



HAL
open science

Etude expérimentale des modes piégés à la surface d'un liquide

Pablo Cobelli, Philippe Petitjeans, Agnès Maurel, Vincent Pagneux

► **To cite this version:**

Pablo Cobelli, Philippe Petitjeans, Agnès Maurel, Vincent Pagneux. Etude expérimentale des modes piégés à la surface d'un liquide. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03390745

HAL Id: hal-03390745

<https://hal.science/hal-03390745>

Submitted on 21 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Etude expérimentale des modes d'onde de surface piégés

P. J. COBELLI^a, P. PETITJEANS^a, A. MAUREL^b, V. PAGNEUX^{b,c}

a. Laboratoire de Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes, UMR CNRS 7636

Ecole Supérieure de Physique et de Chimie Industrielles

10 rue Vauquelin, 75231 Paris Cedex 05, France

b. Laboratoire Ondes et Acoustique, UMR CNRS 7587

Ecole Supérieure de Physique et de Chimie Industrielles

10 rue Vauquelin, 75231 Paris Cedex 05, France

c. Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, UMR CNRS 6613

Avenue Oliver Messiaen, 72085 Le Mans Cedex 09, France

Résumé :

Cette étude constitue la première mise en évidence expérimentale de l'existence de modes d'onde de surface piégés (water wave trapped modes) autour d'un obstacle dans un guide d'ondes. Une nouvelle technique de profilométrie 3D à haute résolution permet de mesurer la déformation de la surface libre du liquide. La structure spatiale des modes piégés est mise en évidence en isolant les modes antisymétriques de la partie linéaire de la déformation de la surface libre. Les résultats montrent un très bon accord avec les prédictions théoriques et numériques.

Abstract :

This study constitutes, to our knowledge, the first experimental evidence for the existence of water waves trapped modes around an obstacle placed in a waveguide. A high-resolution 3D profilometry technique allows for the measurement of the free surface deformation. The trapped modes' space structure is made evident by analysing the antisymmetric contribution to the linear oscillation modes of the free surface. The results shown are in very good agreement with the theoretical predictions and numerical calculations.

Mots clefs : modes piégés, résonances, ondes de surface

1 Introduction

Dans le cadre de la théorie linéaire des ondes de surface, les modes piégés correspondent à des modes propres d'oscillation générés par la présence d'un obstacle dans un milieu ouvert. Ces modes, dont l'existence implique la non-unicité des solutions au problèmes du dispersion associés, représentent des oscillations d'énergie finie concentrés autour de cet obstacle.

L'existence des modes piégés dans le domaine des ondes de surface a été étudiée théoriquement par Ursell [1] et aussi par Evans et Linton [2]. Dans ce travail nous nous sommes intéressés aux modes piégés autour d'un cylindre vertical de rayon a placé au centre d'un guide d'ondes formé par deux parois parallèles séparées d'une distance $2d$. Dans le problème posé, la dépendance suivant la direction verticale peut être séparée, et le problème se réduit à la résolution de l'équation de Helmholtz pour le potentiel de vitesse Φ

$$(\nabla^2 + k^2)\Phi = 0, \quad (1)$$

où k est la racine positive de la relation de dispersion des ondes de surface (en négligeant les effets de la tension de surface)

$$\omega^2 = gk \tanh(kh_0). \quad (2)$$

ω est la fréquence, g l'accélération de gravité et h_0 la hauteur de la surface libre au repos. Les conditions limites sont des conditions limites de Neumann sur les parois

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0, \quad y = \pm d, \quad (3)$$

et sur le bord du cylindre,

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} = a \quad (4)$$

ainsi que la condition de radiation

$$\Phi \rightarrow 0, \quad \text{pour } |x| \rightarrow \infty. \quad (5)$$

Cette dernière condition est équivalente, dans le contexte de ce problème, à imposer Φ d'énergie finie.

La symétrie du problème permet de décomposer le champ en deux parties, symétrique et antisymétrique par rapport à l'axe du guide. Le problème symétrique a pour solution la propagation d'une onde plane le long du guide pour toutes les fréquences. Le problème antisymétrique présente une fréquence de coupure, en dessous de laquelle les ondes sont évanescentes. Evans *al.* [3] ont prouvé théoriquement qu'en dessous de cette coupure, il existe des modes piégés, associés à des valeurs de k^2 correspondant à des valeurs propres de l'opérateur $-\nabla^2$. De plus, Callan *et al.* [4] ont déterminé numériquement leurs fréquences de résonance.

Nous présentons ici une étude expérimentale dans cette configuration. La première partie présente le montage expérimental et la technique optique de mesure. La partie 2 présente les résultats obtenus.

