



**HAL**  
open science

## **Modélisation de l'interaction entre les bulles dans la cavitation. Equation pour la pression**

Mahamadou Adama Maiga, Daniel Buisine

► **To cite this version:**

Mahamadou Adama Maiga, Daniel Buisine. Modélisation de l'interaction entre les bulles dans la cavitation. Equation pour la pression. CFM 2009 - 19ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2009, Marseille, France. <hal-03378571>

**HAL Id: hal-03378571**

**<https://hal.science/hal-03378571v1>**

Submitted on 14 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# Modélisation de l'interaction entre les bulles dans la cavitation. Equation pour la pression

M. ADAMA MAIGA<sup>a</sup>, D. BUISINE<sup>a</sup>

a. Laboratoire de Mécanique de Lille (LML), USTL Bât M3 Dépt Mécanique, 59650 Villeneuve d'Ascq

## Résumé :

*Dans ce nouveau modèle de cavitation, deux bulles non identiques sont localisées dans un volume de contrôle. La présence de deux bulles introduit une instabilité dans laquelle l'échange de vide apparaît comme un degré de liberté supplémentaire. Le modèle offre la possibilité pour de nombreuses petites bulles de disparaître dès l'apparition de la cavitation. Le modèle révèle la pression comme un résultat.*

*La comparaison de la taille des bulles et de la pression en fonction du temps obtenue avec le modèle est en bon accord avec les mesures effectuées en 2002 par Ohl.*

## Abstract :

*In this new model of cavitation, two no identical bubbles are localised in a volume of control. The presence of two bubbles introduces an instability in which the exchange of vacuum seems a supplementary degree of freedom. The model offers the possibility for many small bubbles to disappear as of the appearance of cavitation. The model reveals the pressure as a result.*

*The comparison of the bubbles size and the pressure according to time obtained with the model is in concord with the measurements taken in 2002 by Ohl.*

**Mots clefs:** Modélisation, Cavitation, Multi-bulles, Equation pour la pression

## 1 Introduction

La cavitation se caractérise par la formation de bulles de vapeur au sein d'un liquide en forte dépression. Ce phénomène est extrêmement nuisible aux appareils qui véhiculent du liquide (turbines hydrauliques, pompes, inducteurs des fusées...). Outre la forte dépression qui est à l'origine de la cavitation, son apparition est très influencée par plusieurs facteurs, dont les micro-inclusions gazeuses appelées germes de cavitation.

Selon les conditions, les bulles de cavitation naissante de taille microscopique peuvent se développer dans le temps pour donner des bulles de vapeur macroscopique. Ohl [1] affirme qu'en début de cavitation c'est une multitude de bulles qui apparaissent et qui coalescent. Buogo et al. [2] affirment que des microbulles sont continuellement produites et réabsorbées pendant l'évolution de la cavitation. La disparition très précoce de petites bulles était donc mise en évidence par ces auteurs ainsi que par Takahashi et al. [3] qui montrent qu'une émission du son ou de lumière, signature de collapses est observée dès le début de la cavitation. Le développement total de la taille des bulles peut être très grand pour certaines d'entre elles, très limité pour d'autres.

Le modèle à une bulle est dû initialement à Rayleigh-Plesset [4]. Gilmore [5] a amélioré le modèle en prenant en compte la compressibilité du fluide. Ce modèle a été utilisé entre autres par Kubota et al. [6] qui supposent un nuage initial de  $n$  bulles qui toutes subissent la même expansion. Le modèle est intégré dans le système d'équations d'écoulement moyen. Ohl [1] rend compte à partir de ce modèle de l'évolution d'une bulle unique soumise à une loi de pression au cours du temps. Ce modèle à une bulle peut décrire correctement l'évolution de la ou des quelques bulles qui survivent aux premiers instants de l'expansion. Il ne prend en revanche pas en compte le volume transitoirement développé par l'ensemble des bulles disparues au cours du temps. Le rayon obtenu par le modèle à une bulle ne rend donc pas compte correctement du volume total de vide engendré par la loi de pression. Dans ce sens Ohl affirme que le scénario observé suggère que des interactions bulle-bulle doivent être prises en considération pour une modélisation plus précise et qu'un modèle à une seule bulle n'est pas valide.

