



HAL
open science

Un modèle d'interfaces diffuses pour l'interaction solide fluide en grandes déformations

Nicolas Favrie, Sergey Gavriluk, Richard Saurel

► **To cite this version:**

Nicolas Favrie, Sergey Gavriluk, Richard Saurel. Un modèle d'interfaces diffuses pour l'interaction solide fluide en grandes déformations. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. hal-03378574

HAL Id: hal-03378574

<https://hal.science/hal-03378574>

Submitted on 14 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Un modèle multiphasique pour la résolution de problème à interfaces entre solide élastiques compressibles et fluides

N. FAVRIE^a, S.L. GAVRILIUK^b, R. SAUREL^a

a. Université Aix-Marseille I, Polytech Marseille, UMR CNRS 6595 IUSTI, Projet SMASH INRIA 5 rue E.Fermi, 13453 MARSEILLE Cedex 13

b. Université Aix-Marseille III, même adresse

Résumé :

Un modèle d'hyper élasticité en coordonnées Eulérienne est rappelé. Un modèle multiphasique hyperbolique à une pression et une vitesse mais plusieurs températures pour la résolution de problèmes à interfaces entre solides et fluides est proposé. La formulation de ce modèle est Eulérienne, ce type d'approche étant plus adapté aux grandes déformations. Il est obtenu à l'aide du principe de Hamilton et d'une adaptation des équations sur les déformations au cas multiphasique. Les interfaces matérielles correspondent à une zone de mélange qui permet de retrouver les conditions d'interfaces (égalité des contraintes et des vitesses normales). Un exemple d'impact à haute vitesse en deux dimensions et une comparaison avec les expériences pour des impacts axisymétriques de gel à plus faible vitesse sont présentés.

Abstract :

An Eulerian hyperelastic model is recalled. A hyperbolic Eulerian multiphase flow model with single pressure and single velocity but with several temperatures for the resolution of interfaces problem between elastic solids and compressible fluids is built. This model is obtained from the Hamilton principle and a modification of the strains equations for the multiphase case. The interfaces correspond to artificial mixture zone. In this artificial mixture, the correct fulfilment is achieved by the multiphase flow model. Two dimensional tests cases are proposed: a high velocity impact on copper and a comparison with experiments on axisymmetric low speed impact are proposed.

Mots clefs : Interfaces diffuses solide-fluide, Hyperélasticité, Problème de Riemann, Méthode de type Godunov, grandes déformations

1 Introduction

Le traitement et le calcul des problèmes d'interactions entre un fluide et une structure sont des problématiques qui ont motivé de nombreux travaux dont la plupart considèrent un solide se déformant peu et restant dans le domaine de l'élasticité linéaire. L'approche la plus souvent envisagée est une approche décalée consistant en un couplage de code fluide et solide. Cette approche a permis de résoudre de nombreux problèmes notamment en aéroélasticité. Cependant, le décalage entre les codes peut introduire une erreur sur le calcul de l'énergie qui peut être fatidique dans le cadre des sollicitations plus violentes (impacts). Dans le cadre de cette étude une approche monolithique (on résout partout les mêmes équations avec le même schéma numérique) est envisagée. Les modèles présentés dans cet article sont tous résolus par des méthodes Eulériennes. Le modèle d'interaction solide fluide présenté ici est fortement inspiré des modèles d'interfaces diffuses utilisé avec succès pour les écoulements multiphasique fluide et la résolution de problèmes à interfaces entre fluide sous très grandes déformations (Saurel et al. [2]). Dans une première partie, un modèle hyperbolique d'élasticité est rappelé. Dans une deuxième partie, ce modèle est étendu pour la résolution de problème à interfaces entre solides et fluides. Dans une troisième partie, des exemples 2D et 2D axisymétrique ainsi qu'une comparaison avec les expériences sont proposés.

2 Rappel du modèle Eulérien d'élasticité

Plusieurs modèles d'élasticité, plus ou moins bien posés mathématiquement, en grandes déformations coexistent. Le modèle hyperbolique et conservatif utilisé pour la résolution de problème à interface a été proposé par Gavriluk et al. [1]. Ce modèle est constitué des 3 lois de conservation et d'une équation sur les déformations :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v} - \boldsymbol{\sigma}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho E \mathbf{v} - \boldsymbol{\sigma} \mathbf{v}) = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{e}^\alpha}{\partial t} + \nabla(\mathbf{v} e^\alpha) = \operatorname{rot}(\mathbf{e}^\alpha) \wedge \mathbf{v},$$

A ces équations s'ajoute une équation de compatibilité $\operatorname{rot}(\mathbf{e}^\alpha) = 0$. $\mathbf{e}^\beta = \nabla \mathbf{X}^\beta$ désignent les composantes de la cobase curviligne, \mathbf{X}^β désignant les différentes composantes des coordonnées Lagrangiennes.