2 Montage expérimental et technique de mesure

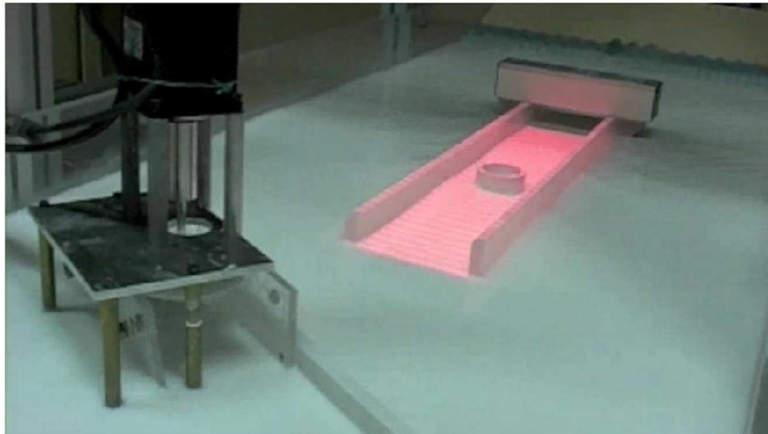


FIGURE 1 – Montage expérimental. Un guide d'ondes est formé par deux parois parallèles placées à $2d = 10$ cm l'une de l'autre. Des cylindres de diamètres $2a$ (voir texte) sont placés verticalement au centre du guide d'ondes pour étudier les modes d'onde de surface piégés autour d'eux.

Notre montage expérimental, illustré dans la Fig. 1, est placé dans une cuve remplie d'eau de hauteur $h_0 = 5$ cm. Il est composé d'un guide d'ondes formé par deux parois parallèles de 60 cm de longueur, placées à $2d = 10$ cm l'une de l'autre. Un cylindre de diamètre $2a$ ($2a = 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90$ cm) est placé au centre du guide d'ondes.

Les ondes de surface sont créées par un batteur réglable en fréquence et en amplitude. Le batteur forme un angle d'environ 45° avec l'axe longitudinal du guide d'ondes, de sorte que des modes d'oscillation symétriques et antisymétriques sont créés à l'entrée du canal.

Une particularité de cette étude expérimentale est la technique de mesure employée pour la détermination de la déformation de la surface libre. L'application de cette méthode optique de profilométrie par transformée Fourier ('Fourier Transform Profilometry', FTP) au domaine des ondes de surface a été décrite par Cobelli *et al.* [5] et Maurel *et al.* [6]. Brièvement, le principe de cette technique de profilométrie consiste à projeter un réseau de franges parallèles sur la surface à mesurer. La déformation des franges dues à la déformation de la surface libre permet de remonter à l'information du champ de déplacement de la surface.

Dans notre étude, la fenêtre d'observation correspond au guide d'ondes, d'une taille de $(10 \text{ cm} \times 40 \text{ cm})$. Elle est échantillonnée sur $421 \times 1623 \text{ px}^2$, c.-à.-d. sur plus de 680 000 points.

Les champs de déformation de la surface libre ont été enregistrés à l'aide d'une caméra rapide. La fréquence d'acquisition de la caméra a été synchronisée au batteur de façon à mesurer 100 champs de déformations instantanés $h_T(x, y, t)$ par période d'oscillation.

3 Résultats

La Fig. 2(a)-(f) montre six mesures instantanées des champs de déformation (totale) de la surface libre obtenus par cette technique, pour $a/d = 0.5$ à la fréquence de résonance expérimentale $kd = 1.37$ pour ce rapport d'aspect. Ces images illustrent l'évolution au cours du temps de la déformation de la surface libre à des intervalles de temps réguliers au cours d'une période.

Dans ces figures, on observe une oscillation asymétrique (par rapport à l'axe du guide) localisée autour de l'obstacle, et qui domine la dynamique de la surface libre. Cette oscillation s'amortit rapidement quand on s'éloigne du cylindre. A la sortie du guide, seule la partie symétrique de l'onde est visible.

