



HAL
open science

Informations bipolaires. Une introduction

Didier Dubois, Henri Prade

► **To cite this version:**

Didier Dubois, Henri Prade. Informations bipolaires. Une introduction. Revue Information - Interaction - Intelligence (I3) - Revue en science du traitement de l'information, 2003, Hors série 2002, 3 (1), pp.89-106. hal-03373372

HAL Id: hal-03373372

<https://hal.science/hal-03373372>

Submitted on 11 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Informations bipolaires□

Une introduction

Didier Dubois et Henri Prade

I.R.I.T, Université Paul Sabatier, 118 Route de Narbonne
31062 Toulouse Cedex 4, France
E-mail: {dubois, prade}@irit.fr

Résumé

Cet article à caractère introductif montre l'intérêt d'une approche bipolaire de la représentation des connaissances ou des préférences, laquelle permet de distinguer entre information négative et information positive. Cette distinction s'avère également fructueuse pour le traitement des énoncés conditionnels.

Abstract

This paper provides a short introduction to the bipolar representation of knowledge and preferences, which enables us to distinguish between negative information and positive information. This framework is also useful when modeling conditional statements.

1. INTRODUCTION

La représentation logique de l'information voit dans chaque énoncé l'expression d'une restriction sur des états possibles du monde, chaque nouvelle information non redondante restreignant un peu plus le champ du possible. Dans cette vision, chaque énoncé informe sur l'existence de mondes impossibles, les mondes restants étant donc non impossibles, c'est-à-dire (potentiellement) possibles. Chaque énoncé est donc le reflet d'une information "négative" stipulant l'impossibilité de certaines situations.

L'information s'exprime pourtant souvent de manière bipolaire. C'est le cas dès qu'une distinction est faite entre "l'information positive" et "l'information négative". En effet, une information incomplète à propos d'un sous-ensemble de valeurs, d'éléments s'exprime naturellement de manière bipolaire: on sait que certains éléments du référentiel appartiennent au sous-ensemble, et l'on en connaît d'autres qui n'y appartiennent pas. C'était par exemple l'idée des "ensembles sous-définis" proposée par Narin'yani (1980). Les éléments qui sont connus comme n'appartenant pas au sous-ensemble sont donc des éléments impossibles. Par complémentation, on définit un ensemble d'éléments possibles (car non-impossibles), qui bien sûr doit contenir l'ensemble des éléments connus comme appartenant au sous-ensemble.

L'information négative exprime souvent des restrictions sur les états possibles du monde (comme dans les représentations de type logique), liées à des lois physiques, ou à des connaissances génériques. L'information négative peut être toutefois nuancée si ces lois sont éventuellement entâchées d'exceptions, les situations exceptionnelles n'étant guère possibles sans être pour autant totalement impossibles. L'information positive correspond plutôt au recueil d'éléments d'information contingente sur le monde, telles que ceux fournis par des observations, des données statistiques, ou des bases de cas. Les processus d'apprentissage semblent faire un lien entre information positive et information négative: on finit par croire vrai ce qu'on observe souvent, et on considère impossible ce qu'on n'observe jamais.

Ces deux types d'information ne sont pas de même nature et leur traitement relève de techniques différentes. En effet, les informations "négatives" se combinent conjonctivement, comme c'est le cas en logique: l'ensemble des modèles d'un ensemble de propositions est l'intersection des ensembles de modèles correspondant à chaque proposition. En revanche, les informations "positives" se combinent disjonctivement dans la mesure où les observations s'accumulent: savoir que telle valeur est effectivement possible pour une grandeur, n'interdit pas qu'une autre valeur soit aussi garantie possible, si les deux valeurs sont toutes les deux attestées de manière fiable.

La distinction entre information négative et information positive peut s'appliquer à la représentation des connaissances, ou des préférences notamment. La réalité de cette distinction est reconnue depuis longtemps par des psychologues (voir par exemple Cacioppo *et col.*, 1997, 1999). Ainsi pour exprimer des croyances, on peut indiquer séparément ce qu'on croit et ce qu'on nie. L'information négative pointe les situations impossibles, interdites, les contre-exemples. L'information positive se

réfère à des situations garanties possibles dont l'existence est avérée, à des situations explicitement permises, à des observations, à des exemples. Le non-impossible n'est pas alors synonyme de garanti possible. L'expression de similarités ou de dissimilarités par rapport à des cas répertoriés offre une autre illustration de la bipolarité, dans la mesure où la non-dissimilarité ne signifie pas toujours la similarité effective.

Pour ce qui est de la représentation des préférences, l'information positive renvoie à ce qui plait, l'information négative à ce qui déplaît. On peut ainsi énoncer d'un côté des alternatives désirées, recherchées, et d'autre part des alternatives insatisfaisantes, rejetées. Dans une problématique de décision multicritère, on peut être ainsi conduit à utiliser une échelle bipolaire (ou encore un produit cartésien d'échelles), pour permettre des évaluations positives et des évaluations négatives. Le traitement conjoint des évaluations positives et des évaluations négatives, et en particulier leur agrégation peut alors poser problème dans la mesure où elle efface la différence de nature des évaluations□ voir par exemple (Grabisch et Labreuche, 2000).