\mathbf{v} représente le vecteur vitesse, ρ la densité, $E = e + \frac{1}{2} \rho |\mathbf{v}|^2$ l'énergie totale avec e l'énergie interne,

$\boldsymbol{\sigma} = -2\rho \frac{\partial e}{\partial \mathbf{G}}$ le tenseur des contraintes de Murnaghan et $\mathbf{G} = \sum_{\beta} \mathbf{e}^\beta \otimes \mathbf{e}^\beta$ tenseur de Finger (inverse du

tenseur de Cauchy Green à gauche).

Ce modèle conservatif hyperbolique peut être résolu numériquement en utilisant le schéma de Godunov sur les variables conservatives et en résolvant le problème de Riemann avec un solveur HLLC (Toro [4]). Ce solveur à 3 ondes seulement permet de capturer les 5 ondes présentes dans les solides. La résolution exacte du problème de Riemann a été proposée par Furfaro et Gavriluk [5]. La condition de compatibilité doit être vérifiée à chaque instant. Elle est automatiquement vérifiée à l'ordre 0 par l'utilisation du schéma de Godunov sur les variables conservatives (prouvé dans Favrie et al. [3]). Ce modèle est complété par une équation d'état sous forme séparée qui permet dans le cas des petites déformations de retrouver la loi de Hooke et dans le cas des grandes déformations la limite fluide :

$$e = \varepsilon(\rho, p) + \frac{\mu}{4\rho_0} \operatorname{tr}((\tilde{\mathbf{G}} - \mathbf{I})^2)$$

où l'énergie $\varepsilon(\rho, p)$ sera prise sous la forme d'une équation d'état de type stiffened gas $\varepsilon(\rho, p) = \frac{p + \gamma p_\infty}{(\gamma - 1)\rho}$.

Cette formulation séparée simplifie nettement la résolution de problèmes à interface entre solides et fluides.

3 Modèle à interface diffusives pour les interactions solides-fluides

3.1 Modèle

Le modèle multiphasique d'interactions fluide-fluide a été proposé par Saurel [2]. L'extension de ce modèle pour les interfaces entre solides et gaz est présentée. La différence principale réside dans l'ajout d'une équation sur la cobase dans ce modèle. Dans le cas de la présence d'un fluide et d'un solide, ce modèle dont

l'obtention est détaillée dans Favrie et al. [3] comporte 8 équations aux dérivées partielles :

$$\frac{d\alpha_s e^\beta}{dt} + \alpha_s \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^T e^\beta = \frac{2}{3} e^\beta \mu_0 (p_s - p_g)$$

$$\frac{\partial \alpha_s \rho_s}{\partial t} + \text{div}(\alpha_s \rho_s v) = 0$$

$$\frac{\partial \alpha_g \rho_g}{\partial t} + \text{div}(\alpha_g \rho_g v) = 0$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \text{div}(\rho v \otimes v - \sigma) = 0$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \text{div}(\rho v E - \sigma v) = 0$$

$$\frac{\partial \alpha_s \rho_s e_s}{\partial t} + \text{div}(\alpha_s \rho_s e_s v) - \alpha_s \text{tr} \left(\sigma_s \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -\mu_0 p_1 (p_s - p_g)$$

$$\frac{\partial \alpha_g \rho_g e_g}{\partial t} + \text{div}(\alpha_g \rho_g e_g v) - \alpha_g \text{tr} \left(\sigma_g \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -\mu_0 p_1 (p_s - p_g)$$

$$\frac{d\alpha_s}{dt} = \mu_0 (p_s - p_g)$$

Les notations sont conventionnelles : $\alpha_k, \rho_k, p_k, e_k$ représentant respectivement la fraction volumique, la densité, la pression et l'énergie interne des phases k . ρ, v et E étant respectivement la densité de mélange, le vecteur vitesse, la contrainte moyenne et l'énergie totale du mélange. Un coefficient de relaxation μ_0 contrôle la vitesse à laquelle les pressions des phases vont relaxer vers la pression d'équilibre. Cette vitesse de relaxation sera prise comme infinie, afin de respecter à chaque instant la condition d'interface d'égalité des contraintes normales.

Il est intéressant de noter que ce modèle, ne comportant qu'une seule vitesse, permet d'obtenir le glissement dans les fluides. En effet, lorsque la fraction volumique de solide s'annule, la contrainte tangentielle s'annule aussi, et le système tend vers les équations d'Euler de la dynamique des gaz.

3.2 Stratégie de résolution

Une stratégie de résolution en 4 étapes est utilisée. Cette stratégie a montrée son efficacité pour la résolution de problèmes à interfaces entre fluides (eau air par exemple) dans Saurel et al. [2]. Elle peut être résumé de la manière suivante :

- On résout le problème de Riemann en utilisant un solveur approché (par exemple HLLC, Toro [4])
- On fait évoluer la partie hyperbolique à l'aide d'un schéma de type Godunov
- On relaxe ensuite les pressions.
- On calcule la pression en utilisant l'équation d'état du mélange, basée sur l'énergie totale et on réinitialise les énergies internes.

