



**HAL**  
open science

## Filets d'eau ruisselant le long d'un cylindre soumis au vent : interaction avec le sillage

Cécile Lemaitre, Emmanuel de Langre, Pascal Hémon

### ► To cite this version:

Cécile Lemaitre, Emmanuel de Langre, Pascal Hémon. Filets d'eau ruisselant le long d'un cylindre soumis au vent : interaction avec le sillage. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03365678

**HAL Id: hal-03365678**

**<https://hal.science/hal-03365678v1>**

Submitted on 5 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Filets d'eau ruisselant le long d'un cylindre soumis au vent : interaction avec le sillage

Cécile Lemaitre<sup>1</sup>, Emmanuel de Langre<sup>2</sup> & Pascal Hémon<sup>2</sup>

<sup>1</sup> LEMTA, CNRS-INPL-UHP  
2 av. Forêt de Haye -BP 160,54504 Vandoeuvre Cedex, France  
cecile.lemaitre@ensem.inpl-nancy.fr

<sup>2</sup> LadHyX, CNRS-Ecole Polytechnique  
91128 Palaiseau, France

### Résumé :

Lorsque de l'eau ruisselle autour d'un cylindre dans un écoulement d'air, deux filets d'eau se forment le long du cylindre au voisinage des points de décollement. Dans cet article, nous étudions l'interaction entre ces filets et le sillage. Nous montrons expérimentalement que, pour certaines vitesses de vent, les filets vibrent à une fréquence proche de la fréquence de détachement tourbillonnaire. Nous supposons que ces vibrations résultent d'ondes capillaires stationnaires sur la surface libre des filets. La fréquence propre du mode capillaire fondamental est estimée par une analyse énergétique. Nous élaborons ensuite un modèle d'interaction entre les filets et le sillage qui prévoit un accrochage entre ces deux degrés de liberté pour un intervalle de vitesse de vent et une amplification simultanée de la force transverse fluctuante s'exerçant sur le cylindre. Ces résultats permettent d'expliquer les expériences conduites récemment par Alam & Zhou (2006).

### Abstract :

When water flows around a cylinder in an air stream, two water rivulets form near the separation points. In this paper, the interaction between these rivulets and the wake is studied. It is first shown experimentally that the rivulets vibrate under certain wind speed at a frequency close to the vortex shedding frequency. These vibrations are assumed to result from capillary standing waves at the free surface of the rivulets. The eigenfrequency of the fundamental mode is evaluated with an energy analysis. We then derive a model for the interaction between the dynamics of the rivulets and that of the wake. The model predicts lock-in between these two degrees of freedom for a limited windspeed interval and a simultaneous amplification of the fluctuating transverse force acting on the cylinder. These results explain the recent experiments of Alam & Zhou (2006).

### Mots clefs : filet ; cylindre ; accrochage

## 1 Introduction

Lorsqu'un film d'eau ruisselle autour d'un cylindre soumis au vent, deux filets d'eau se forment près des points de décollement, si la vitesse du vent est suffisamment élevée, Wang *et al.* (2005) et Lemaitre (2006). Dans cet article, nous présentons un modèle d'interaction entre les filets et l'écoulement d'air qui les a engendrés. Dans un premier temps, la dynamique vibratoire des filets est étudiée, section 2. Puis, nous présentons dans la section 3 un nouveau modèle qui couple le sillage oscillant lié au détachement tourbillonnaire avec un mode de vibration des filets associé à la tension de surface eau-air. Les résultats sont comparés aux expériences d'Alam & Zhou (2006), section 4.

## 2 Vibration des filets

### 2.1 Expérience montrant la vibration des filets pour certaines vitesses de vent

Pour connaître le comportement des filets en fonction de la vitesse du vent, une nouvelle expérience est réalisée, fig. 1(a). Un cylindre fixe et rigide, de diamètre  $D = 2\text{cm}$ , est suspendu dans une soufflerie. Le cylindre est incliné par rapport à l'horizontale d'un angle  $\alpha = 83^\circ$ . Un film d'eau ruisselle autour du cylindre. En présence de vent, deux filets d'eau se forment le long du cylindre, symétriquement par rapport à la direction du vent. Plusieurs vitesses de vent sont testées pour des valeurs proches de  $U = 5\text{ m/s}$ .