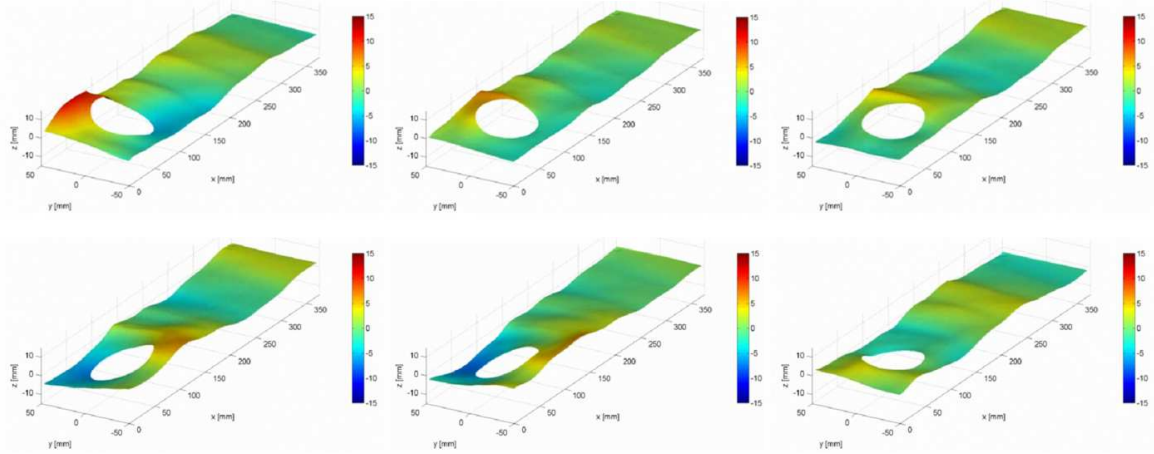


FIGURE 2 – Séquence de six champs instantanés de la déformation totale $h_T(x, y, t)$ de la surface libre mesurée pour $a/d = 0.5$ à la fréquence de résonance expérimentale $kd = 1.37$. Ces snapshots montrent l'évolution au cours du temps de la déformation de la surface libre à intervalles de temps réguliers au cours d'une période.

A partir de ces acquisitions temporelles (100 par période), nous avons effectué une décomposition en série de Fourier de la forme

$$h_T(x, y, t) = h_0(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} H_n(x, y, t), \quad (6)$$

où on a défini

$$H_n(x, y, t) = H_n(x, y) \cos [n\omega t + \phi_n(x, y)] \quad (7)$$

en tout point de mesure (pixel) dans la fenêtre d'observation.

La Fig. 3 montre les trois premiers modes de Fourier d'oscillation de la surface libre obtenus avec cette décomposition pour $a/d = 0.5$ et $kd = 1.37$, correspondant à la résonance. La contribution à l'ordre zéro, $H_0(x, y)$ (en haut) correspond à la surface au repos. Le mode linéaire, $H_1(x, y, t)$ (au milieu de la Figure) est caractérisé par la présence d'une oscillation asymétrique (mais pas antisymétrique) autour du cylindre. Finalement, la contribution du premier mode non-linéaire, $H_2(x, y, t)$ (en bas), montre une structure spatiale plus complexe. Pour les ordres supérieurs, la contribution à la déformation de surface est négligeable.

Chacune des composantes $H_n(x, y)$ peut être séparée en parties symétrique et antisymétrique par rapport à l'axe longitudinal du guide, selon les définitions usuelles

$$H_n^s(x, y) = \frac{1}{2} [H_n(x, y) + H_n(x, -y)] \quad (8)$$

$$H_n^a(x, y) = \frac{1}{2} [H_n(x, y) - H_n(x, -y)] \quad (9)$$

La Fig. 4 montre à nouveau la structure spatiale du mode linéaire (en haut). L'avantage de cette dernière décomposition devient évidente lorsque l'on considère la partie antisymétrique $H_1^a(x, y)$ (partie centrale de la Figure). Ce champ met clairement en évidence la structure du mode piégé, isolé des autres contributions.

Finalement, la partie symétrique du mode linéaire $H_1^s(x, y)$ (en bas de la figure) met en évidence, comme attendu, la contribution correspondant au mode plan qui se propage le long du guide.

3.1 Fréquences de résonance

Dans la Fig. 5, les fréquences de résonance mesurées pour différents cylindres, sont comparées à la prédiction théorique de Callan [op. cit.]. Les résultats ainsi obtenus montrent un très bon accord avec la théorie linéaire des modes d'ondes de surface piégés. Des travaux sont en cours pour étudier le cas $a/d > 0.81$ pour lequel un second mode piégé est attendu [7].

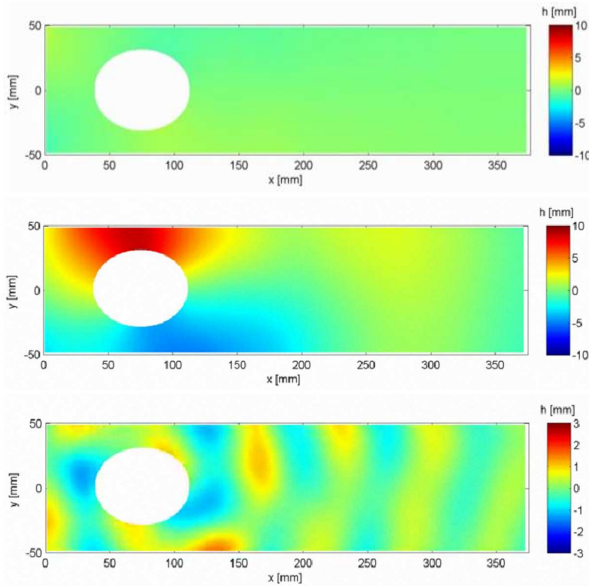


FIGURE 3 – Trois premiers modes de Fourier du déplacement de la surface libre : $H_0(x, y)$ (en haut), $H_1(x, y, t)$ (au milieu) et $H_2(x, y, t)$ (en bas).

