



HAL
open science

Identification du comportement élastique orthotrope par la méthode de l'erreur en relation de comportement

Tarek Merzouki, H. Chalal, Fodil Meraghni

► To cite this version:

Tarek Merzouki, H. Chalal, Fodil Meraghni. Identification du comportement élastique orthotrope par la méthode de l'erreur en relation de comportement. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. <hal-03365604>

HAL Id: hal-03365604

<https://hal.science/hal-03365604v1>

Submitted on 5 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Comparaison de configurations d'essais hétérogènes en vue d'améliorer l'identifiabilité du comportement élastique orthotrope par l'erreur en relation de comportement

T. MERZOUKI, H. CHALAL AND F. MERAGHNI

Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux LPMM UMR-CNRS 7554
École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, ENSAM Metz 4 Rue Augustin Fresnel F-57078 Metz
Tarek.MERZOUKI@metz.ensam.fr

Résumé :

Le présent article présente une comparaison de quatre configurations d'essais hétérogènes en vue d'optimiser l'identifiabilité de paramètres de comportement d'un matériau orthotrope élastique. La technique d'identification est basée sur la minimisation d'une norme énergétique formulée sur la base de l'erreur en relation de comportement. La norme est construite sur la base de principes variationnels. Elle exploite les champs de déformations mesurés au moyen d'une technique de mesure de champs cinématique et les déformations calculées par le code d'élément finis Abaqus. Le problème de minimisation est résolu itérativement par un algorithme régularisé : Levenberg-Marquardt. Une analyse de sensibilité aux bruits de mesure est réalisée afin d'illustrer la robustesse et la stabilité numérique. Deux types de bruit simulant les erreurs de mesures, ont été testés : aléatoire et systématique. Il ressort de cette étude que la configuration avec la plaque trouée donne le meilleur résultat d'identification.

Abstract:

This article presents a comparison of four configurations of heterogeneous tests in order to optimize the identifiability of parameters of behavior of an elastic orthotropic material. The technique of identification is based on the minimization of an energy standard formulated on the basis of error in relation of behavior. The standard is built on the basis of variational principle. It exploits the fields of deformations measured by means of a kinematic measurement technique of fields and the deformations calculated by the code of finite element Abaqus. The problem of minimization is solved repeatedly by a regularized algorithm: Levenberg-Marquardt. An analysis of sensitivity to the noises of measurement is carried out in order to illustrate the robustness and numerical stability. Two types of noise simulating the errors of measurement, were tested: random and systematic. It comes out from this study that the configuration with the perforated plate gives the best result of identification.

Mots clefs : Identification, erreur en relation de comportement, essais hétérogènes.

1 Introduction

Actuellement, l'identification des paramètres constitutifs de matériaux à partir d'un nombre réduit d'essais mécaniques et exploitant les mesures de champs cinématiques ou thermiques constitue un courant de recherche fort. Les techniques d'identification développées exploitent la richesse des mesures de champs sur des essais qui sont généralement analysés à partir de modèle analytique. (Chalal, 2005) (Meuwissen et al., 1998) (Gavrus et al., 1999) (Forestier, 2003). Dans le cadre du présent travail, l'identification des paramètres du comportement orthotrope est conduite selon une technique inverse fondée sur une approche variationnelle. Celle-ci est basée sur la minimisation d'une norme énergétique formulée par l'erreur en relation de comportement (Bonnet et al., 2003). (Constantinescu, 1995). Cette erreur est traduite en fonction de l'écart entre les déformations théoriques et les champs de déformations expérimentales obtenues par une technique de mesure de champs cinématique. L'identification des paramètres du comportement est effectuée par la minimisation de ce problème inverse. L'utilisation de cette méthode de résolution nécessite le calcul de la matrice de sensibilité

