Méthode de frontière immérgée pour la simulation d'écoulements visqueux compressibles.

Samia Bensmina, Christian Tenaud, Yann Fraigneau, Virginie Daru

▶ **To cite this version:**

Samia Bensmina, Christian Tenaud, Yann Fraigneau, Virginie Daru. Méthode de frontière immérgée pour la simulation d'écoulements visqueux compressibles.. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03378592

HAL Id: hal-03378592
https://hal.science/hal-03378592

Submitted on 14 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Une méthode de frontière immergée pour la simulation d'écoulements visqueux compressibles.

S. BENSMINA[a], C. TENAUD[a], Y.FRAIGNEAU[a], V. DARU[a,b]

a. *LIMSI, UPR CNRS 3251, BP 133, 91403 ORSAY Cedex, France.*
b. ENSAM, Lab. SINUMEF, 151 Bd de l'Hôpital, 75013 Paris, France.

Résumé :

L'objectif de cette étude est de développer et de mettre en œuvre, pour des applications en aérodynamique compressible, une méthode permettant un calcul précis d'écoulements autour de corps de géométrie quelconque sans avoir à construire un maillage curviligne. Ce travail est basé sur une méthode dite de « frontière immergée » dans le contexte des écoulements compressibles. Un travail théorique a été mené sur l'adaptation du modèle « frontière immergée » dans le cas compressible avec paroi mobile. Les résultats de l'étude portent sur des simulations d'écoulements compressibles laminaires, 1D (cas du piston mobile en maillage fixe) et 2D, avec et sans onde de choc, autour d'un corps curviligne : cylindre circulaire. Les résultats se comparent très favorablement à ceux de la littérature, pour des écoulements visqueux 2D instationnaires.

Abstract:

The present study aims at developing, in the context of compressible aerodynamic flows, a numerical method able to correctly predict flows around geometrically complex bodies without using curvilinear body fitted grid. The present work is based on the immersed boundary condition (IBC) technique. A theoretical work has then been undertaken on the IBC technique applied to compressible flows which allows us to overcome known problems and propose solutions in the context of moving solid wall boundaries. The numerical results have been obtained on 1D (moving piston on a fixed mesh) and 2D laminar compressible flows, with or without shock-wave around a curvilinear body: a circular cylinder. The numerical results favourably compare to those of the literature, for 2D unsteady viscous compressible flows.

Mots clefs : écoulements compressibles visqueux, géométrie complexe, conditions aux limites, frontière immergée.

1 Introduction.

La simulation d'écoulements autour de corps de géométrie non cartésienne (profil d'aile, entrée d'air, grille d'aube, par exemple) nécessite la création d'un maillage curviligne qui s'appuie sur la peau du corps. Cette étape est bien souvent plus longue que la simulation elle-même. Par ailleurs, les équations gouvernant l'écoulement doivent être écrites en coordonnées curvilignes, ce qui s'accompagne d'une dégradation de la précision des approximations (principalement en maillage très distordu) et a comme conséquence une lourdeur et un temps de simulation considérablement accrus. Il est donc très intéressant d'envisager de travailler en maillage cartésien quelque soit la géométrie du domaine d'écoulement. Dans ce cas la surface extérieure des corps n'est plus alignée avec le maillage et il faut imposer des conditions sur les points du maillage intérieurs à cette surface afin que le corps soit effectivement « vu » par l'écoulement. L'objectif de cette étude est ainsi de développer et de mettre en œuvre, pour des applications en aérodynamique compressible, une méthode permettant un calcul précis d'écoulements autour de corps de forme quelconque sans avoir à construire un maillage curviligne.