Cet article introductif reprend l'essentiel des idées de base d'articles récents (Dubois, Hajek et Prade, 2000), (Dubois, Prade et Smets, 2001), (Benferhat, Dubois, Kaci et Prade, 2002b). Il reprend aussi quelques exemples déjà utilisés dans (Bosc *et col.*, 2002). Il comporte trois parties. Elles traitent respectivement de la représentation de l'information bipolaire, éventuellement entachée d'incertitude, de raisonnement avec des règles "□i-alors□, et de raisonnement non-monotone avec des règles par défaut, en montrant l'intérêt d'une approche bipolaire de l'information.

2□ REPRESENTATION DE L'INFORMATION BIPOLAIRE

Comme on vient de le dire, l'information incomplète peut s'exprimer de manière naturellement bipolaire dans des situations où l'information est pour partie négative (certaines valeurs, certaines interprétations sont impossibles), et pour partie positive (certaines valeurs, certaines interprétations sont garanties possibles). Ceci peut se représenter à l'aide d'une paire d'ensembles, puis se généraliser à des représentations graduelles prenant en compte l'incertitude. Une représentation en termes logiques en est enfin proposée.

2.1 Modélisation tout-ou-rien

En général, les deux ensembles d'éléments impossibles (I) et d'éléments garantis possibles (GP) sont disjoints (condition de cohérence), et ne couvrent pas tout le référentiel (Réf). En d'autres termes, on distingue entre un sur-ensemble d'éléments non impossibles ($NI = \text{Réf} - I$), et un sous-ensemble d'éléments garantis possibles qui satisfont donc aux conditions:

$$GP \cap I = \emptyset \quad (1),$$

$$GP \cap I \neq \text{Réf} \quad (2),$$

$$GP \cap NI \quad (3).$$

Un aspect qui semble caractéristique de la bipolarité est le fait que les parts, respectivement positive et négative, de l'information forment des entités distinctes qui ne peuvent pas être déduites l'une de l'autre (à cause de (2)), et doivent être manipulées séparément. Ainsi supposons que deux sources fiables fournissent des informations positives et négatives sur un même sujet. Ces informations sont représentées par (GP_1, NI_1) et (GP_2, NI_2) respectivement. Ces informations doivent alors être combinées sous la forme

$$\text{Comb}((GP_1, NI_1), (GP_2, NI_2)) = (GP^\circ, NI^\circ) = (GP_1 \cap GP_2, NI_1 \cap NI_2) \quad (4),$$

puisque les seules valeurs possibles sont celles qui sont non impossibles pour chaque source, tandis que ce qui est garanti possible s'ajoute. Bien sûr, la cohérence continue d'imposer

$$GP^\circ = GP_1 \cap GP_2 \cap NI^\circ = NI_1 \cap NI_2 \quad (5).$$

Il est clair que (5) n'est pas automatiquement assuré, même si $GP_1 \cap NI_1$ et $GP_2 \cap NI_2$. La combinaison des informations formulée par (4) ne fait que traduire un processus de complétion de l'information. En effet, l'arrivée de nouvelles informations doit conduire à mieux délimiter ce qui est effectivement possible. Quand l'information est complète, on a $GP \cap I = \text{Réf}$, et $GP = NI$, c'est-à-dire que tout ce qui n'est pas impossible est garanti possible.

La représentation de l'information obéit ici implicitement à un principe informationnel d'«engagement minimum», qui se décline sous la forme de principes antagonistes pour l'information négative et pour l'information positive. En effet, on ne souhaite pas être plus restrictif que

ce qui est imposé comme impossible par I_1 et I_2 , et $NI_1 \sqcap NI_2$ est donc le plus grand sous-ensemble compatible avec ces impossibilités. Par contre $GP_1 \sqcap GP_2$ est le plus petit sous-ensemble compatible avec ce qui est garanti possible. Cela rappelle l'«hypothèse du monde clos», souvent utilisée en bases de données, qui stipule que seul ce qui est dans la base est considéré comme vrai (ici seul ce qui est attesté comme garanti possible sera considéré comme tel).

Si la condition de cohérence (5) n'est pas satisfaite à l'issue de la combinaison, elle doit être rétablie par un processus de révision. Il y a a priori deux manières extrêmes de procéder pour restaurer la condition $GP^\circ \sqcap NI^\circ$. On peut soit diminuer GP° ou élargir NI° , c'est-à-dire

$$GP^\circ = (GP_1 \sqcap GP_2) \sqcap (NI_1 \sqcap NI_2) \sqcap NI^\circ = NI_1 \sqcap NI_2. \quad (6a)$$

ou

$$GP^\circ = (GP_1 \sqcap GP_2); NI^\circ = (NI_1 \sqcap NI_2) \sqcap (GP_1 \sqcap GP_2). \quad (6b)$$

La révision (6a) donne la priorité à l'information négative. Supposons, par exemple, que deux agents doivent délimiter un ensemble de choix satisfaisants pour eux deux, en vue d'opérer un choix commun. Chaque agent i rejette ce qui est dans I_i et trouve donc acceptable ce qui est dans NI_i , mais ce qui le satisfait vraiment est dans GP_i . Dans ce cas, la révision (6a) semble recommandée, du moins si les agents sont coopératifs, ce que l'un rejette l'autre le rejette aussi.

La révision (6b), elle, donne la priorité à l'information positive. Elle peut s'imposer si NI_1 et NI_2 reflètent l'expression de croyances, tandis que GP_1 et GP_2 sont des constats d'observations, puisqu'alors il apparaît naturel de donner la priorité aux observations.