C'était dans ce sens que nous avons proposé un nouveau modèle, voir Adama Maiga & Buisine [7], où

nous nous intéressons aux premiers instants de l'apparition de la cavitation en se positionnant tel un observateur entraîné par l'écoulement du milieu moyen. L'idée qui a motivé l'étude est qu'aux premiers instants de la cavitation, un grand nombre de petites bulles sont créées dans la zone en forte dépression. Les bulles peuvent en majorité disparaître rapidement au profit de certaines d'entre elles plus grosses. Un mécanisme d'échange de volume dont le moteur principal est la tension superficielle transfère le volume par déplacement du milieu liquide. Le modèle offre la possibilité pour de nombreuses petites bulles de disparaître dès l'apparition de la cavitation et d'expliquer l'origine des phénomènes observés dans la zone d'apparition.

Notre travail comprend deux parties. La première est consacrée à la modélisation de la cavitation naissante et à l'équation pour la pression. La deuxième à la comparaison et la validation du modèle.

## 2 Modèle de la cavitation naissante

Pour donner une idée des possibilités de l'approche développée, on considère un scénario possible comme représenté sur la figure 1. Du fait que la tension superficielle, par la différence de pression qu'elle engendre à l'interface, est plus efficace en terme de contraction sur les petites que sur les grosses bulles, ce sont surtout les petites bulles qui disparaissent le plus vite. Il semblerait qu'il existe pour une expansion donnée un rayon critique en deçà duquel toute bulle de rayon inférieur à ce rayon critique va décroître et toute bulle de rayon supérieur va croître.

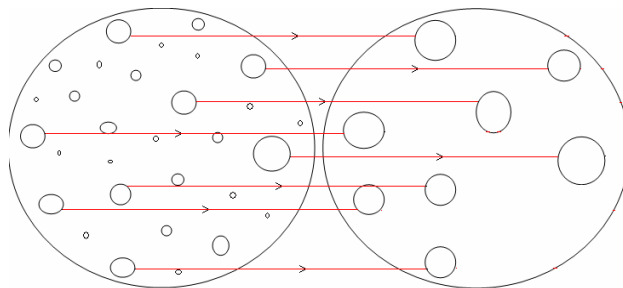


FIG. 1 – Un scénario possible de l'évolution d'un nuage de bulles dans le temps

L'idéal serait de modéliser un grand nombre de bulles. Le but de cette étude est de construire un modèle simplifié qui prend en compte l'interaction entre les bulles par échange de volume. Dans cette étude nous avons deux objectifs, le premier est de déterminer l'équation qui gouverne le rayon de la plus grosse bulle locale avec la prise en compte de l'interaction des bulles voisines. Ce premier objectif était atteint pour plus de détail voir [7]. Le deuxième objectif est de déterminer la pression du milieu ambiant.

Le modèle décrit et intègre successivement les hypothèses et le volume de contrôle dans lesquels l'étude est menée, la dynamique du liquide, la dynamique de l'interface et enfin la conservation du volume.

### 2.1 Hypothèses

Pour la modélisation qui vise surtout la cavitation naissante, nous posons les hypothèses suivantes :

La distance entre les bulles est grande par rapport au rayon des bulles. La vorticité est suppos e nulle, l'écoulement est un écoulement potentiel dans le liquide suppos e un repère galiléen. Les bulles sont assimil es à des sources.

La déformation de la sphéricité d'une bulle due à la présence du champ induit par l'autre bulle est n glig e. La condition de glissement n'est donc pas exactement respect e, le potentiel du système est simplement la somme des potentiels séparés dû aux bulles.

Nous supposons en outre que dans le nuage de bulles réel, les forces d'Archimède d'attraction entre les bulles s'équilibrent et que l'effet d'Archimède résultant est négligeable.