$(\frac{\partial x_i}{\partial p_j})$ des variables mesurées (x_i) aux paramètres de la loi de comportement (p_j). Dans la

littérature, il existe plusieurs méthodes de construction de cet opérateur de sensibilité. (Gavrus et al., 1999) utilisent des méthodes analytiques directes tandis que (Tortorelli et al., 1994) le font par la méthode adjointe. (Forestier et al., 2003) proposent une technique mixte basée sur les méthodes semi-analytique utilisant conjointement la méthode des différences finies pour la différentiation numérique et un calcul analytique. Dans le présent travail, le choix s'est porté sur la méthode semi analytique combinant les avantages de la méthode analytique directe et la méthode des différences finies pour le calcul du gradient et construire ainsi la matrice de sensibilité. La dérivation numérique a été faite par la méthode de différences finies. Cette méthode tout en étant relativement stable, permet au modèle inverse d'évoluer avec le code du modèle direct. Le code éléments finis Abaqus, est utilisé pour résoudre le problème direct. La mise en oeuvre d'une telle approche nécessite alors un choix pertinent de géométrie d'éprouvette, de méthode de mesure de champs cinématiques ainsi que d'une stratégie d'identification. Dans ce travail, nous avons testé la robustesse de la technique sur quatre configurations d'essais. Le choix de ces essais mécanique hétérogènes permet de générer des champs hétérogènes de contrainte/déformation dans la zone d'étude.

Afin de valider la méthode d'identification, la technique a été testée sur des différentes valeurs initiales, sur des données bruitées. Deux types de bruit simulant les erreurs de mesures, ont été testées : aléatoire et systématique.

2 Problème d'identification

2.1 Formulation du problème inverse : erreur en relation de comportement

On considère un matériau orthotrope dont le comportement élastique en 2D est donné par $\sigma = C\varepsilon$. Soit le couple (u_{CA}, σ_{SA}) respectivement le champ de déplacement cinématiquement admissibles et le champ de contrainte statiquement admissibles. Ce couple est la solution exacte du problème mécanique si et seulement si, il permet de satisfaire la relation de comportement : $\sigma_{SA} = C\varepsilon(u_{CA})$

Dans le cas où cette égalité n'est pas satisfaite, le couple (u_{CA}, σ_{SA}) est une solution approximative du problème. La quantité $\sigma_{SA} - C\varepsilon(u_{CA})$ désigne alors une erreur en relation de comportement (Ladeveze et al., 2001). Elle est choisie pour évaluer la qualité du couple (u_{CA}, σ_{SA}) et permet de quantifier l'écart à la solution exacte en terme de relation comportement. En l'élasticité, l'erreur est exprimée comme la norme de cet écart et traduit la norme d'énergie de la structure entière.

$$e = \|\sigma_{SA} - C\varepsilon(u_{CA})\|_{\Omega} \quad \text{Où} \quad \|\sigma\|_{\Omega}^2 = \int_{\Omega} (\sigma^T C^{-1} \sigma) d\Omega$$

On définit la fonction $\psi(\varepsilon(u), \sigma, C)$ en élasticité statique comme la somme des énergies potentielle et complémentaire pour un couple $(\varepsilon(u), \sigma)$,

$$\psi(\varepsilon(u), \sigma, C) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon(u) : C : \varepsilon(u) dv + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma : C^{-1} : \sigma dv - \int_{\partial\Omega} (u \cdot \sigma \cdot n) ds$$

Une conséquence bien connue des principes variationnels de l'élasticité est que pour C on a:

$$\min_{C, (u \in \zeta, \sigma \in S)} E(\varepsilon(u), \sigma, C) = 0$$

Avec ζ, S sont respectivement les espaces de déplacements cinématiquement admissibles et contraintes statiquement admissibles avec les données aux limites et des forces volumiques

nulles. De plus on peut récrire la fonction $E(\varepsilon(u), \sigma, C)$ pour des champs de contrainte σ statiquement admissibles et u déplacement cinématiquement admissibles de façon à faire apparaître l'écart en relation de comportement comme suit :

$$\psi(\varepsilon(u), \sigma, C) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\sigma - C : \varepsilon(u)) : C^{-1} : (\sigma - C : \varepsilon(u)) dV$$