Cette stratégie de résolution présente de nombreux avantages :

- Le problème de Riemann est extrêmement simple à résoudre car la fraction volumique de solide ou de fluide ne varie pas au travers des ondes de choc pendant l'étape hyperbolique

- Il permet de conserver la positivité des fractions volumiques.
- La propagation des ondes est bien calculée dans chaque phase pure
- La méthode est extrêmement robuste puisque elle permet de résoudre des problèmes à interfaces avec de très grands rapports de densité (1000) et de pression (10000)

4 Exemples

4.1 Impact 2D à grande vitesse :

Dans cet exemple, un projectile en cuivre vient impacter une plaque du même métal à la vitesse de 800m/s. Le gradient de densité analogue à l'effet Schlieren est représenté sur la Figure 1.

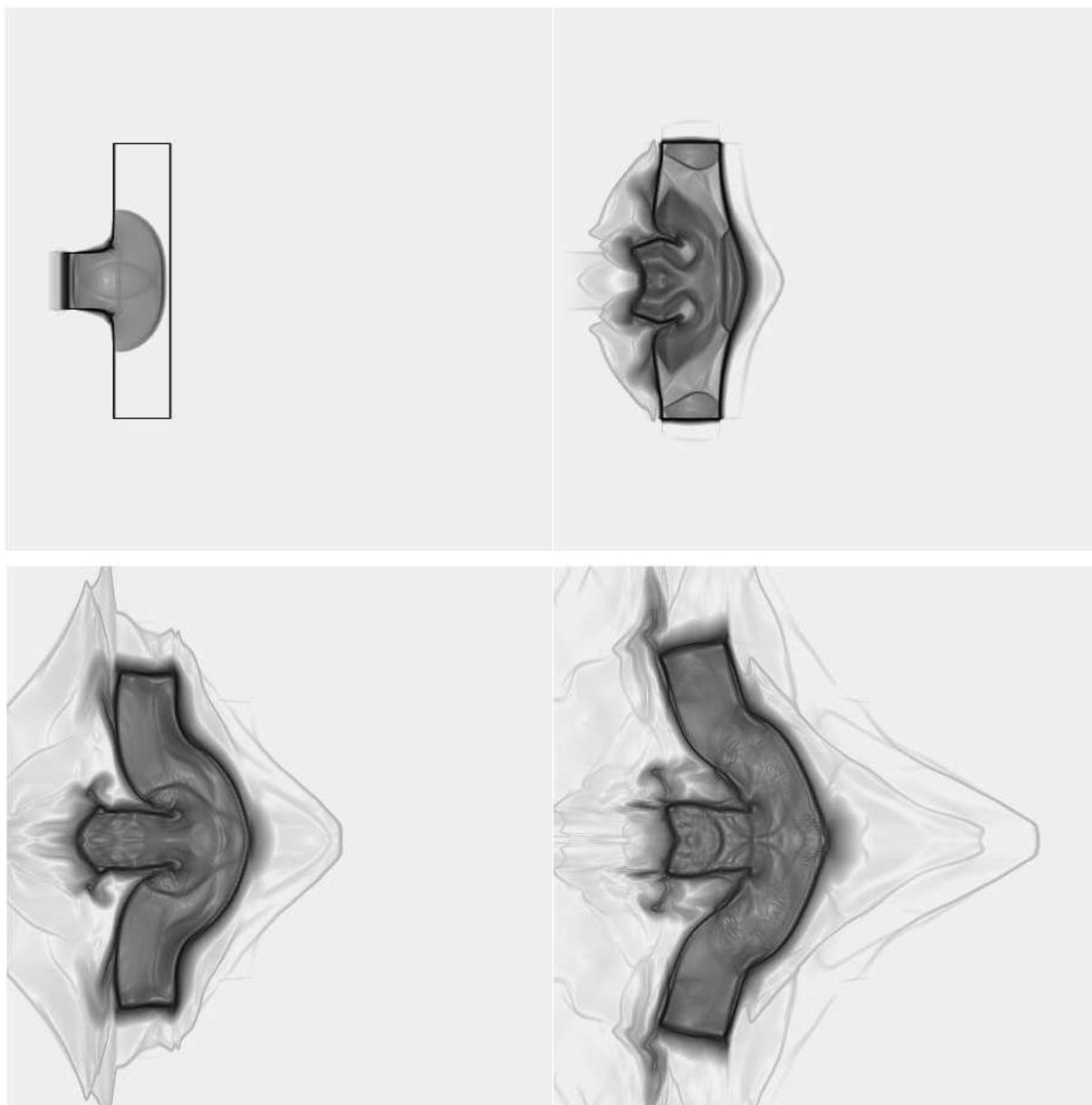


FIG. 1- Impact d'un projectile de cuivre sur une plaque du même métal entouré d'air. Le gradient de la densité analogue à l'effet « Schlieren » est présenté aux instant : $t = 35\mu\text{s}$, $t = 140\mu\text{s}$, $t = 420\mu\text{s}$, $t = 710\mu\text{s}$. On observe la correcte propagation des ondes dans le cuivre et dans l'air ainsi que la très grande déformation des interfaces.