### 2.2 Volume de contrôle et séquences

Comme on peut le voir sur la figure 2, l'étude se limite à un domaine appel e volume de contrôle not e  $V_c$  temporairement fig e en étendue, où pendant un laps de temps limit e (séquence) ne figurent que deux bulles. Par la suite l'indice 1 sera affect e à la petite bulle et l'indice 2 à la grosse bulle. Le volume de contrôle est d termin e par le volume de vide des bulles initiales  $V_v^0$  et par le taux de vide initial  $\alpha$ . En outre, il est le si ge d'une expansion moyenne uniforme contr l e et donn e par la divergence du champ

moyen  $\overline{div \vec{U}}$ . La présence de deux bulles au minimum introduit un degré de liberté supplémentaire avec la possibilité d'un échange de volume et par suite, la possibilité d'une instabilité dans l'évolution parallèle des deux bulles. Selon les conditions d'expansion la petite bulle peut disparaître ou non. Dans le cas où la petite bulle disparaît, le volume de contrôle est redéfini et étendu pour englober une nouvelle petite bulle voisine afin de prolonger le modèle dans une nouvelle séquence. Le rapport du nouveau volume de contrôle  $V_c^{n+1}$  à celui de la séquence précédente  $V_c^n$  est égal au rapport du nouveau volume de vide  $V_v^{n+1}$  qui est le volume de la grosse bulle augmenté de celui de la nouvelle petite bulle à celui du volume de vide final de la séquence précédente  $V_v^n$ . On a :  $V_c = \frac{V_v}{\alpha}$  et  $\frac{V_c^{n+1}}{V_c^n} = \frac{V_v^{n+1}}{V_v^n}$ .

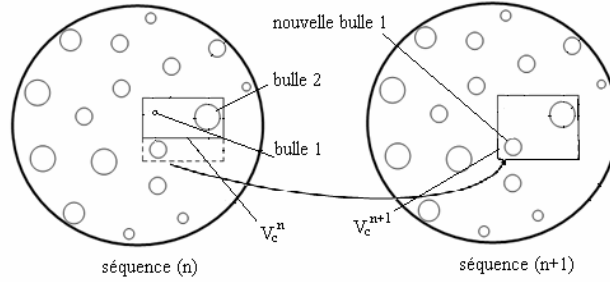


FIG. 2 – Redéfinition du volume de contrôle au raccordement entre deux séquences successives

Les bulles 1 et 2 ont respectivement de débit  $q_1$  et  $q_2$ .

### 2.3 Equation pour le rayon $R_2$

Comme représenté sur la figure 3, nous avons sur l'axe  $ox$  du repère  $oxyz$  le centre de la bulle 2 au point d'abscisse  $+d$  et celui de la bulle 1 au point d'abscisse  $-d$ .

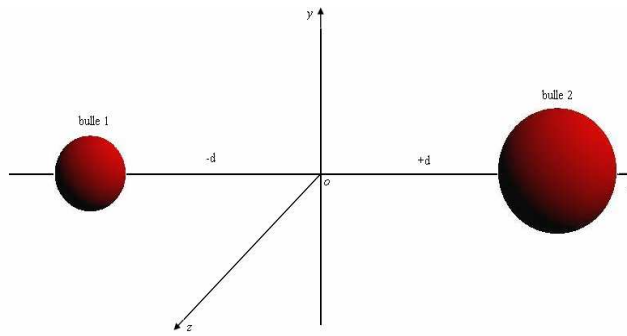


FIG. 3 – Positionnement de deux bulles sur leur ligne des centres

Avec les hypothèses posées, la dynamique dans le fluide, la dynamique de l'interface et la conservation du volume dans le volume de contrôle on obtient le système d'équation suivant :

$$R_1^3 + R_2^3 = R_{10}^3 + R_{20}^3 + \frac{3}{4\pi} \int_{t_0}^t q_m dt \tag{1}$$

$$R_2 \ddot{R}_2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + \dot{R}_2^2 \left[ \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{R_2}{R_1} - \frac{R_2^2}{R_1^2} + \frac{R_2^3}{R_1^3} \right) \right] \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - \frac{q_m}{4\pi} \frac{R_2^2}{R_1^4} \dot{R}_2 + \dots \tag{2}$$

$$+ 4 \frac{\mu}{\rho} \frac{\dot{R}_2}{R_2} \left( 1 + \frac{R_2^3}{R_1^3} \right) + \frac{2S}{\rho} \frac{1}{R_2} \left( 1 - \frac{R_2}{R_1} \right) + \frac{1}{\rho} (p_{g1} - p_{g2}) = \frac{1}{4\pi} \frac{q_m}{R_1} - \frac{1}{32\pi^2} \frac{q_m^2}{R_1^4} + \frac{\mu}{\pi\rho} \frac{q_m}{R_1^3},$$