Un des deux filets est filmé à l'aide d'une caméra rapide et nous étudions l'évolution en temps du niveau de gris du signal lumineux en un point du filet. La norme de la transformée de Fourier du signal, calculée avec Matlab, met en évidence les fréquences prépondérantes.

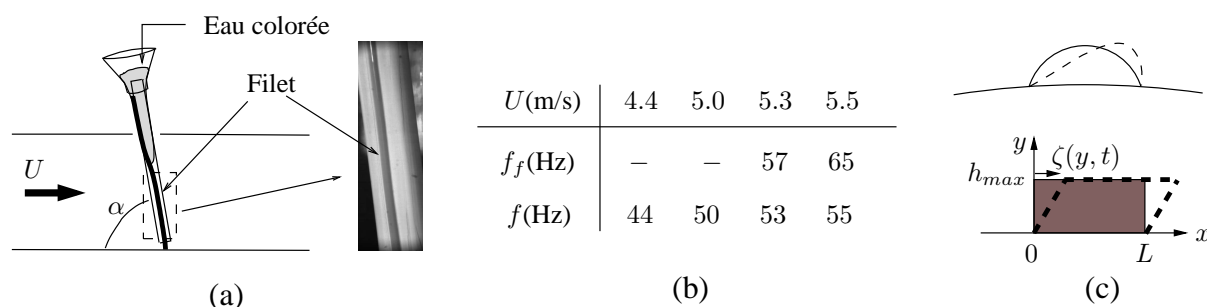


FIG. 1 – (a) Dispositif expérimental pour la détection de la vibration des filets d'eau sous l'effet du vent. (b) Fréquence de vibration des filets,  $f_f$ , et fréquence de détachement tourbillonnaire,  $f = StU_N/D$ , pour différentes vitesses de vent normales  $U_N = U \sin \alpha$ . (c) La déformation d'un filet a lieu sans déplacement des lignes triples. Chaque filet est modélisé par un rectangle.

En dessous de  $U = 5.3\text{ m/s}$ , aucune fréquence ne se distingue. Au delà, le filet vibre à la fréquence  $f_f$ , qui croît avec  $U$ , fig. 1(b). Pour chaque vitesse, la fréquence de détachement tourbillonnaire est calculée avec la loi de Strouhal  $f = StU_N/D$ , où l'on utilise la vitesse de vent projetée dans une section de cylindre,  $U_N = U \sin \alpha$ , Ramberg (1983). Le nombre de Strouhal vaut  $St \approx 0.2$  pour le nombre de Reynolds  $Re = U_N D/\nu \approx 10^4$ , Norberg (1994). La vibration des filets a lieu à une fréquence proche de la fréquence de détachement tourbillonnaire,  $f_f \approx f$ , fig. 1(b).

Ces résultats donnent à penser que les filets possèdent des fréquences propres qui sont excitées par le détachement tourbillonnaire. Nous supposons que ces fréquences propres sont associées à des ondes capillaires apparaissant à la surface libre des filets. La tension de surface eau-air agit comme une force de rappel qui s'oppose à la déformation du filet. Une onde stationnaire peut apparaître si la surface libre est de dimensions finies, Landau & Lifchitz (1989) : des modes de vibration capillaire.

### 2.2 Modes de vibration capillaire

Considérons un filet oscillant suivant son mode fondamental de vibration capillaire. Lors de la déformation, les lignes triples sont supposées immobiles, fig. 1(c). Pour évaluer la fréquence propre de ce mode, nous utilisons la méthode de Rayleigh, den Hartog (1985). La section du filet est représentée de manière simplifiée par un rectangle qui se déforme en parallélogramme

lors de la vibration, fig. 1(c). Le déplacement  $\zeta$  d'un point de la section dépend alors de sa distance à la paroi  $y$ , et du temps  $t$ ,

$$\zeta(y, t) = d(t) \frac{y}{h_{max}} \mathbf{e}_x, \quad (1)$$

où  $d(t)$  est une fonction sinusoïdale de faible amplitude et  $y/h_{max}$  est la déformée modale du filet. Nous évaluons l'énergie potentielle par unité de longueur de filet,  $E_p$ , associée à une petite déformation  $\zeta(y, t)$ , éq. (2). Celle-ci est égale à l'énergie nécessaire pour faire varier le périmètre  $\ell$  de la section, de Gennes *et al.* (2002). L'énergie cinétique par unité de longueur  $E_c$  est calculée en intégrant sur la hauteur  $y$ ,