Cet aspect met en évidence la positivité de $E(\varepsilon(u), \sigma, C)$. On peut exprimer la fonction $\psi(C)$ en deux formes équivalentes (Bonnet et al 2003) :

$$\psi(C) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\varepsilon(u^D) - \varepsilon(u^N)) : C : (\varepsilon(u^D) - \varepsilon(u^N)) dV = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (\sigma(u^D) - \sigma(u^N)) : C^{-1} : (\sigma(u^D) - \sigma(u^N)) dV$$

Dans ce cas on définit le problème d'identification comme suit :

Trouver l'inconnu C avec $\varepsilon(u^N)$ connu expérimentalement et $\varepsilon(u^D)$ calculé par un modèle direct: $C^{opt} = \arg \min_C \left(\frac{1}{2} \int_{\Omega} (\varepsilon(u^D) - \varepsilon(u^N)) : C : (\varepsilon(u^D) - \varepsilon(u^N)) dV \right)$

2.2 Résolution du problème inverse

La technique d'identification paramétrique est souvent considérée comme une procédure d'optimisation de l'écart entre des valeurs expérimentales ε^{exp} et des grandeurs calculées par un modèle ε^{num} . Le but est de minimiser l'écart dû à l'incompatibilité du couple $(\varepsilon^{num}, \varepsilon^{exp})$.

Le problème d'identification est défini comme suit :

Trouver C^{opt} tel que

$$\left\{ \begin{array}{l} C^{opt} = \arg \min_C \psi(C) \\ \psi(C) = \left(\frac{1}{2} \int_{\Omega} \|L : (\varepsilon^{num}(C) - \varepsilon^{exp})\|^2 dV \right) \\ C = L^T . L \end{array} \right.$$

Dans le cadre de ce travail le problème d'optimisation est résolu par un algorithme itératif régularisé de Levenberg-Marquardt. L'évaluation du gradient (G) et de la matrice Hessienne (H) est obtenue par un schéma semi analytique. L'algorithme de minimisation du problème inverse est comme suit:

Tant que $\left(\left\| \frac{d\psi}{dC} \right\| \geq \text{critère d'arrêt} \right)$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta C = -(H + \lambda I)^{-1} G \\ C^{k+1} = C^k + \Delta C^{k+1} \end{array} \right. \text{ avec } \lambda : \text{Paramètre de régularisation}$$

2.3 Analyse de sensibilité

Le point essentiel des méthodes itératives de type Gauss Newton est le calcul de la matrice de sensibilité $\frac{\partial \varepsilon}{\partial C}$. Cet opérateur permet de déterminer le gradient de la fonctionnelle $\psi(C)$ et la matrice Hessienne du système linéaire.

On définit la matrice de sensibilité M comme suit: Pour une dérivée à droite $(\delta C)_0$ ou à gauche $(\delta C)_0$:

$$M_{ij} = \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial C_j} = \frac{\varepsilon_i(C + \delta C_j e_j) - \varepsilon_i(C)}{\delta C_j}$$

Cette technique requiert le recours au calcul direct pour estimer les différentes valeurs de déformations perturbées et une fois sans perturbation. Du point de vue numérique, il faut choisir les niveaux de perturbations de telle façon que la précision soit la plus grande possible. Généralement, le choix de ce paramètre est donné par : $10^{-5} Q_{ij} \leq \delta Q_{ij} \leq 10^{-3} Q_{ij}$.

Dans le présent travail, on prend une perturbation de 0.1% de paramètre à identifier (Meuwissen et al., 1998).

3 Simulation numérique

3.1 Configurations d'essais hétérogènes

Les différentes géométries d'éprouvettes testées sont comme suit, dans le cadre du présent travail. La discrétisation par éléments finis est effectuée en utilisant un élément en contraintes planes de quatre nœuds (CSP4).