où  $R_1$  et  $R_2$  sont les rayons des bulles 1 et 2, avec  $\dot{R}_i = \frac{\partial R_i}{\partial t}$  la vitesse radiale à l'interface,  $S$  la tension superficielle,  $\mu$  la viscosité dynamique,  $p_v$  la pression de vapeur saturante et  $p_{g_i}$  la pression de gaz partiel. Et  $q_m = V_c \cdot \text{div} \vec{U}$  le débit global dû à l'expansion créée. L'équation (2) présente par son premier membre une similitude avec l'équation de Rayleigh-Plesset. En revanche, si le second membre de cette dernière ne dépend que de la pression, celui de l'équation (2) ne dépend que de  $q_m$ , c'est-à-dire de l'expansion.

Les équations (1) associée à (2) déterminent l'évolution des rayons  $R_1$  et  $R_2$ .

## 2.4 Expression de la pression

Notre deuxième objectif est de déterminer la pression du milieu ambiant. Pour cela nous faisons l'hypothèse que cette pression est la pression  $p_c$  à mi distance entre les deux bulles. Avec cette hypothèse, en tenant compte de la dynamique dans le liquide et celle de l'interface on a au choix, partant de l'une ou de l'autre des bulles, deux équations pour déterminer la pression  $p_c$ .

$$\frac{p_c}{\rho} = -\frac{1}{4\pi} \frac{\dot{q}_i}{R_i} + \frac{1}{32\pi^2} \frac{q_i^2}{R_i^4} - \frac{\mu}{\rho\pi} \frac{q_i}{R_i^3} - \frac{2S}{\rho R_i} + \frac{p_{g_i}}{\rho} + \frac{p_v}{\rho}, \quad (3)$$

où le débit  $q_i = 4\pi R_i^2 \dot{R}_i$ ,  $\dot{q}_i = \frac{\partial q_i}{\partial t}$  et  $i = 1$  ou  $2$ . Avec la divergence qui est une donnée, les équations (1), (2) et (3) forment un système fermé qui permet de déterminer le rayon  $R_1$ ,  $R_2$  et la pression  $p_c$ .

## 3 Comparaison et validation avec l'expérience de Ohl

Pour la validation de notre modèle, nous avons choisi l'étude expérimentale de Ohl [1]. C'est l'une des rares études expérimentales où l'évolution du rayon des bulles de cavitation à l'apparition et la pression sont mesurés en fonction du temps. Cette étude expérimentale est adéquate, car la validation de notre modèle sera faite par le rayon de la bulle mesuré d'une part et par la pression mesurée d'autre part.

Dans notre modèle nous avons besoin de la divergence ou de l'expansion finale qui est égale à l'intégrale de la divergence sur l'intervalle du temps où elle a été imposée  $\int \text{div} \vec{U} dt$ . Dans l'étude expérimentale la seule grandeur physique dont nous disposons est le taux de vide final, c'est-à-dire l'expansion finale, qui est égale au rapport du volume de la bulle finale et du volume de contrôle. Ce dernier est estimé d'après l'expérience de Ohl comme égal au produit de la surface des photos ( $2\text{mm} \times 1.7\text{mm}$ ) et d'une profondeur de champs de  $1\text{mm}$ . Ainsi, l'expansion finale est estimée égale à  $1.5 \cdot 10^{-2}$ . Comme nous connaissons l'expansion finale, ceci nous permet de proposer une répartition dans le temps de la divergence, dont on connaît l'intégrale sur l'intervalle du temps. Pour plus de détails sur cette comparaison et validation avec l'expérience de Ohl voir Adama Maiga [9].

### 3.1 Validation par le rayon expérimental

Comme on peut le voir sur la figure 4, où nous avons une fonction de divergences exponentielle et une fonction de divergence composée de deux portions polynomiales non continues imposées durant  $3\mu\text{s}$  au-delà la divergence est nulle, la validation par le rayon expérimental montre qu'on peut trouver partant des données expérimentales, une loi de divergence qui appliquée au modèle donne des résultats très satisfaisants sur l'évolution du rayon des bulles au cours du temps.