$$E_p = \gamma \Delta \ell \approx \gamma \frac{d^2}{h_{max}}, \quad E_c = \frac{1}{2} \int \dot{\zeta}^2 dm = \frac{\rho h_{max} L}{6} \dot{d}^2. \quad (2)$$

où  $\gamma$  est la tension de surface eau-air ;  $\dot{\zeta}$  est la vitesse d'une particule fluide du filet et  $dm = \rho L dy$  sa masse,  $\rho$  étant la masse volumique du liquide et  $L$  la largeur du filet à la paroi. On en déduit une expression de la raideur modale  $K$ , de la masse modale  $M$  et de la fréquence propre fondamentale  $f_0$ ,

$$K = \frac{2\gamma}{h_{max}}, \quad M = \frac{\rho h_{max} L}{3}, \quad f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{6\gamma}{\rho h_{max}^2 L}}. \quad (3)$$

Lors de l'expérience présentée dans la section 2.1, la largeur des filet est de  $L = 3$  mm et l'épaisseur maximale de  $h_{max} = 1$  mm. La fréquence propre peut alors être estimée à  $f_0 \approx 61$  Hz qui est tout à fait cohérent avec les fréquences de vibration mesurées.

### 3 Modelisation de l'interaction entre les filets et le sillage

#### 3.1 Equations d'évolution des filets et du sillage

**Equation des filets :** Nous supposons maintenant que les sollicitations extérieures sur les filet excitent principalement le premier mode de ballonnement capillaire. Le déplacement angulaire du maximum d'un filet est noté  $\phi(t)$ , fig. 2(c). L'évolution de  $\phi$  est décrite par une équation d'oscillateur amorti de masse  $M$ , éq. (3), de raideur  $K = 4\pi^2 M f_0^2$ , et d'amortissement  $r$  dû à la viscosité à l'intérieur du filet ou à la friction de l'air,

$$M\ddot{\phi} + r\dot{\phi} + 4\pi^2 M f_0^2 \phi = 0. \quad (4)$$

Le temps est adimensionné par la pulsation propre  $\omega_0 = 2\pi f_0$  de l'oscillateur filet pour obtenir,

$$\ddot{\phi} + \lambda \dot{\phi} + \phi = 0, \quad \lambda = 3r / (2\pi \rho h_{max} L f_0). \quad (5)$$

**Equation du sillage :** Le détachement tourbillonnaire dans le sillage du cylindre est un phénomène périodique. En conséquence, la force qu'exerce l'écoulement sur le cylindre fluctue avec la même période. On décrit classiquement la dynamique du sillage oscillant par l'équation de van der Pol, Bishop & Hassan (1964),

$$\ddot{q} + \varepsilon \Omega_{St} (q^2 - 1) \dot{q} + \Omega_{St}^2 q = 0, \quad q(t) = \frac{2C_y(t)}{C_{y0}}, \quad (6)$$

où  $q$  décrit une grandeur du sillage,  $\Omega_{St} = 2\pi St U_N / D$  est la pulsation du sillage et  $\varepsilon$  est un coefficient de non-linéarité. Comme Hartlen & Currie (1970),  $q$  désigne dans la suite le coefficient de force transverse instationnaire  $C_y(t) = F_y / (\frac{1}{2} \rho_g U_N^2 D)$ ,  $\rho_g$  étant la masse volumique de l'air, fig. 2(a), ramené à l'amplitude du coefficient qui s'exercerait sur le cylindre, fixe et rigide, dépourvu de filets,  $C_{y0}$ .