Les techniques de « frontières immergées », développées originellement dans le contexte des écoulements incompressibles [C. Peskin (1972), E.A. Fadlun *et al.* (2000), G. Iaccarino *et al.* (2003)], semblent bien adaptées pour traiter ce type de problèmes. A notre connaissance, il existe peu d'extensions de

cette méthode aux écoulements visqueux compressibles [Z. Dragojlovic *et al.* (2006), De Palma *et al.* (2006)]. Un des aspects délicats concerne le traitement de la condition de flux thermique imposée en paroi. Dans ce travail nous développons une technique de « frontière immergée » pour les écoulements compressibles avec paroi mobile. La méthode est exposée dans la section 2. Un soin particulier est apporté au traitement de la condition de température en paroi. Les résultats de l'étude, présentés dans la section 3, portent sur des simulations numériques d'écoulements compressibles laminaires, 1D (cas du piston mobile en maillage cartésien fixe) et multidimensionnels autour d'un corps curviligne : cylindre circulaire. Pour montrer la robustesse de la méthode, l'interaction d'un choc fort avec un cylindre est présentée. Des conclusions et perspectives sont enfin données dans la section 4.

2 Méthodes numériques

Nous résolvons les équations de Navier-Stokes en coordonnées cartésiennes, complétées par une loi d'état de gaz parfait. Les paramètres sans dimension qui sont considérés, sont : le nombre de Mach (*Ma*), le nombre de Reynolds (*Re*), le rapport des chaleurs spécifiques (γ), considéré ici constant (γ=*1.4*, pour l'air) et le nombre de Prandtl (*Pr*), considéré également constant (*Pr=0.73*, pour l'air). Ces équations sont résolues sur un maillage cartésien fixe par une approche « volumes-finis », avec les inconnues définies au centre des volumes de contrôle. La discrétisation de ces équations est obtenue par un schéma de haute précision couplé espace-temps (OSMP7) pour les flux convectifs et par un schéma centré du 2nd-ordre pour les flux visqueux [V. Daru and C. Tenaud (2004), (2009)]. La résolution multidimensionnelle est obtenue par un splitting directionnel de Strang. La résolution est complétée par des conditions aux limites. Les frontières libres (entrée ou sortie) sont traitées par la méthode des caractéristiques en utilisant une condition de non-réflexion. Sur les parois solides, une condition de non glissement est prescrite sur les composantes de la vitesse, dans un repère lié au corps. La masse volumique est calculée par résolution de l'équation de continuité sur le corps. Pour ce qui concerne la température, deux cas doivent être considérés : *(i)* le cas isotherme qui est trivial puisque la température est fixée dans le corps et *(ii)* le cas où le flux de chaleur est imposé (à zéro si la paroi est adiabatique) qui implique d'exprimer la dérivée normale de la température pour déduire la valeur de la température à la paroi.

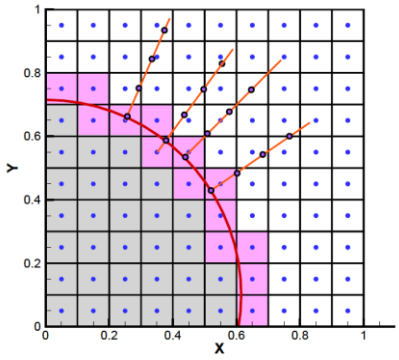


Figure 1 - Définition du maillage et des conditions aux limites dans le repère lié au corps

Dans le cas des maillages cartésiens, lorsque les lignes du maillage ne coïncident pas avec la frontière des corps (Fig. 1), il est nécessaire d'écrire un algorithme particulier pour imposer les conditions sur les parois solides. Par ailleurs, nous supposons que la normale sortante au corps peut être connue en tous les points de la surface solide. Dans une première phase, nous collectons toutes les cellules qui sont intersectées par la frontière solide (en rose sur la figure 1). Pour une cellule coupée, le point sur la frontière solide (cercles noirs, Fig.1), est défini comme la projection orthogonale du point du maillage (centre de la cellule) sur la surface. A partir de chaque point de surface, nous construisons un maillage local (noté $\hat{x}$, points cercles noirs, Fig.1) qui est superposé au maillage cartésien le long de la normale au corps (illustrée en rouge, Fig.1). Ce maillage local est construit avec le même pas d'espace que la maille originale pour satisfaire les critères de stabilité sur le pas de temps. Pour simplifier, nous supposons ici que les variations des quantités restent relativement faibles dans la direction tangente au corps et la discrétisation des conditions aux limites ne s'effectue que dans la direction normale au corps. Dans une deuxième phase, nous imposons les conditions aux limites à la surface du corps en appliquant l'algorithme suivant :

1. En supposant connues les variables conservatives ($w(x_j,t^n)$) sur le maillage cartésien au point x_j et au temps t^n par résolution des équations du mouvement, nous interpolons ces inconnues sur le

maillage local ($\hat{w}(\hat{x},t^n)$) en utilisant un noyau d'interpolation d'ordre élevé construit par B-Splines [Koumoustakos (1997)]. Le noyau d'interpolation M'_4 a été utilisé ici car, il permet d'obtenir la continuité des dérivées et assure la conservation des quatre premiers moments.