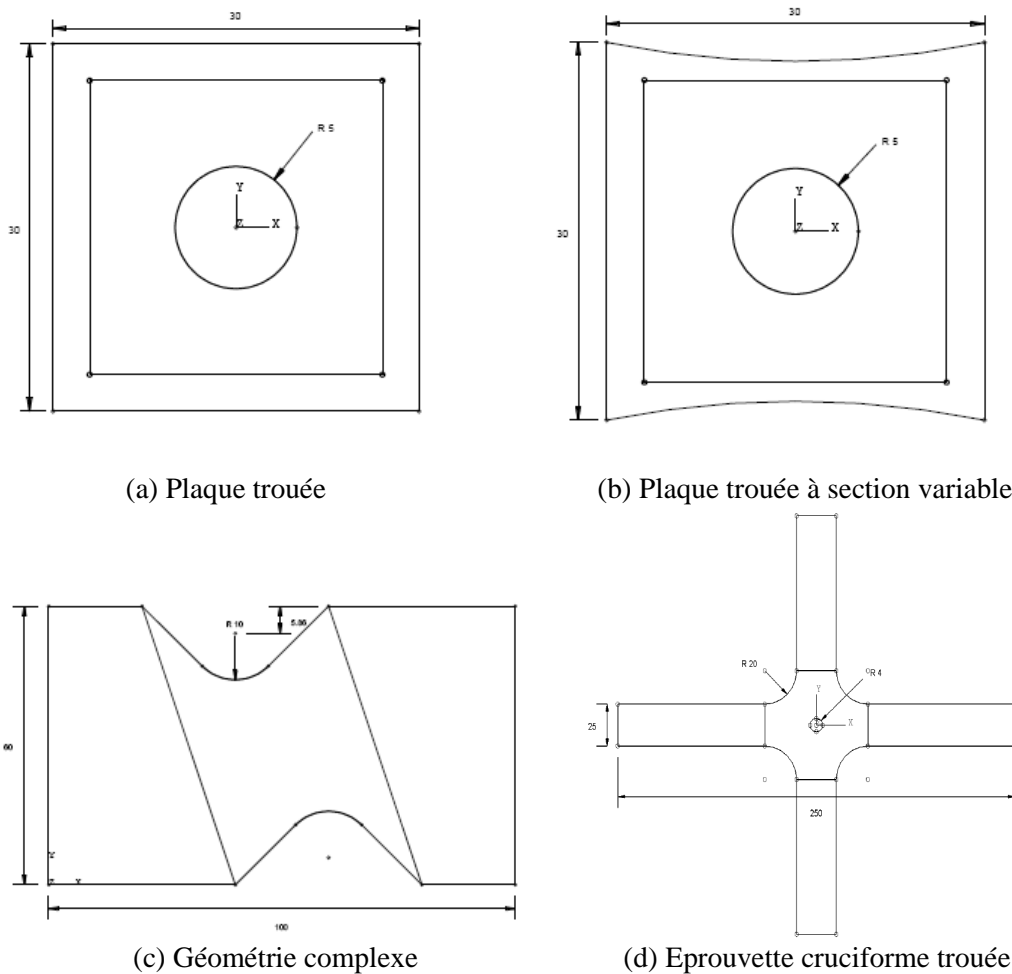


Fig. 1 – Les configurations des éprouvettes étudiées.

3.2 Stabilité de la méthode au bruit

La robustesse de l'algorithme d'identification paramétrique a été testée. En effet, pour les faibles perturbations $\Delta \varepsilon^{\text{exp}}$ (variations de données d'entrée, bruit de mesure, ...), les valeurs des paramètres identifiés doivent être proches des valeurs identifiées sans perturbations. Pour tester la stabilité, il faut donc construire un espace faiblement perturbé. Dans cette étude de stabilité, on procède les tests de robustesse sur des données simulées numériquement par le code éléments finis (Abaqus) auxquelles sont additionnés deux types de perturbations dont l'ordre de grandeur est comparable à 5.10^{-4} en terme de déformations. On définit la perturbation des données comme suit :

$\tilde{\varepsilon}_{ij}^{\text{exp}} = \varepsilon_{ij}^{\text{exp}} + (\Delta \varepsilon^{\text{exp}})$, où $\Delta \varepsilon^{\text{exp}}$ représente la perturbation à ajouter sur les données simulées,

cette perturbation définie par un bruit généré aléatoirement. $\Delta \varepsilon^{\text{exp}} = \beta \cdot \text{RAN}(x)$.