### 3.2 Couplage des deux degrés de liberté

Du fait du détachement tourbillonnaire, les grandeurs de l'écoulement d'air varient périodiquement. Nous pouvons représenter ceci par une rotation périodique des champs de pression et de friction autour du cylindre. Dans ce scénario, la direction de la force de traînée oscille à la fréquence de détachement tourbillonnaire avec une faible amplitude  $\Theta(t) \ll 1$ , fig. 2(a). Du fait de cette rotation, une force transverse apparaît dont l'amplitude adimensionnée,  $C_y$ , s'exprime en fonction du coefficient de traînée moyen  $C_D$ , fig. 2(b),  $C_y \approx -C_D \Theta$ , d'où

$$\Theta = -\frac{C_{y0}q}{2C_D}. \quad (7)$$

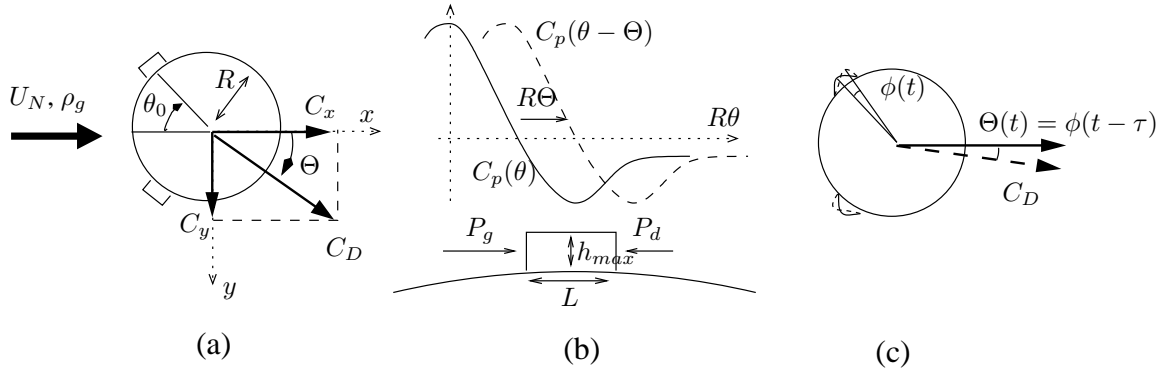


FIG. 2 – (a) Le sillage oscillant est représenté par une rotation périodique,  $\Theta(t)$ , du sillage moyen. (b) Lorsque le champ de pression moyen tourne, le filet est soumis à une force  $F = (P_g - P_d) h_{max}$ . (c) Un déplacement du maximum des filets d'un angle  $\phi(t)$  est supposé induire une rotation du sillage  $\Theta(t) = \phi(t - \tau)$ , avec un retard  $\tau$ .

**Action du sillage sur les filets :** Les filets sont situés au voisinage des points de décollement. Nous les supposons centrés en  $\pm\theta_0$ , lieux des minima du coefficient de pression,  $C_p(\theta) = P(\theta)/(\frac{1}{2}\rho_g U_N^2)$ , fig. 2(a) et (b), et s'étalant de part et d'autre de ces points sur une largeur de  $L$ . Si le champ de pression effectue une rotation  $\Theta$ , chaque filet va être soumis à une surpression d'un côté et à une dépression de l'autre, fig. 2. La force qui en résulte s'écrit

$$F = (P_g - P_d) h_{max} \approx -\frac{1}{2}\rho_g U_N^2 h_{max} \Theta (\partial_\theta C_p|_g - \partial_\theta C_p|_d). \quad (8)$$

Après adimensionnement de la force et utilisation de (7), un terme de forçage apparaît dans l'équation du filet (5) qui est proportionnel à la force transverse instationnaire  $q$ .

**Action des filets sur le sillage :** Les filets sont des protubérances qui peuvent forcer le décollement de la couche limite. Lorsque le maximum des filets se déplace d'un angle  $\phi$ , nous supposons que le champ de pression se déplace d'autant. Cependant le sillage ne réagit pas instantanément et nécessite un temps  $\tau$  pour se réorganiser,  $\Theta(t) = \phi(t - \tau)$ . En utilisant l'équation (7), on obtient un terme de rétroaction dans l'équation du sillage (6) : un déplacement des filets induit un surcroît de force transverse. Le système différentiel couplé s'écrit alors

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} + \lambda\dot{\phi} + \phi &= -B\Omega^2 q, & B &= \frac{3}{4\pi^2} \frac{\mathcal{M}}{St^2} \frac{C_{y0}}{C_D} \frac{R}{L} (\partial_\theta C_p|_d - \partial_\theta C_p|_g) \\ \ddot{q} + \varepsilon\Omega(q^2 - 1)\dot{q} + \Omega^2 q &= -A\Omega^2 \phi(t - \tau), & A &= \frac{2C_D}{C_{y0}} \end{aligned} \quad (9)$$

où l'on a fait apparaître la pulsation réduite  $\Omega = StU_N(f_0D)$ , de Langre (2006), et le rapport des masses volumiques de l'air et de l'eau,  $\mathcal{M} = \rho_g/\rho$ .