2. Sur les points de parois, nous imposons de façon triviale la vitesse de la paroi qui est connue au temps $t^{(n+1)}$. Dans le cas d'une paroi isotherme, la température de paroi est également imposée.
3. Pour calculer la masse volumique à la paroi au temps $t^{(n+1)}$, l'équation de continuité est discrétisée sur le maillage local ($\hat{x}$), en supposant que la variation de quantité de mouvement dans le plan tangent à la surface du corps reste suffisamment faible pour être négligée. La discrétisation de l'équation de continuité est obtenue par le schéma OSMP en décroissant l'ordre de précision jusqu'à l'ordre 3 (OSMP3) afin de limiter le nombre de points d'interpolation utilisés et donc de ne pas accroître de façon prohibitive la charge CPU.
4. Dans une première estimation pour imposer une condition de Fourier sur la température, les variables conservatives ($w(x_j,t^{(n+1)})$) connues sur le maillage cartésien au temps $t^{(n+1)}$ sont interpolées sur le maillage local ($\hat{w}(\hat{x},t^{(n+1)})$) en utilisant le noyau d'interpolation M'_4.
5. Le flux de chaleur normal est exprimé sur le maillage local, grâce à une discrétisation décentrée (dans le fluide) du 2nd ordre. La température de paroi est alors déduite de la prescription de la valeur du flux de chaleur.
6. Une fois connues les composantes de vitesse, la masse volumique et la température au temps $t^{(n+1)}$ sur les point de la paroi, nous en déduisons les valeurs des variables conservatives au centre du volume de contrôle (du maillage cartésien), intercepté par la surface de l'objet, par interpolation en utilisant une nouvelle fois l'interpolation M'_4, mais cette fois-ci effectuée le long de la normale au corps sur le maillage local ($\hat{x}$).
7. Enfin, nous traitons les points qui sont complètement immergés dans le solide (illustrés en gris sur la figure 1). Pour chaque cellule complètement immergée, les quantités conservatives sont extrapolées sur la normale au corps, en supposant qu'il n'y a pas de variation. Ceci suppose de calculer la projection orthogonale d'un point, totalement immergée dans le solide, sur la surface du corps et d'effectuer une interpolation (linéaire, ici) à partir des quantités calculées sur les points de la surface par les étapes 2—5 de cette procédure.

Dans le cas où le flux de chaleur est imposé à la paroi, en suivant cet algorithme, les valeurs des quantités conservatives évaluées au temps $t^{(n+1)}$ sur le maillage cartésien dans les cellules coupées par l'interface et celles complètement immergées dans le corps solide, dépendent des valeurs calculées sur le corps par les conditions aux limites qui, elles-mêmes, sont déduites par interpolation des valeurs sur le maillage cartésien. Il est donc nécessaire d'itérer la procédure pour converger vers une solution stable durant un pas de temps. Ainsi, un processus itératif est utilisé de l'étape 4 à l'étape 7 jusqu'à ce que l'énergie totale évaluée à la paroi converge. En pratique, la convergence est jugée sur la norme L^2 de l'incrément (entre deux sous-itérations) de l'énergie totale, calculée sur tous les points de la paroi. Elle est généralement atteinte après 20 sous-itérations pour une précision fixée à 10^{-8}.

3 Résultats

Les résultats portent sur des simulations d'écoulements compressibles laminaires. Plusieurs cas tests sont traités : le cas non-visqueux 1D du piston mobile en maillage fixe dans un tube de fluide initialement au repos et des cas d'écoulements visqueux bidimensionnels, avec et sans onde de choc, autour d'un cylindre de section circulaire. Les résultats sont validés par comparaison avec la littérature, mais également par confrontation avec des résultats obtenus en maillages adaptés à la géométrie.