2.2 Prise en compte de l'incertitude

Le cadre représentationnel qu'on vient de présenter peut se «gradualiser» en présence d'incertitude. En effet, la représentation sous forme de la paire (GP, NI) se généralise au moyen d'une paire de fonctions caractéristiques d'ensembles flous (π_*, π^*) , où π_* représente l'ensemble

flou des éléments ou valeurs garantis possibles, tandis que $\pi^*(u)$ évalue le caractère non-impossible de u , et $1 \sqcap \pi^*(u)$ à quel point u est impossible. La condition de cohérence impose que la paire (π_*, π^*) soit telle que

$$\forall u, \min(\pi_*(u), 1 - \pi^*(u)) = 0, \quad (7)$$

c'est-à-dire que si u est quelque peu garanti possible, i.e. $\pi_*(u) > 0$, u doit être complètement non-impossible, i.e. $\pi^*(u) = 1$, ou si l'on préfère u ne doit pas être quelque peu impossible. Ceci implique

$$\forall u, \pi_*(u) \leq \pi^*(u). \quad (8)$$

La condition

$$\max(\pi_*, 1 - \pi^*) \neq 1 \quad (9)$$

contrepartie de (2), exprime une forme d'incomplétude de l'information, c'est-à-dire que $\forall u, \pi_*(u) < 1$ et $\pi^*(u) > 0$, ce qui autorise l'existence d'élément(s) non-garantis possibles et pourtant non-impossibles. Compte tenu de (7), si la condition (9) n'est pas satisfaite, l'information est complète au sens où $\forall u, \pi_*(u) = 0 = \pi^*(u)$ ou $\pi_*(u) = 1 = \pi^*(u)$, c'est-à-dire que $\pi_* = \pi^*$ est la fonction caractéristique d'un ensemble classique \square pour chaque élément u on sait si oui ou non il est dans le sous-ensemble qu'on cherche à décrire.

La combinaison d'informations bipolaires incertaines obéit aux mêmes principes que précédemment, c'est-à-dire que

$$\begin{aligned} \text{comb}((\pi_{1*}, \pi_{1*}^*), (\pi_{2*}, \pi_{2*}^*)) &= (\pi_{*}^{\circ}, \pi_{*}^{\circ*}) \\ &= (\max(\pi_{1*}, \pi_{2*}), \min(\pi_{1*}^*, \pi_{2*}^*)), \quad (10) \end{aligned}$$

ce qui exprime que chaque élément est déclaré d'autant plus garanti possible (resp. peu possible) qu'une source le déclare tel, en accord avec le principe informationnel qui pour π_{*}° (resp. $\pi_{*}^{\circ*}$), attribue les degrés de possibilité garantie (resp. non impossibilité) les plus petits (resp. grands) qui soient compatibles avec l'information fournie par les sources.

La violation de la condition de cohérence

$$\min(\pi_{*}^{\circ}, 1 - \pi_{*}^{\circ*}) = \min(\max(\pi_{1*}, \pi_{2*}), 1 - \min(\pi_{1*}^*, \pi_{2*}^*)) = 0,$$

à l'issue d'une combinaison, obligera à restaurer cette condition, ce qui peut se faire à l'aide d'une des contreparties de (6a) ou (6b) \square

$$\pi_{*}^{\circ} = \min(\max(\pi_{1*}, \pi_{2*}), \min(\pi_{1*}^{\circ}, \pi_{2*}^{\circ})); \pi^{\circ*} = \min(\pi_{1*}^{\circ}, \pi_{2*}^{\circ}) \quad (11a)$$

$$\pi_{*}^{\circ} = \max(\pi_{1*}, \pi_{2*}) \square \pi^{\circ*} = \max(\min(\pi_{1*}^{\circ}, \pi_{2*}^{\circ}), \max(\pi_{1*}, \pi_{2*})) \square \quad (11b).$$

Exemple. L'exemple de la table ci-après illustre l'idée d'information bipolaire. *Le musée A est pour sûr ouvert de 14 à 16 heures, et certainement fermé la nuit (de 21h à 8h), son prix d'entrée ne peut être inférieur à 2 € ni supérieur à 8 € (règlements des musées), la tranche de prix entre 4 et 5 € est garantie possible (ce sont des prix effectivement pratiqués pour ce type de musée). L'information sur le musée B est de même nature, mais floue (les degrés attachés uniformément à des ensembles de valeurs, sont donnés avant le '/' et la notation + a ici le sens d'une union). Par exemple, il y a seulement un degré de non-impossibilité égal à 0.2 que le musée soit ouvert entre 9h et 10h, ce degré est égal à 0.5 pour l'intervalle de 18 à 19h, l'ouverture de 10h à 18h n'ayant absolument rien d'impossible.*

#id-musée	Heures d'ouverture	Prix (€)
A	GP: [14, 16] ; NI: [8, 21]	GP: [4, 5] ; NI: [2, 8]
B	GP: 1/[14, 16] + 0.5/[16, 17] □ NI: 0.2/[9, 10] [+ 1/[10, 18] + 0.5/18, 19]	GP: 0.5/[3, 4] + 1/[4, 5] □ NI: 0.2/[0, 2] [+ 1/[2,7] + 0.5/□, 9]

L'évaluation de requêtes ou d'énoncés, face à une base d'informations bipolaires, telle que la base de données de l'exemple ci-dessus, pose des problèmes plus généraux que dans le cas de "simples" valeurs d'attributs mal connues. Observons aussi que les deux attributs sont de natures différentes □ *Heures d'ouverture* est un attribut multi-valué, tandis que *Prix* est mono-valué. Aussi, les ensembles (flous) ont-ils dans le premier cas un caractère conjonctif (à toutes les heures de l'intervalle [14, 16] le musée A est ouvert), et disjonctif dans le second cas (il existe une valeur

unique dans l'intervalle $[2, 8]$ qui est la valeur du prix de l'entrée au musée A.).