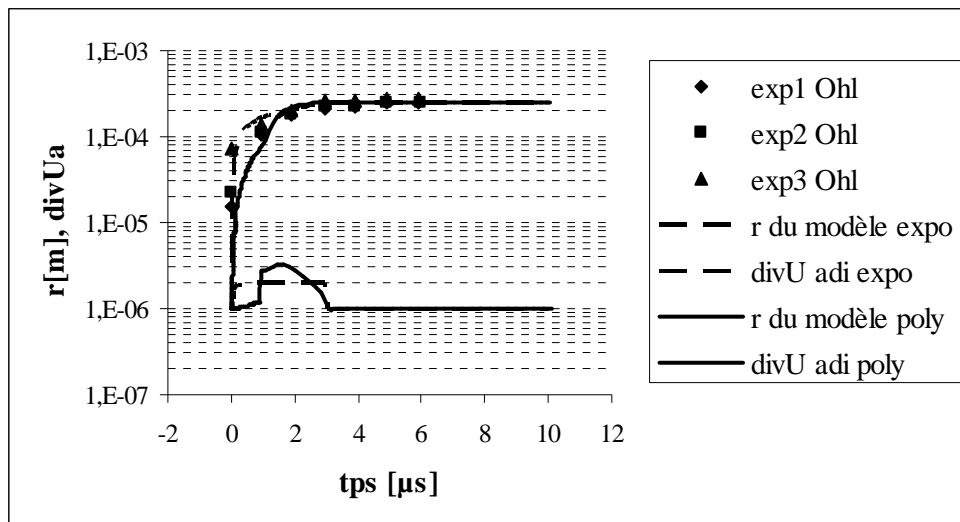


FIG. 4 – Comparaison rayon expérimentale et numérique avec  $R_{20} = 1\mu m$ ,  $R_{10} = 0.3\mu m$ , une divergence exponentielle:  $divU(t) = 5198.96[1 - \exp(t/T)]$  avec  $T = 0.1\mu s$ , et une divergence polynomiales :  $divU(t) = at^4 + bt^3 + ct^2$  avec  $a = 2.55 \cdot 10^{26} s^{-5}$ ,  $b = -1.55 \cdot 10^{21} s^{-4}$  et  $c = 2.39 \cdot 10^{15} s^{-3}$  pour  $t \leq 0.85\mu s$  sinon  $a = 2.04 \cdot 10^{27} s^{-5}$ ,  $b = -1.24 \cdot 10^{22} s^{-4}$  et  $c = 1.91 \cdot 10^{16} s^{-3}$

Pour ce qui est des fonctions de divergence qui correspondent à celle de l'expérience, nous ne pouvons pas tirer une conclusion sur la seule validation du rayon. Ces fonctions doivent être validées par la pression.

### 3.2 Validation par la pression

Comme nous venons de le constater dans la validation avec le rayon mesuré, il existe au moins deux familles de fonctions de divergence qui donnent des résultats satisfaisants avec l'expérience. Si la pression qui correspond à l'expérience de Ohl est parmi ces familles, alors sa pression résultante calculée doit concorder avec la pression expérimentale mesurée. Ainsi, comme on peut le voir sur la figure 5, dans le cas de la fonction exponentielle, sans compter la forte dépression, la pression devient positive à moins de  $0.5\mu s$ , alors que la pression mesurée ne devient positive qu'à près  $1\mu s$ , mais surtout la pression remonte très peu et s'atténue vers zéro très rapidement. Par contre la divergence polynomiale donne une bonne concordance entre les résultats du modèle et les mesures de l'expérience. Le pic de la pression au tour de  $t = 0.85\mu s$  est dû à la discontinuité de la fonction de divergence.