3.1 Cas test Euler 1D du piston mobile.

Pour valider l'algorithme de condition immergée que nous avons développé, nous considérons le cas monodimensionnel du mouvement d'un piston à l'extrémité (gauche, ici) d'un tube rempli d'air initialement au repos avec les conditions sur la masse volumique (ρ) et la pression (p) sans dimension suivantes

(ρ,u,p)=(1.,0.,1.). La longueur du tube est fixée à $L_0=3$. La loi de vitesse du piston est choisie de telle façon que le piston parcourt la moitié du tube en atteignant un nombre de Mach maximum supersonique (ici, *Ma=1,26*). La solution a été calculée sur un maillage fixe de 400 points sur L_0, en utilisant la technique de frontière immergée décrite précédemment. La solution est visualisée sur le diagramme (*x,t*) de la masse volumique (Fig. 2, à gauche) sur lequel est matérialisée le déplacement du piston. Pour valider cette solution, une simulation a été effectuée par une approche ALE, en utilisant un maillage de 200 points qui s'adapte au mouvement du piston. Nous constatons (Fig. 2) que la solution en frontière immergée (à gauche) se compare très favorablement avec la solution en maillage adapté (à droite). Dans le cas ALE le pas d'espace évoluant au cours du temps, la contrainte CFL impose une réduction du pas de temps qui accroît de façon significative le temps CPU bien que le nombre de points utilisés soit plus faible qu'en maillage fixe. En définitive, il faut noter que les deux simulations ont un coût CPU comparable.

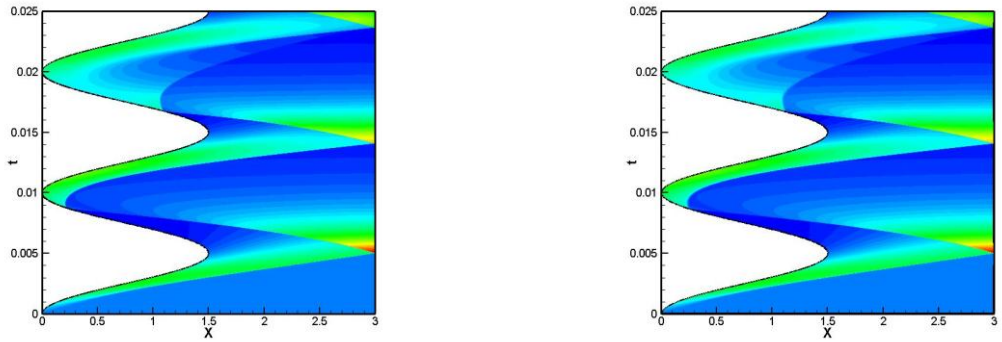


Figure 2 - Ecoulement dans un tube fermé par un piston mobile à son extrémité gauche : diagramme (*x,t*) de la masse volumique obtenu, à gauche, sur un maillage fixe en utilisant la méthode de frontière immergée et, à droite, sur un maillage mobile par une approche ALE.

3.2 Écoulement visqueux subsonique autour d'un cylindre de section circulaire.