4.2 Impact de gel

Dans ce test, une goutte de gel (matériaux visco-élastique de module de cisaillement $\mu \approx 80\text{Pa}$) vient impacter une plaque indéformable à une vitesse de 1m/s . Sur la figure 2 est représenté à gauche un résultat d'expérience obtenue par Luu et Forterre [6] et à droite les résultats numériques obtenu avec le modèle présenté précédemment. Sur la Figure 3, une comparaison quantitative de l'étalement normalisé en fonction du nombre de Mach d'impact (rapport entre la vitesse d'impact et la vitesse du son transverse) est présentée.



FIG. 2- Résultat d'expérience (à gauche) et numérique (à droite) de l'étalement d'une goutte de carbopol impactant une surface rigide

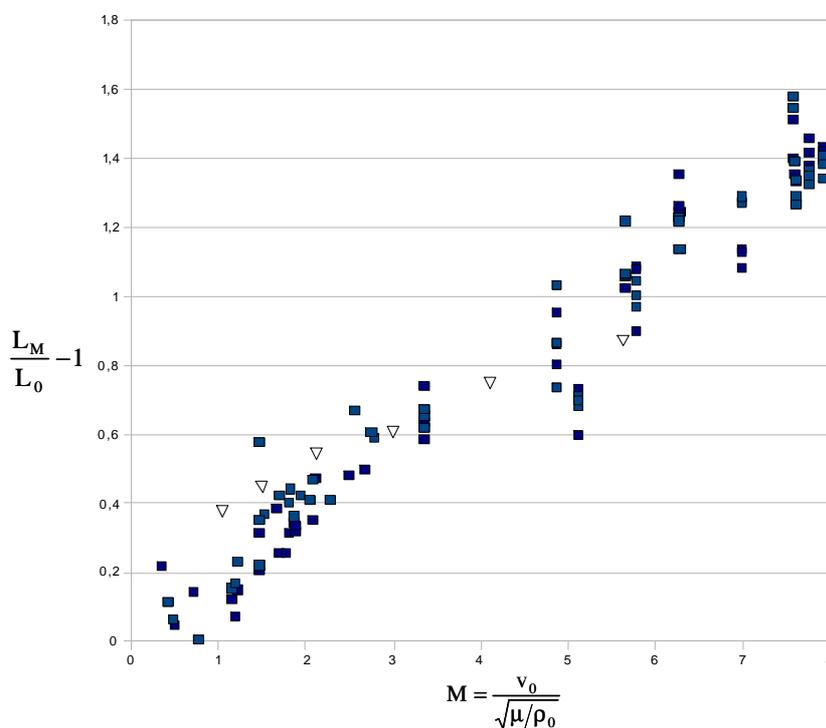


FIG. 3- Déformation relative en fonction du nombre de Mach pour une goutte de carbopol tombant sur une surface en verre. Les résultats d'expérience sont représentés par des carrés et les résultats prédits par le modèle numérique sont représentés par des triangles

5 Conclusion

Un modèle multiphasique pour la résolution de problèmes à interfaces a été proposé et résolu numériquement. Ses capacités ont été illustrées sur des exemples en deux dimensions. Des validations ont été effectuées sur des expériences d'impact de gel. Ce modèle servira de base dans le futur à l'ajout de différents effets physique notamment la plasticité la fracturation ainsi que les changements de phases.

Références

- [1] Gavriluk, S.L., Favrie, N. et Saurel, R. Modelling waves dynamics of compressible elastic materials, JCP, 227,2941-2969,2008
- [2] Saurel, R., Petitpas, F. et Berry, R.A. Simple and efficient relaxation methods for interfaces separating compressible fluids, cavitating flows and shocks in multiphase mixtures, JCP,228, 1678-1712, 2009
- [3] Favrie, N., Gavriluk, S.L. et Saurel, R., Diffuse solid-fluid interface model in cases of extreme deformation (en revision)
- [4] Toro, E.F., Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics, Springer Verlag, 1999
- [5] Furfaro, D. et Gavriluk, S.L., Riemann solver for a model of hyperelasticity (in preparation)
- [6] Luu, L-H et Forterre, Y., Drop impact of yield-stress fluids, J. Fluid Mechanics (soumis)