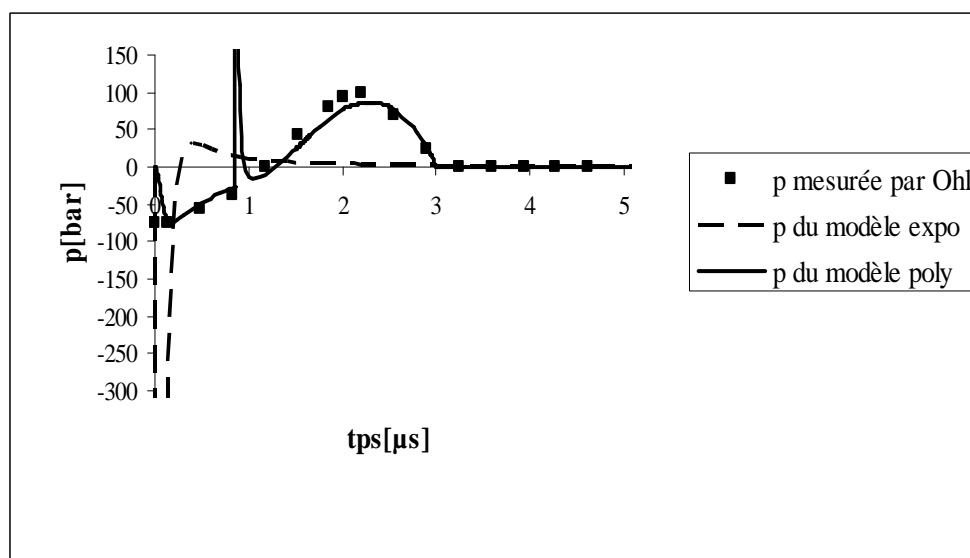


FIG. 5 – Comparaison pression expérimentale et numérique

Cette comparaison avec l'expérience de Ohl, dans le cas de l'équation pour la pression, valide bien l'hypothèse adoptée que la pression du milieu ambiant est  $p_c$  la pression à mi distance entre les deux bulles, mais elles confirment surtout que le système d'équations (1), (2) et (3) modélise bien l'évolution d'écoulement cavitant.

## 4 Conclusion

Dans cette étude nous avons proposé un nouveau modèle de cavitation, dans lequel, pour simuler les interactions nombreuses au sein d'un nuage de cavitation, deux bulles non identiques sont localisées dans un volume de contrôle. La présence de deux bulles introduit une instabilité dans laquelle l'échange de vide apparaît comme un degré de liberté supplémentaire, les deux bulles en plus de leur débit d'échange sont soumises à une expansion imposée et caractérisée par la divergence de la vitesse du milieu. Selon les conditions, la petite bulle disparaît au profit de la grosse bulle voisine. Dans ce cas le volume de contrôle est redéfini et étendu pour englober une nouvelle petite bulle voisine afin de prolonger le modèle dans une nouvelle séquence. Le modèle offre la possibilité pour de nombreuses petites bulles de disparaître dès l'apparition de la cavitation.

Dans ce modèle de cavitation en autorisant deux bulles à évoluer différemment, nous n'avons plus besoin de la pression pour déterminer l'évolution de la cavitation. Le modèle révèle la pression comme un résultat.

La comparaison de la taille des bulles et de la pression en fonction du temps obtenue avec le modèle est en bon accord avec les mesures effectuées en 2002 par Ohl.

## References

- [1] Ohl C.D., Cavitation inception following shock wave passage. *Phys. of Fluids*. 14, 10, 3512-3521, 2002.
- [2] Buogo S., Cannelli G.B., Implosion of an underwater spark-generated bubble and acoustic energy evaluation using the Rayleigh model. *J. Acoust. Soc. Am.* 111, 6, 2594-2599, 2002.
- [3] Takahashi S., Washio S., Uemura K., Okazaki A., Experimental study on cavitation starting at and flow characteristics close to the point of separation. Fifth Inter. Sym. on Cavitation. Osaka, Japan, Nov. 1-4, 2003.
- [4] Plesset M. S., Dynamics of cavitation bubbles. *J. of Applied Mech.* 16, 228-231, 1948.
- [5] Gilmore F.R., The growth or collapse of a spherical bubble in a viscous compressible liquid. Calif. Inst. Of Techn. Hydr. Labo., Report 26-4, 1952.
- [6] Kubota A., Kato H., Yamaguchi H., A new modelling of cavitating flows: a numerical study of unsteady cavitation on a hydrofoil section. *J. Fluid Mech.* 240, 59-96, 1992.
- [7] Adama Maiga M., Buisine D., Modélisation de l'interaction entre les bulles dans la cavitation. 18<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique Août 27-31, 2007.
- [8] Adama Maiga M., Modèle multi-bulles pour la cavitation. Equation d'évolution pour la pression. Thèse de doctorat de USTL, Lille1, Nov. 2008.