Considérons d'abord le cas d'énoncés concernant un attribut mono-valué, ici le prix. Que peut-on dire de la vérité d'énoncés tels que "Le prix d'entrée du musée A est inférieur à 3€", "Le prix d'entrée du musée A est inférieur à 5€", "Le prix d'entrée du musée A est inférieur à 10€"? Considérons l'énoncé plus général e "Le prix d'entrée du musée A appartient au sous-ensemble E ". On peut alors distinguer les cas suivants (Dubois *et col.*, 2001), où E^c dénote le complément de E ,

- e est certainement vrai si $NI \subseteq E$
- e est plausiblement vrai si $GP \subseteq E$
- e peut être vrai si $GP \cap E \neq \emptyset$
- e pourrait être vrai si $NI \cap E \neq \emptyset$
- e pourrait être faux si $NI \cap E^c \neq \emptyset$
- e peut être faux si $GP \cap E^c \neq \emptyset$
- e est plausiblement faux si $GP \cap E = \emptyset$
- e est certainement faux si $NI \cap E = \emptyset$.

Ceci suppose bien sûr que de l'information positive soit effectivement disponible, c'est-à-dire que $GP \neq \emptyset$. Ainsi "Le prix d'entrée du musée A est inférieur à 3€" pourrait être vrai, "Le prix d'entrée du musée A est inférieur ou égal à 5€" est vraisemblable, "Le prix d'entrée du musée A est inférieur à 10€" est certainement vrai. Si nous considérons maintenant des énoncés e concernant un attribut multi-valué tel que *Heures d'ouverture* de la forme "Le musée est ouvert durant tout le laps de temps E ", on aura les situations suivantes

- e est certainement vrai si $E \subseteq GP$
- e peut être vrai si $E \cap NI$
- e peut être faux si $E \cap GP^c \neq \emptyset$
- e est certainement faux si $E \cap NI^c \neq \emptyset$

ce qui diffère complètement des conditions du cas mono-valué.

Toutes les conditions ci-dessus, qui s'expriment en termes d'intersections vides ou non-vides, ou d'inclusions, peuvent être facilement généralisées sous la forme de calcul de degrés, quand GP et NI sont des ensembles flous.

2.3 Logique bipolaire possibiliste

Il peut être intéressant de représenter les informations bipolaires incertaines dans un cadre logique généralisé. Ceci peut se faire dans le cadre de la logique possibiliste.

En effet, la logique possibiliste "standard" (Dubois *et col.*, 1994) permet de manipuler des formules de la forme (p, α) qui exprime sémantiquement que $N(p) \geq \alpha$, où N est une mesure de nécessité. Ceci exprime la non-impossibilité de p puisque $\neg p$ n'est possible au plus qu'au degré $1 - \alpha$, en vertu des définitions des mesures duales de possibilité π et de nécessité N , i.e. $N(p) = 1 - \pi(\neg p) \leq 1 - \alpha$. Cette condition s'exprime en terme de la distribution de possibilité qui permet de définir la mesure de possibilité π , c'est-à-dire

$$\pi(\neg p) = \max\{\pi^*(\omega) \text{ t.q. } \omega \models \neg p\} \leq 1 - \alpha.$$

L'application du principe informationnel qui attribue les plus grands degrés de possibilité compatibles avec l'information conduit à associer la formule (p, α) avec la distribution

$$\pi^*(p, \alpha)(\omega) = \max(\chi_p(\omega), 1 - \alpha), \quad (12)$$

où χ_p est la fonction caractéristique de l'ensemble des modèles de p . Plus généralement, une base de formules possibilistes $K = \{(p_i, \alpha_i), i = 1, n\}$ est représentée par une distribution de possibilité obtenue comme la combinaison *conjunctive* de distributions telles que (12), i.e.

$$\pi^*(\omega) = \min_{i=1, n} \pi^*(p_i, \alpha_i)(\omega) = \min_{i=1, n} \max(\chi_{p_i}(\omega), 1 - \alpha_i). \quad (13)$$

Notons que si $\alpha_i = 1$ pour tout $i = 1, n$, (13) redonne l'ensemble des modèles de la base propositionnelle classique $K' = \{p_i, i = 1, n\}$.