Nous avons ensuite appliqué la méthode de frontière immergée pour le cas test bien documenté de la simulation de l'écoulement visqueux stationnaire à un nombre de Mach *Ma=0,3* autour d'un cylindre de section circulaire à $Re_D=40$. Le domaine de calcul est défini par : $(x\times y)=[-10,+30]\times[-10,+10]$ et le cylindre de diamètre *D=1* est centré en $x_0=0,\ y_0=0$. Le cylindre est supposé isolé thermiquement. Les simulations ont été effectuées en utilisant un nombre de Courant *CFL=0,5* pour trois résolutions pour estimer la convergence en maillage : 384×256, 601×301, 1001×501. Le maillage (384×256) n'est pas suffisant pour fournir une solution acceptable. Les deux autres maillages (601×301, 1001×501) fournissent des résultats très similaires. Dans la suite, les résultats sont analysés pour le maillage (601×301) et un zoom autour du cylindre est présenté sur la figure 3(a) pour juger de résolution par ce maillage. Sur la figure 3 sont reportées les lignes de courants superposées au champ de densité pour les simulations de l'écoulement à *Ma=0,3* et $Re_D=40$, obtenus soit par la présente méthode de frontière immergée (Fig. 3(b)) et soit par un maillage en O (301×301) adapté à la géométrie avec un schéma Rk3-Weno5 (Fig. 3(d)). Pour comparaison, une simulation a également été effectuée en écoulement incompressible en utilisant une formulation $\psi-\omega$ des équations de Navier-Stokes et les lignes de courant sont reportées sur la figure 3(c). Nous constatons que les résultats obtenus par la méthode de frontière immergée (601×301) avec le schéma OSMP7 (Fig. 3(b)) sont en relativement bon accord avec la simulation prise comme référence obtenue par un schéma classique rk3-weno5 sur un maillage en O (301×301). Il faut noter qu'en comparaison de l'écoulement incompressible, les structures tourbillonnaires sont plus étirées dans l'approche compressible. Ceci est confirmé dans le tableau 1, dans lequel sont reportées les dimensions caractéristiques des structures tourbillonnaires. Nous constatons qu'il y a un effet du nombre de Mach sur la longueur des structures tourbillonnaires. Par ailleurs, à faible nombre de Reynolds, les résultats sont très sensibles à l'étendue du domaine de calcul, principalement à l'éloignement des frontières haute et basse ; ce qui explique également la dispersion des résultats (tableau 1).

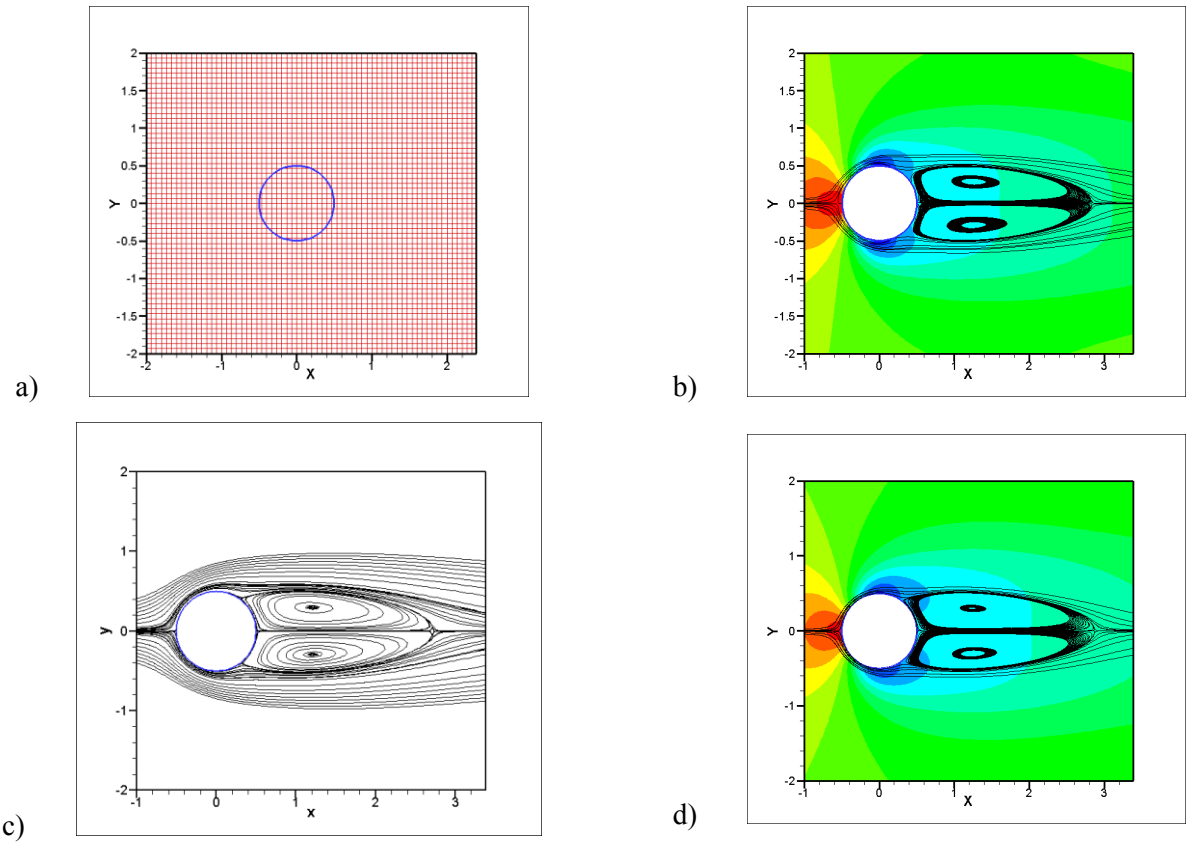
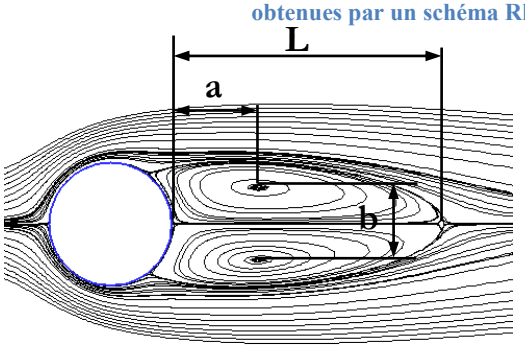