### 3.3 Valeur des coefficients du système différentiel couplé

Les paramètres du système (9) sont évalués dans le cadre des expériences d'Alam & Zhou (2006) qui ont étudié l'effet des filets sur le sillage : le rayon du cylindre vaut  $R \approx 1$  cm et les dimensions des filets  $L = 5$  mm et  $h_{max} = 2$  mm. Ceci conduit à la fréquence propre  $f_0 \approx 30$  Hz, éq. (3). Pour la largeur angulaire des filets d'Alam,  $L/R = 29^\circ$ , la dérivée du coefficient de pression moyen de part et d'autre d'un filet est de  $\partial_\theta C_p|_d = -\partial_\theta C_p|_g = 3.5$ , d'après Achenbach (1968) ( $Re = 10^5$ ). L'amplitude du coefficient de force transverse fluctuante agissant sur un cylindre immobile plongé dans un écoulement d'air est typiquement de  $C_{y0} = 0.5$ , Blevins (1991) et le coefficient de traînée  $C_D \approx 1$ , Fage & Warsap (1930). Les coefficients de couplage sont alors égaux à  $B = 1.6 \cdot 10^{-2}$  et  $A = 4.0$ .

Le coefficient d'amortissement d'un filet est choisi arbitrairement,  $\lambda = 0.1$ . Dans le cas de vibrations de cylindres induites par détachement tourbillonnaire, Facchinetti *et al.* (2004) a évalué le coefficient de non linéarité de l'oscillateur de van der Pol à  $\varepsilon = 0.3$ , valeur que nous adoptons.

Pour estimer le temps de réaction du sillage  $\tau$ , la réponse d'un écoulement d'air autour d'un cylindre oscillant périodiquement autour de son axe a été étudiée. Un calcul numérique bidimensionnel (code de calcul décrit par Hémon & Santi, 2002) résolvant les équation de Navier-Stokes en écoulement laminaire incompressible et instationnaire conduit à la valeur  $\tau \approx 1.36\pi/\Omega$ .

## 4 Résolution du système couplé et comparaison avec les expériences

Nous nous intéressons à des vitesses de vent correspondant à  $0.5 < \Omega < 3$ . Pour chaque valeur de  $\Omega$ , le système (9) est résolu numériquement par utilisation de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4, Rao (1995). Les paramètres du système valent  $A = 4$ ,  $B = 1.6 \cdot 10^{-2}$  et  $\tau = 1.36\pi/\Omega$ .

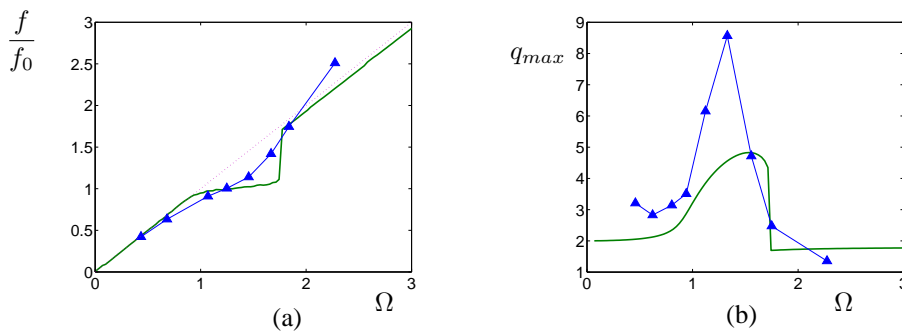


FIG. 3 – Comparaison entre les résultats du modèle, (—), et les expériences d'Alam & Zhou (2006), (▲). (a) Fréquence de détachement tourbillonnaire. (b) Amplitude de la force transverse instationnaire adimensionnelle.

Lorsque l'on augmente la vitesse du vent adimensionnée  $\Omega$  à partir d'une valeur faible, la fréquence de détachement tourbillonnaire  $f$  augmente proportionnellement à  $\Omega$  suivant la loi de Strouhal. Si on augmente suffisamment la vitesse,  $f$  approche de la fréquence propre des filets,  $f_0$  et 's'accroche' à elle pour un intervalle de vitesse  $\Delta\Omega$ . Cet accrochage en fréquence est concomitant d'une forte amplification de la force transverse renormalisée  $q$ . Ces résultats

concordent avec les observations d'Alam & Zhou (2006) qui ont étudié expérimentalement l'effet des filets d'eau sur le sillage.