L'information positive incertaine s'exprime dans le cadre possibiliste par des formules de la forme $[p, \alpha]$ qui signifient que toutes les interprétations ω de p sont garanties possibles au degré α ce qui se traduit par une contrainte de la forme $\pi(p) \geq \alpha$ où π est une mesure de possibilité garantie définie par

$$\pi(p) = \min\{\pi_*(\square) \text{ t.q. } \square|_p\}.$$

Conformément au principe informationnel qui attribue les plus petits degrés de possibilité garantie compatibles avec l'information positive, la distribution suivante est associée avec la formule $[p, \square]$:

$$\pi_{*[p, \square]}(\square) = \min(\square|_p(\square), \square), \quad (14)$$

et plus généralement, la base $L = \{[p_j, \square_j], j = 1, m\}$ est associée avec la distribution

$$\pi_{*L}(\square) = \max_{j=1, m} \pi_{*[p_j, \square_j]}(\square) = \max_{j=1, m} \min(\square|_{p_j}(\square), \square_j), \quad (15)$$

obtenue par combinaison *disjonctive* de distributions de la forme (14). Quand $\square_j = 1$ pour tout $j = 1, m$, (15) coïncide avec l'ensemble des modèles de la disjonction $p_1 \dots p_j \dots p_m$.

Une paire de bases $K = \{[p_i, \square_i], i = 1, n\}$ et $L = \{[p_j, \square_j], j = 1, m\}$ correspondent donc sémantiquement à une paire de distribution (π_*, π^*) définies respectivement par (13) et (15). Raisonner à partir de K et de L correspond à des mécanismes d'inférence opposés, puisque si $p \square\square q$, on a $N(p) \geq \square \square N(q) \geq \square$, alors que $\square(q) \geq \square \square \square(p) \geq \square$. Voir (Benferhat *et col.*, 2002) pour une présentation détaillée de l'inférence possibiliste dans un cadre bipolaire, où l'information de type $N(p) \geq \square$ est régi par le principe de résolution

$$(\square a \square b, \square), (a \square c, \square) \square\square (b \square c, \min(\square, \square)),$$

qui étend l'inférence de la logique classique, tandis que l'information positive $D(p) \geq g$ suit la règle d'inférence "Inversée"

$$[\square a \square b, \square], [a \square c, \square] \square\square [b \square c, \min(\square, \square)].$$

3. REGLES SI-ALORS

Le raisonnement déductif à partir d'informations bipolaires pose des problèmes originaux, puisque le raisonnement doit rester en accord avec ce qu'exprime chaque type d'informations caractères non-impossible, ou caractère garanti possible, d'un ensemble d'interprétations. Considérons le cas important des règles si-alors.

Soit une famille de règles de la forme “ $\forall X \text{ est } A_i \text{ alors } Y \text{ est } B_i$ ” pour $i = 1, n$, indiquant que si la valeur de X est dans A_i alors celle de Y est dans B_i . Supposons que ces règles expriment plus précisément que les situations “ $(X, Y) \text{ est dans } (A_i, \text{ non } B_i)$ ” sont impossibles, elles pourront alors être représentées de manière disjonctive sous la forme *non* $A_i \text{ ou } B_i$.

Soit alors l’information “ $X \text{ est } A^\#$ ” indiquant que la valeur de X est dans le sous-ensemble $A^\#$. On peut alors conclure par combinaison et projection que $Y \text{ est dans } B^\#$, où

$$B^\# = A^\# \circ \bigcap_i (A_i \rightarrow B_i) \quad (16)$$

où

$B^\# = A^\# \circ R$ signifie que $B^\# = \{y \text{ t.q. } \exists x \in A^\# \text{ et } (x,y) \in R\}$, et

$\bigcap_i (A_i \rightarrow B_i) = \{(x,y) \text{ t.q. } \bigcap_i (x,y) \in (A_i \rightarrow (B_i)^c)\}$, $(B_i)^c$ étant le complémentaire de B_i .

On peut alors vérifier qu’on a bien $B^\# = B_i$ si $A^\# = A_i$.

Si on suppose maintenant que les règles si $X \text{ est } A_i \text{ alors } Y \text{ est } B_i$ expriment plutôt que les situations $(X, Y) \text{ est } (A_i, B_i)$ sont garanties possibles, alors les règles doivent être représentées de manière conjonctive sous la forme $A_i \text{ et } B_i$, et l’ensemble des règles sera représenté par la disjonction $\bigcap_i (A_i \rightarrow B_i)$.

Considérons à nouveau l’information $X \text{ est } A^\#$ exprimant toujours que toutes les valeurs dans $(A^\#)^c$ sont impossibles pour X . Alors les valeurs garanties possibles pour Y compte tenu de l’entrée imprécise “ $X \text{ est dans } A^\#$ ” sont maintenant définies par

$$B^\# = \{y \text{ t.q. } \exists x \in A^\# \text{ et } (x,y) \in \bigcap_i (A_i \rightarrow B_i)\}.$$

où $B^\#$ est l’ensemble des valeurs y qui sont liées à *toutes* les valeurs x dans $A^\#$, et qui sont donc garanties possibles pour Y , sachant seulement que la valeur de X se trouve dans $A^\#$. On peut vérifier qu’on a bien alors, en particulier, $B^\# = B_i$ si $A^\# = A_i$.

Exemple. Illustrons la situation sur un exemple. Soient les règles

R1 \square “ \square un employé est en catégorie 1 alors son salaire (en \square) est nécessairement dans l’intervalle [1000, 2000], et typiquement dans l’intervalle [1500, 1800]”,

R2 \square “ \square un employé est en catégorie 2 alors son salaire (en \square) est nécessairement dans l’intervalle [1500, 2500], et typiquement dans l’intervalle [1700, 2000]”.