Le niveau de bruit β quantifie l'ordre de grandeur de la perturbation désirée. Dans le cadre de cette étude, on teste la stabilité de l'algorithme pour deux niveaux de bruit définis comme suit :

1- Bruit A

C'est bruit Gaussien de moyenne nulle et écart type égal à 1, le niveau de

bruit $\beta = 5\%$ $\left(\max \left\{ \text{moy} \left| \varepsilon_{xx}^{\text{exp}} \right|, \text{moy} \left| \varepsilon_{yy}^{\text{exp}} \right|, \text{moy} \left| \varepsilon_{xy}^{\text{exp}} \right| \right\} \right)$, donc les données perturbées sont :

$$\tilde{\varepsilon}_{ij}^{\text{exp}} = \varepsilon_{ij}^{\text{exp}} + \left(5\% \max \left\{ \text{moy} \left| \varepsilon_{xx}^{\text{exp}} \right|, \text{moy} \left| \varepsilon_{yy}^{\text{exp}} \right|, \text{moy} \left| \varepsilon_{xy}^{\text{exp}} \right| \right\} \right) \text{rand}$$

2- Bruit B

C'est le même bruit A, avec le niveau de bruit $\beta = 5.10^{-4}$

$$\tilde{\varepsilon}_{ij}^{\text{exp}} = \varepsilon_{ij}^{\text{exp}} + 5.10^{-4}$$

4 Résultats

Afin d'étudier la stabilité de l'algorithme d'identification, la sensibilité de la procédure aux valeurs initiales a été étudiée sur la plaque trouée avec trois valeurs initiales différentes, les résultats obtenus montrent que l'algorithme d'identification converge vers la même solution optimale minimisant l'erreur en relation de comportement. Ceci est rendu possible grâce à la convexité de la fonction objective. Les graphes ci-dessous expriment bien l'erreur relative et la dispersion des paramètres identifiés pour ces trois valeurs initiales.

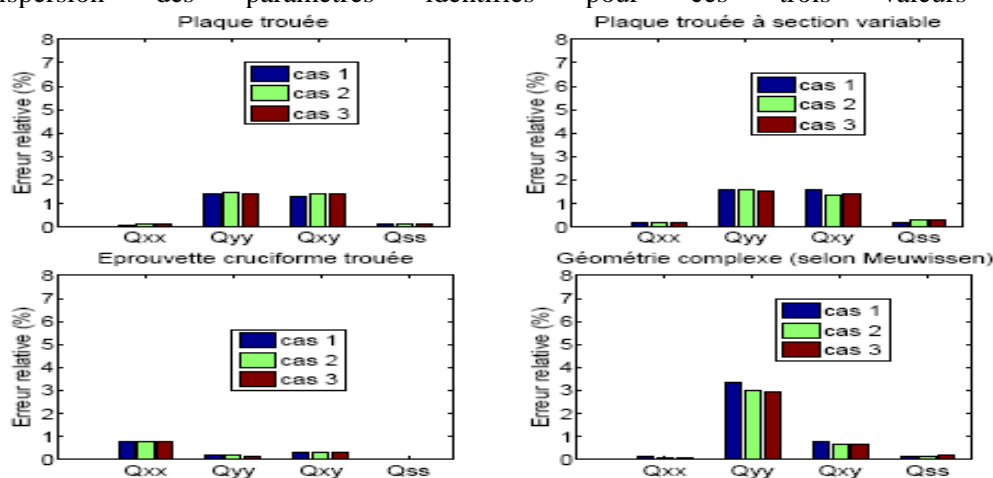


Fig. 2 - Erreur relative des paramètres identifiés dans le cas d'un bruit blanc gaussien (Écart type = 500 μdef)