Figure 3 Écoulement autour d'un cylindre de section circulaire $Re_D=40$: (a) zoom autour du cylindre pour le maillage 601×301 ; (b) isovaleurs de la masse volumique (12 isovaleurs de 0.93 à 1.04) et lignes de courant superposées obtenues par un schéma osmp7 avec une technique de frontière immergée (601×301) ; (c) lignes de courant obtenues en incompressible par une approche ψ–ω sur maillage en O (301×301) ; (d) isovaleurs de la masse volumique et lignes de courant superposées obtenues par un schéma Rk3-Weno5 sur maillage en O (301×301).



$Re_D=40$	L	a	b
M. N Linnick, H. F. Fasel (2005)	*2.23*	*0.71*	*0.59*
P. De Palma et al. (2006) : (*Ma=0,03*)	*2.28*	*0.72*	*0.60*
Maillage en O (301×301) : $\psi-\omega$ (incompressible)	*2.22*	*0.703*	*0.59*
Maillage en O (301×301): rk3-weno5 (*Ma=0,3*)	*2.37*	*0.74*	*0.60*
Frontière immergée (601×301) : osmp7 (*Ma=0,3*)	*2.34*	*0.75*	*0.59*

Tableau 1 - Écoulement stationnaire autour d'un cylindre circulaire à $Re_D=40$: dimensions caractéristiques des deux structures tourbillonnaires en aval du cylindre obtenues suivant plusieurs études.

3.3 Écoulement instationnaire, visqueux, compressible : interaction d'un choc fort avec un cylindre de section circulaire.

Nous considérons maintenant l'interaction d'une onde de choc à $M_s=3$ avec un cylindre, thermiquement isolé, de rayon ($r=0,2$) et positionné en $x_0=0{,}5$; $y_0=1$. Ce cas test est similaire à celui traité dans [O. Boiron et al. (2009)] avec la différence qu'ils considèrent une masse volumique et une température fixées dans le cylindre. L'onde de choc, initialement positionnée en $x_s=0,1$, se déplace vers la droite. En aval de l'onde de choc (à droite) l'écoulement est initialisé à $(\rho_0,u_0,v_0,p_0) = (1,0,0,1/\gamma)$ et l'état amont est calculé à partir des relations de Rankine-Hugoniot avec le nombre de Mach $M_s=3$. La simulation a été effectuée pour $Re_D=5\ 10^4$ par un schéma OSMP7 sur un maillage 1024×1024, en utilisant la technique de frontière immergée développée. Une illustration de l'écoulement est donnée sur la figure 4 sur laquelle est

tracé le module du gradient de masse volumique obtenue au temps sans dimension $t=1,4$. Les ondes de détente sont bien visibles au passage du cylindre dans la région d'accélération de l'écoulement. Dans le sillage, un écoulement complexe se forme avec des structures tourbillonnaires détachées qui se dissymétrisent juste avant $t=1,4$. La structure des ondes de choc est très similaire à ce qui a été obtenu avec masse volumique et température constante dans le cylindre [O. Boiron et al. (2009)]. En revanche, les structures tourbillonnaires juste en aval du cylindre sont très marquées dans notre cas test alors qu'elles semblent inexistantes dans le cas test original [O. Boiron et al. (2009)].