Les valeurs “typiques” sont ici les valeurs garanties possibles. Considérons le cas d’une personne dont on sait seulement qu’elle est en catégorie 1 ou 2.

En employant le premier schéma $B^\# = A^\# \circ \square_i (A_i \square B_i)$, avec $A^\# = \{\text{cat.1, cat.2}\}$, $A_1 = \{\text{cat.1}\}$, $A_2 = \{\text{cat.2}\}$, $B_1 = [1000, 2000]$, $B_2 = [1500, 2500]$, on trouve $B^\# = B_1 \square B_2 = [1000, 2500]$, un intervalle qui contient nécessairement le salaire de cette personne.

Le second schéma permet de déterminer un ensemble de valeurs garanties possibles pour son salaire: $B^\# = \{y \text{ t.q. } \square x \square A^\# \text{ et } (x,y) \square \square_i (A_i \square B_i)\}$, avec $A^\# = \{\text{cat.1, cat.2}\}$, $A_1 = \{\text{cat.1}\}$, $A_2 = \{\text{cat.2}\}$, $B_1 = [1500, 1800]$, $B_2 = [1700, 2000]$, donne $B^\# = B_1 \square B_2 = [1700, 1800]$, qui sont les seules valeurs qui peuvent être garanties possible ici compte tenu de l’imprécision sur la catégorie de cette personne. Cette dernière conclusion peut par exemple aider à proposer un salaire pour une personne dans la catégorie est mal déterminée.

Les relations causales incomplètement connues fournissent un bon exemple de situation où une représentation bipolaire peut être utile. En effet, ces relations sont de la forme “ \square la panne X (seule) est présente, alors il est impossible que Y prenne telles valeurs, et telles autres valeurs sont garanties possibles. Admettons par exemple que la règle “ \square le patient a une angine, alors sa fièvre est entre 38.5°C et 40°C” soit médicalement exacte. Elle signifie que les températures en dehors de l’intervalle [38.5, 40] sont incompatibles avec une angine, et que de plus, toute température de cet intervalle est compatible avec une angine. Si la connaissance médicale sur l’angine était incomplète, on pourrait avoir un ensemble de valeurs de température qui soit un sous-ensemble strict de valeurs non-impossibles. Remarquons d’ailleurs (Besnard et Cordier, 1999) qu’une angine ne peut avec certitude expliquer l’observation, en l’occurrence très imprécise (!) d’une température entre 38 et 41, même si l’implication logique $X \square [38.5, 40] \square X \square [38, 41]$ est valide. Par contre, la règle ci-dessus permet d’expliquer l’observation d’une température dans un sous-intervalle de [38.5, 40] tel que [39, 39.5]. C’est-

à-dire que si “ Γ explique q ”, on n’a pas nécessairement “ Γ explique r ” quand “ Γ implique r ”, ce qui suggère que “ Γ explique q ” sous-entend que, “ Γ p est présent, alors q est garanti possible”.

Le cas général de règles et d’entrées floues (où $A^\#$, les A_i et les B_i sont des ensembles flous) est étudié dans (Dubois *et col.*, 2002).

4. RAISONNEMENT NON-MONOTONE ET “PARADOXES” DE L’IMPLICATION

La représentation d’énoncés conditionnels pouvant présenter des exceptions, est un autre problème où une représentation bipolaire peut s’avérer fructueuse. Il s’agit alors de raisonner à partir de règles ayant des exceptions potentielles, comme dans l’exemple bien connu, *les oiseaux volent, les manchots ne volent pas*, et de les appliquer à des situations particulières incomplètement décrites (*on sait qu’on a affaire à un oiseau, sans savoir si c’est un manchot ou non*), en évitant de tomber dans des situations d’incohérence.

Une règle *si A alors B*, ayant des exceptions potentielles peut être représentée, de manière bipolaire, d’une part par l’ensemble de ses exemples, les interprétations de $A \sqcap B$, et d’autre part par l’ensemble de ses contre-exemples, les interprétations de $A \sqcap B^c$ (ce qui équivaut à se donner l’ensemble de ses non-contre-exemples, les interprétations de $A^c \sqcap B$). C’est-à-dire que la règle est représentée par la paire

$$B | A = (A \sqcap B, A^c \sqcap B).$$

$B | A$ est appelé événement ou objet conditionnel (Dubois et Prade, 1994).

Une relation de conséquence sémantique naturelle peut être définie entre objets conditionnels. L’équivalence associée avait été proposée dès les années 30 (De Finetti, 1936). Une règle $B | A$ entraîne sémantiquement (\models) la règle $D | C$, si les exemples de la première sont des exemples de la seconde, et, si les contre-exemples de la seconde sont des contre-exemples de la première ; ce qui s’écrit

$$(B | A) \models (D | C) \text{ ssi } A \sqcap B \models C \sqcap D \text{ et } A^c \sqcap B \models C^c \sqcap D.$$

On peut facilement vérifier que ces deux dernières conditions impliquent pour des probabilités que $\text{Prob}(D | C) \geq \text{Prob}(B | A)$, ce qui

exprime la compatibilité de $|$ avec les probabilités (Goodman *et col.*, 1991).