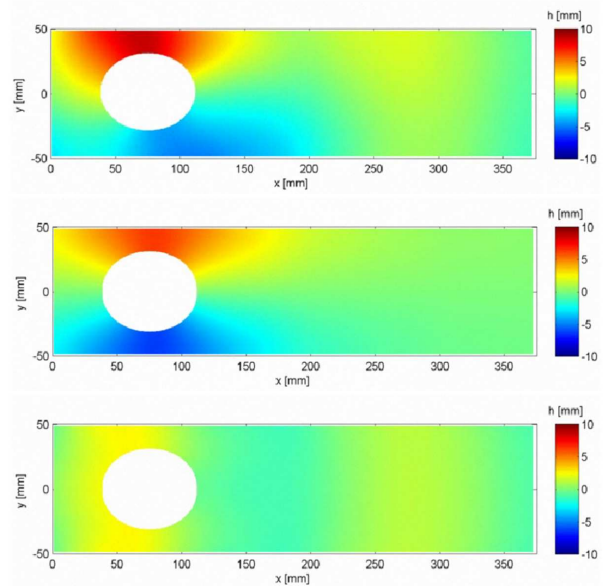


FIGURE 4 – Mode linéaire de Fourier $H_1(x, y, t)$ (en haut) décomposé en parties antisymétrique (au milieu) et symétrique (en bas).

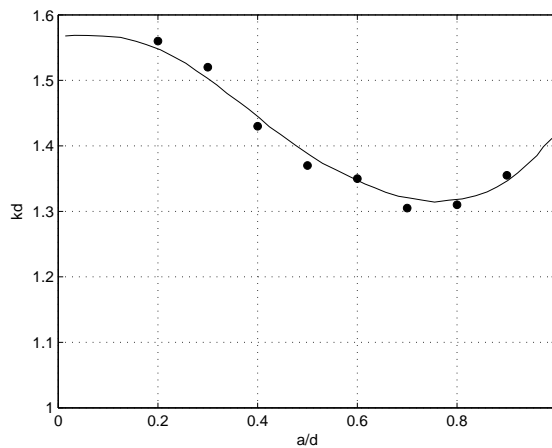


FIGURE 5 – Paramètres de résonance kd des modes piégés en fonction du rapport d’aspect a/d , déterminés expérimentalement (cercles noires), comparés avec la prédiction théorique de Callan *et. al.* [4] (courbe).

4 Conclusions

Nous avons montré expérimentalement l’existence des modes piégés à la surface d’un liquide dans le cas de cylindres circulaires de diamètre $2a$ placés verticalement au centre d’un guide d’ondes de largeur $2d$. L’utilisation à haute fréquence d’acquisition d’une méthode de mesure globale nous a permis de mettre en évidence, pour la première fois à notre connaissance, la structure spatiale des modes piégés confinés au voisinage de l’obstacle.

Pour chacun des rapports d’aspect a/d explorés, une courbe de résonance a été déterminée. A partir des fréquences de résonance ainsi déterminées, nous avons pu construire une courbe liant la fréquence de résonance du mode piégé kd à chaque rapport d’aspect a/d . Cette courbe expérimentale est en très bon accord avec les prédictions théoriques et numériques obtenues par Callan *et. al.* [4].

Références

- [1] Ursell F. Journal of Fluid Mechanics, 183, 421–437, 1951.
- [2] Evans D. V. and Linton C. M. Journal of Fluid Mechanics, 225, 153–175, 1991.

- [3] Evans D. V., Levitin M., and Vasiliev D. Existence theorems for trapped modes. *Journal of Fluid Mechanics*, 261, 21–31, 1994.
- [4] Callan M., Linton C. M., and Evans D. V. Trapped modes in two-dimensional waveguides. *Journal of Fluid Mechanics*, 229, 51–64, 1991.
- [5] Cobelli P. J., Petitjeans P., Maurel A., and V. P. Global measurement of water waves by fourier transform profilometry. *Exp. in Fluids*, 126(6), 684–691, 2009.
- [6] Maurel A., Cobelli P. J., Pagneux V., and Petitjeans P. Experimental and theoretical inspection of the phase-to-height relation in fourier transform profilometry. *Appl. Optics*, 48(2), 380–392, 2009.
- [7] Evans D. V. and Porter R. Trapping and near-trapping by arrays of cylinders in waves. *Journal of Engineering Mathematics*, 35, 149–179, 1999.