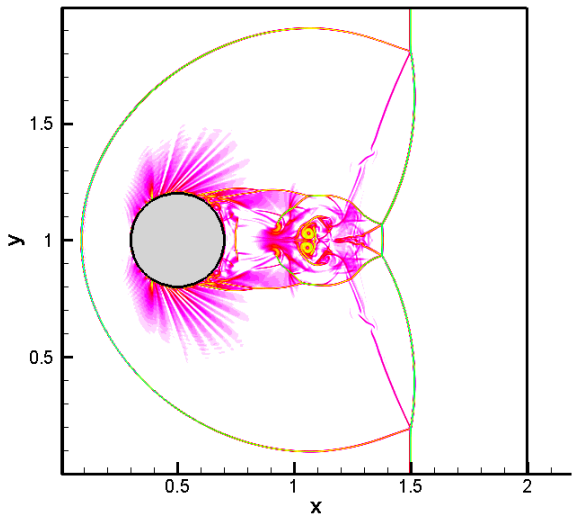


Figure 4 - Interaction d'un choc fort avec un cylindre de section circulaire à $Re_D=5\ 10^4$, obtenue à $t=1,4$ par un schéma OSMP7 et une technique de frontière immergée (1024×1024). Isovaleurs du module du gradient de masse volumique.

4 Conclusions et perspectives

Nous avons développé une nouvelle méthode de frontière immergée qui permet d'imposer à la frontière d'une paroi mobile de forme quelconque, dans un maillage cartésien, les conditions aux limites adéquates pour les écoulements visqueux compressibles. Nous avons montré la capacité de la méthode à reproduire avec précision les résultats de référence et sa robustesse à traiter des interactions choc fort / paroi solide. Une bonne définition de l'interface étant un paramètre important pour la qualité des résultats, notre méthode sera développée en maillage adaptatif. Cette méthode pouvant s'étendre sans problème aux cas 3D, nous présenterons la validation de celle-ci sur le cas de l'écoulement autour d'une sphère à faible nombre de Reynolds.

References

[1] C. Peskin (2002), *The immersed boundary method.* Acta numerica:1—39.
[2] E. A. Fadlun, R. Verzicco, P. Orlandi and J. Mohd-Yusof (2000), *Combined Immersed-Boundary Finite-Difference Methods for Three-Dimensional Complex Flow Simulations.* Journal of Computational Physics **161**(1): 35—60.
[3] G. Iaccarino and R. Verzicco (2003), *Immersed boundary technique for turbulent flow simulations*. Appl. Mech. Rev. **56**: 331—347.
[4] M. N Linnick, Hermann F. Fasel. (2005), *A High-order immersed interface method for simulating unsteady incompressible flows on irregular domains*. J. of Comp. Phys. **204:** 157—192.
[5] Z. Dragojlovic, F. Najmabadi and M. Day (2006), An embedded boundary method for viscous, conducting compressible flow. J. of Comp. Phys. **216**: 37—51.
[6] P. De Palma, M.D de Tulio, G. Pascazio, M. Napolitano (2006), *An immersed boundary method for compressible viscous flows*. Computers & Fluids **35**: 693—702.
[7] V. Daru and C. Tenaud (2004), High Order one-step-monotonicity preserving method schemes for unsteady compressible flow calculations. Journal of computational physics, 563—594.
[8] V. Daru and C. Tenaud (2009), *Numerical simulation of the viscous shock tube problem by using a high resolution monotonicity-preserving scheme*, Computers & Fluids **38**(3): 664—676.
[9] P. Koumoutsakos (1997), *Inviscid axisymmetrization of an elliptical vortex*. J. of Comp. Phys., **138:** 821—857.
[10] O. Boiron, G. Chivassa and R. Donat (2009), *A high-resolution penalization method for large Mach number flows in the presence of obstacles.* Computers & Fluids **38**(3): 703—714.