Une comparaison avec leurs mesures de force transverse fluctuante et de fréquence de détachement tourbillonnaire en présence de filets est présentée sur la figure 3. Les résultats théoriques et expérimentaux sont centrés autour des mêmes valeurs en abscisse et en ordonnée, ce qui signifie que la fréquence propre calculée avec la méthode de Rayleigh est très réaliste. La largeur d'accrochage  $\Delta\Omega$  théorique est de plus très proche de la largeur expérimentale. Les résultats du modèle sont donc en bon accord avec les résultats expérimentaux d'Alam, même si la valeur maximale du coefficient de force est sous-estimée. Les observations d'Alam s'expliquent donc par un accrochage filets-sillage.

## 5 Conclusion

Nous avons présenté un nouveau modèle de couplage entre des filets ruisselant le long d'un cylindre et un écoulement d'air environnant qui permet d'expliquer les observations d'Alam & Zhou (2006). Pour un intervalle limité de vitesse de vent, pour lequel la fréquence de détachement tourbillonnaire est proche d'une fréquence propre des filets, un accrochage se produit entre le mode de vibration capillaire fondamental des filets et le mode de détachement tourbillonnaire. Cet accrochage induit une forte amplification de la force transverse fluctuante appliquée au cylindre.

## Références

- Achenbach, E. 1968 Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in a cross-flow up to  $Re = 5 \times 10^6$ . *Journal of Fluid Mechanics* **34**(4) 625-639.
- Alam, M.Md. and Zhou, Y. 2006 Fluid dynamics around an inclined cylinder with water running. *Submitted to the Journal of Fluid Mechanics (private communication)*
- Bishop, R., Hassan, A. 1964 The lift and drag forces on a circular cylinder oscillating in a flowing fluid. *In Proceedings of the Royal Society of London* **277** 51-75.
- Blevins, R.D. 1991 *Flow-Induced Vibration* Van Nostrand Reinhold, New York.
- Facchinetti, M. L., de Langre, E., Biolley, F. 2004 Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations. *Journal of Fluids and Structures* **19**(2) 123-140.
- Fage, A., Warsap, J.E. 1930 The effects of turbulence and surface roughness on the drag of circular cylinder. *British Aeronautical Research Council, Reports & Memoranda* **No1283**.
- De Gennes, G., Brochard-Wyart, F., Quéré, D. 2002 *Gouttes, bulles, perles et ondes* Belin.
- Hartlen, R., Currie, I. 1970 Lift-oscillator model of vortex-induced vibration. *Journal of the Engineering Mechanics Division* **69**(EM5) 577-591.
- den Hartog, J.P. 1985 *Mechanical Vibrations* Dover Publications, Inc. New-York.
- Hémon, P., Santi, F. 2002 On the aeroelastic behaviour of rectangular cylinders in cross-flow. *Journal of Fluids and Structures* **16**(7) 855-889.
- Landau, L., Lifchitz, E. 2006 *Mécanique des Fluides* Hayka, Russie.
- de Langre, E. 2006 Frequency lock-in is caused by coupled-mode flutter. *Journal of Fluids and Structures* **22**(6-7) 783-791.
- Lemaitre, C. 2006 *Dynamique d'un film d'eau de pluie sur un hauban de pont soumis au vent* Thèse, École Polytechnique.
- Norberg, C. 1994 An experimental investigation of the flow around a circular cylinder : influence of aspect ratio. *Journal of Fluid Mechanics* **258** 287-316.
- Ramberg, S.E. 1983 The effects of yaw and finite length upon the vortex wakes of stationary and vibrating circular cylinders *Journal of Fluid Mechanics* **128** 81-107.
- Rao, S.S. 1995 *Mechanical Vibrations* Addison-Wesley Publishing Company.
- Wang, Z.J., Zhou, Y., Huang, J.F., Xu, Y.L. 2005 Fluid dynamics around an inclined cylinder with running water rivulets. *Journal of Fluids and Structures* **21**(1) 49-64.