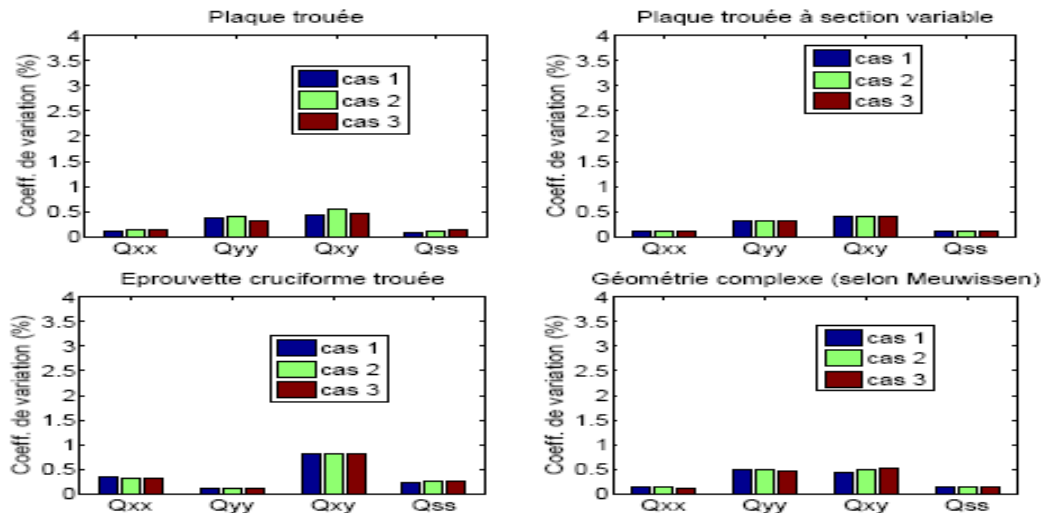


Fig. 3 - Dispersion des paramètres identifiés pour les différentes configurations dans le cas d'un bruit blanc gaussien (Écart type = 500 μ def)

5 Conclusion

Dans ce travail, la procédure d'identification fondée sur l'erreur en relation en comportement a été utilisée avec des champs de déformations simulées. L'objectif de l'algorithme d'identification proposé est de déterminer les paramètres pilotant la loi de comportement entrés dans le modèle numérique considérés dans la suite comme valeurs de référence. A partir de l'analyse de sensibilité aux valeurs initiales et à deux types de bruit ajoutés, la configuration avec la plaque trouée donne le meilleur résultat d'identification pour l'ensemble des paramètres de la loi de comportement. En effet, dans le cas d'un bruit aléatoire, cette configuration a permis d'obtenir un résultat d'identification proche de celui trouvé dans les trois autres configurations. En revanche, le résultat obtenu, dans le cas d'un bruit de type biais, montre que la configuration avec la géométrie complexe est la moins sensible à ce type de bruit. Cette étude a permis de déterminer la configuration « optimale » pour laquelle l'identifiabilité des paramètres de la loi de comportement considérée est améliorée. Les développements expérimentaux (en cours) tiennent en compte du présent travail quant au choix de la configuration expérimentale.

6 Références

- Bonnet, M., Constantinescu, A., Bui, H.D. Principes variationnels et exploitation de mesures de champs en élasticité. *Journal Mécanique & Industries* 4 (2003) 687–697.
- Constantinescu, A. On the identification of elastic moduli from displacement-force boundary measurements, *Inverse Problems in Engineering* 1 (1995) 293–315.
- Chalal, H. Identification numérique et expérimentale de lois de comportement non linéaire de matériaux composites à partir de mesure de champs cinématiques, Thèse de doctorat ENSAM Chalons En Champagne 2005.
- Forestier, R. développement d'une méthode d'identification de paramètres par analyse inverse couplée avec un modèle éléments finis 3d, Thèse de doctorat ENSM Paris 2004.
- Gavrus, A., Massoni, E., Chenot, J. L. The rheological parameter identification formulated as an inverse finite element problem, *Inverse Problem in Engineering*, Vol 7 (1999) 1-41.
- Ladevèze, P., Pelle, JP. La maîtrise du calcul en mécanique linéaire et non linéaire. Paris: Hermès; 2001.
- Meuwissen, M. H.H., Oomens, C.W.J., Baaijens, F.P.T., Petterson, R., Janssen, J.D. Determination of the elasto-plastic properties of aluminum using a mixed numerical-experimental method. *Journal of Materials Processing Technology*, 75:204-211, 1998.
- Tortorelli, D. A., Michaleris, P. Design sensitivity analysis: overview and review, *Inverse problems in engineering*, Vol.1 (1994) 71-105.