De plus, des connecteurs logiques peuvent être définis entre objets conditionnels (voir e.g. (Dubois et Prade, 1994), pour une étude détaillée. Ainsi la conjonction de deux règles à exceptions est définie par

$$(B|A) \& (D|C) = ((A^c \sqcup B) \sqcap (C^c \sqcup D)) | (A \sqcap C),$$

ce qui exprime qu'un ensemble de règles n'est applicable que si au moins une règle l'est, et qu'alors nous disposons de la conjonction des implications matérielles correspondantes.

De manière duale (au sens de De Morgan par rapport à $\&$), la disjonction \forall des événements conditionnels est définie par

$$(B|A) \forall (D|C) = ((A \sqcap B) \sqcup (C \sqcap D)) | (A \sqcup C).$$

La notion d'objet conditionnel permet de résoudre certains "paradoxes" de l'implication matérielle $A \sqcap B = A^c \sqcap B$ (Hempel, 1965). Ainsi, on peut également distinguer entre les règles *si A alors B* et *si nonB alors nonA*. En effet, elles n'ont pas les mêmes exemples, alors que leurs représentations par implication matérielle sont identiques, car ces règles ont les mêmes contre-exemples. Ceci permettra de dire que l'observation d'un corbeau noir est une confirmation de la règle "Les corbeaux sont noirs", alors que l'observation d'un cygne blanc, qui confirme que "Les choses non-noires ne sont pas des corbeaux", ne confirmera pas la première règle, ce qui serait le cas, avec une représentation où $A \sqcap B \equiv B^c \sqcap A^c$.

Considérons maintenant un autre "paradoxe" représentationnel de l'implication matérielle, qui satisfait l'équivalence

$$(A \sqcap C) \sqcap B \equiv (A \sqcap B) \sqcup (C \sqcap B).$$

Cette équivalence peut troubler l'intuition et sembler étrange si on considère que $A \sqcap B$ modélise la règle *si A alors B*. En effet, cela suggère l'équivalence de *si A et C alors B* avec *si A alors B ou si C alors B*. En particulier, cette égalité paraît contre-intuitive si $A \sqcap C = \emptyset$ puisque $(A \sqcap C) \sqcap B$ est alors une tautologie. Il est difficile d'admettre que la phrase disjonctive "si la voiture coûte entre 5000 et 6000 €, je l'achète" ou "si elle coûte entre 6000 et 7000 €, je l'achète" soit tautologique. Le paradoxe vient aussi de la difficulté de distinguer des informations conditionnelles reliées par des "et" ou des "ou". Par exemple, il semble qu'on puisse

indifféremment dire “si je vais à Collioure, je me baignerai et si je vais à Biarritz je me baignerai” et “si je vais à Collioure, je me baignerai ou si je vais à Biarritz je me baignerai”. On peut par contre vérifier que

$$(B | A) \vee (B | C) = B | (A \sqcup C) = (B | A) \& (B | C)$$

où \vee dénote la disjonction des événements conditionnels, duale de la conjonction $\&$. La première égalité exprime que *si A alors B ou si C alors B* équivaut à *si A ou C alors B*, tandis que la seconde montre que cette représentation correspond mieux à l’intuition et à l’usage linguistique des phrases de type “si alors”, qui refuse de distinguer entre conjonction et disjonction d’informations conditionnelles de même conclusion.

Par ailleurs, ce modèle de règle permet effectivement de formaliser le raisonnement non-monotone. En effet, observons qu’alors que $A \sqcup B$ implique $(A \sqcup C) \sqcup B$ en logique classique, la règle *si A et C alors B* généralement moins d’exemples que la règle *si A alors B*, si bien que

$$B | A \text{ n'entraîne pas sémantiquement } B | (A \sqcup C).$$

Cette non-monotonie est clairement due à l’usage simultané des informations négatives et positives implicites dans la règle.

Aussi n’y aura-t-il pas d’incohérence à avoir éventuellement à la fois dans la base, les règles $B | A$ et $B^c | (A \sqcup C)$. Ainsi, on pourra avoir par exemple *vole | oiseau*, et *□vole | oiseau □ manchot* sans inconvénient. De fait, il a été établi qu’une relation de conséquence non-monotone satisfaisant les postulats du système dit d’inférence préférentielle de Kraus, Lehmann et Magidor (1990) pouvait être représentée en termes d’évènements conditionnels (Dubois et Prade, 1994).

5. CONCLUSION

Cet article a proposé une introduction à la notion d’informations bipolaires, en montrant l’intérêt. Les représentations présentées, que cela soit en termes de sous-ensembles, de distributions de possibilité, ou de logique pondérée, séparent toujours informations positives et négatives, tout en imposant une condition de cohérence entre les deux types d’information. D’autres cadres logiques ou de modélisation de l’incertitude permettent de développer des représentations bipolaires, comme les

logiques modales (Dubois *et col.*, 2000), ou les fonctions de croyance de Shafer (1976) (la fonction de "commonalité" jouant alors le rôle de la fonction de possibilité garantie" voir Dubois *et col.*, 2001). Le cadre possibiliste bipolaire a été étendu aux mesures conditionnelles et aux représentations graphiques (S. Benferhat *et col.*, 2002b). Ce cadre a été aussi appliqué à la fusion d'informations (S. Benferhat *et col.*, 2002a), où se pose le problème du maintien de la cohérence entre les deux composantes de l'information. Il permet aussi de distinguer, pour des requêtes flexibles, entre contraintes (plus ou moins modulables ou impératives) d'une part, et souhaits optionnels d'autre part, dont seule la prise en compte quand elle est possible une fois les contraintes plus ou moins satisfaites, peut conduire à des réponses véritablement satisfaisantes, et pas seulement acceptables (Dubois *et Prade*, 2002).

