déformations dues à la réorientation de la martensite et à la plasticité dans l'inclusion. De plus, on notera l'élargissement de l'hystérésis dû à la déformation plastique des inclusions. En effet, en continuant la traction à la fin du premier cycle, le comportement dans la matrice serait exactement le même que celui du premier cycle, alors qu'il y a un décalage d'environ 100 MPa pour le comportement effectif entre les deux cycles.

Dans le second cas, trois cas chargements sont représentés sur la Figure (5b) qui représente les évolutions de la contrainte en fonction de la température. Pour chacun des chargements, une traction uniaxiale est appliquée à -10°C , température inférieure à M_s , jusqu'à différentes déformations (respectivement 5, 6 et 10 %). Ensuite, un chauffage est appliqué. Suivant la prédéformation, la température de transformation inverse n'est pas la même. Ceci est en accord avec les résultats expérimentaux, ainsi que les données de la littérature [1].

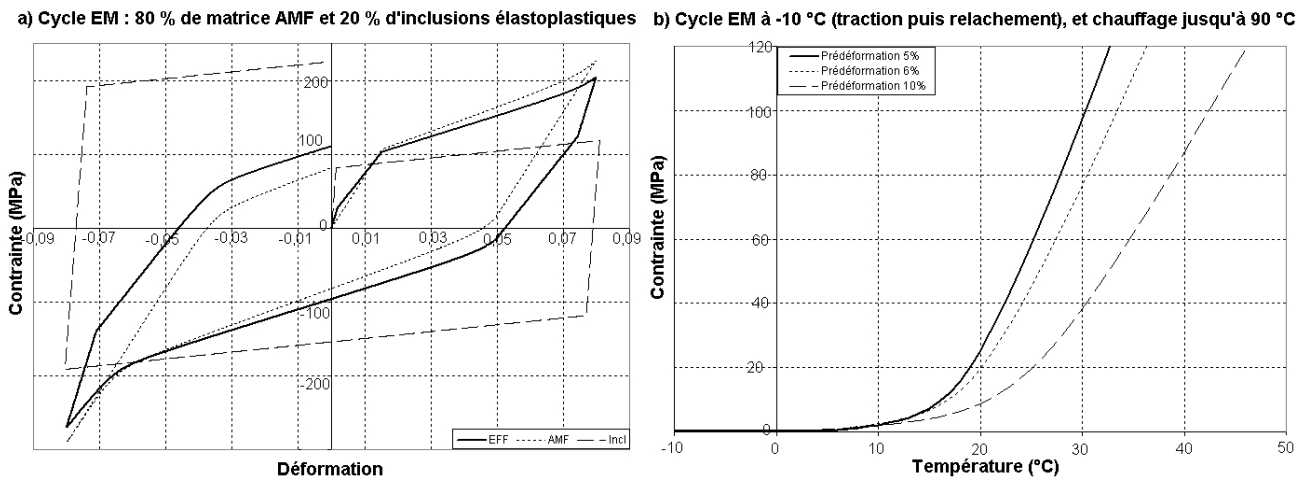


FIG. 5 – Résultats de simulations en effet mémoire : a) cycle en effet mémoire à température constante ; b) cycle en effet mémoire suivi d'un chauffage

5 Conclusion

La loi actuelle permet de modéliser le comportement d'un composite constitué d'une matrice en AMF contenant des inclusions élasto-plastiques. Les résultats vont dans le sens des diverses observations expérimentales. Toutefois, de nombreuses améliorations peuvent encore être apportées, notamment en remplaçant les inclusions sphériques par des formes ellipsoïdales avec une orientation préférentielle, ce qui serait d'avantage en accord avec les observations expérimentales. L'implantation de cette loi dans un code de calcul par Éléments Finis (Abaqus) est en cours de développement, ce qui permettra de valider la loi en confrontant les résultats d'une simulation avec un essai expérimental.

Références

- [1] He X. and Rong L. Dsc analysis of reverse martensitic transformation in deformed ti-ni-nb shape memory alloy. *Scripta Materiala*, 51, 7–11, 2004.
- [2] Liu Y. and Favier D. Stabilisation of martensite due to shear deformation via variant reorientation in polycrystalline niti. *Acta Materiala*, 48, 3489–3499, 2000.
- [3] Zhang C., Wang Y., Chai W., and Zhao L. The study of constitutional phases in a $ni_{47}ti_{44}nb_9$ shape memory alloy. *Materials Chemistry and Physics*, 28, 43–50, 1991.
- [4] Duval A., Chemisky Y., Haboussi M., and Ben Zineb T. Modeling of the martensite transformation and reorientation in sma under thermomechanical loading. design of finite element adaptative micro-components. proceedings of ICOMAT, Santa Fe, USA, 2008.
- [5] Chemisky Y., Duval A., Tahiri V., Eberhardt A., and Patoor E. Modeling the behavior of an sma/elastomer composite. proceedings of ICOMAT, Santa Fe, USA, 2008.
- [6] Simo J. and Hughes T. *Computational inelasticity*. Springer, 2000.
- [7] Mori T. and Tanaka K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metallurgica*, 21, 571–574, 1973.
- [8] Kröner E. Bounds for effective elastic moduli of disordered materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 25, 137, 1977.
- [9] Eshelby J. Elastic inclusion and inhomogeneities. *Progress in Solid Mechanics*, 2, 89, 1961.