La notion de bipolarité pourrait aussi avoir de l'intérêt dans la formalisation du raisonnement argumentatif, où on distingue entre le pour et le contre, entre les arguments en faveur d'une conclusion et les arguments qui la contredisent. Une approche bipolaire tendrait à faire jouer un rôle symétrique aux notions d'attaque et de défense entre groupes d'arguments.

REFERENCES

- [1] S. Benferhat, D. Dubois, S. Kaci, H. Prade (2002a) Bipolar representation and fusion of preferences in the possibilistic logic framework. *Proc. of the 8th Inter. Conf. on Principles of Knowledge Representation and Reasoning*, April 22-25, Toulouse, Morgan Kaufmann, 421-432.
- [2] S. Benferhat, D. Dubois, S. Kaci, H. Prade (2002b) Bipolar possibilistic representations. *Proc. of the 18th. Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence (UAI 2002)*, Edmonton, Canada., Aug. 1-4, 2002 Morgan Kaufmann Publ., San Francisco, 45-52.
- [3] P. Besnard, M. O. Cordier (1999) Explications causales. *Journées Nationales sur la Modélisation du Raisonnement (JNMR-1999)*, Paris, 22-23 mars 1999, <http://www.irit.fr/GDRI3-ModRais/articlesJNMR.html>.
- [4] P. Bosc, L. Cholvy, D. Dubois, N. Mouaddib, O. Pivert, H. Prade, G. Raschia, M.-C. Rousset, Les informations incomplètes dans les bases de données et en intelligence artificielle. In: *Information-Interaction-Intelligence Actes des 2e assises nationales du GDR I3*, Nancy. Cépadués-Éditions, Toulouse, p. 1-30, décembre 2002.

- [5] J. T. Cacioppo, C. G. Bernston (1999) The affect system□ Architecture and operating characteristics. *Current Directions in Psychological Science*, 8(5), 133-137.
- [6] J. T. Cacioppo, W. L. Gardner, C. G. Bernston (1997) Beyond bipolar conceptualizations and measures□ The case of attitudes and evaluative space. *Personality and Social Psychology Review*, 1(1), 3-25.
- [7] B. De Finetti (1936) La logique des probabilités. *Congrès International de Philosophie Scientifique*, volume IV, Paris, France, 1-9.
- [8] D. Dubois, P. Hajek, H. Prade (2000) Knowledge-driven versus data-driven logics. *J. of Logic, Language, and Information*, 9, 65-89.
- [9] D. Dubois, J. Lang, H. Prade (1994) Possibilistic logic. In: *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, Vol. 3, (D.M. Gabbay, Hogger, J.A. Robinson, et D. Nute, Eds.), Oxford University Press, 439-513.
- [10] D. Dubois, H. Prade (1994) Conditional objects as non-monotonic consequence relationships. *IEEE Trans. on Syst., Man & Cybern.*, 24, 1724-1740.
- [11] D. Dubois, H. Prade (2002) Bipolarity in flexible querying. In *Flexible Query Answering Systems, 5th International Conference, (FQAS'02)*, Copenhagen, Dk., 27-29 Octobre 2002, LNAI 2522, Springer Verlag, Berlin, 174-182. Version française□ Bipolarité dans un processus d'interrogation flexible. *Actes Rencontres Francophones sur la Logique Floue et ses Applications*, Montpellier, 21 - 22 octobre 2002, Cépadués Editions, Toulouse, 127-134.
- [12] D. Dubois, H. Prade, Ph. Smets (2001) Not impossible vs. guaranteed possible in fusion and revision. In□ *Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty*, Proc. 6th. ESCQARU, Sept. 19-21, Toulouse, Springer-Verlag, LNAI 2143, 522-53
- [13] D. Dubois, H. Prade, L. Ughetto (2002) A new perspective on reasoning with fuzzy rules. *Proc. AFSS Int. Conf. Fuzzy Syst., Advan. in Soft Computing*, Calcutta, N. Pal, M. Sugeno, eds., Springer, LNAI 2275, 1-11
- [14] I. R. Goodman, H. T. Nguyen, E. A. Walker (1991) *Conditional Inference and Logic for Intelligent Systems□ a Theory of Measure-Free Conditioning*. North-Holland, Amsterdam.
- [15] M. Grabisch, C. Labreuche (2000) The Sipos integral for the aggregation of interacting bipolar criteria. *Proc. 8th Internat. Conf. on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-based Systems (IPMU'00)*, Madrid, 395-409.
- [16] C. G. Hempel (1965) Studies in the logic of confirmation. In *Aspects of Scientific Explanation and Other Essays in the Philosophy of Science*, 3-46.
- [17] S. Kraus, D. Lehmann, M. Magidor (1990) Nonmonotonic reasoning, preferential models and cumulative logics. *Artif. Intellig.*, 44, 167-207.

- [18] A. S. Narin'yani (1980) Sub-definite set. New data-type for knowledge representation (en russe avec résumé en anglais), Memo n°4-232, Computing Center, Novosibirsk, URSS.
- [19] G. Shafer (1976) *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton University Press.