



HAL
open science

Approche robuste du spectre de réponse

Sylvain Lignon, Louis Jézéquel

► **To cite this version:**

Sylvain Lignon, Louis Jézéquel. Approche robuste du spectre de réponse. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. <hal-03362563>

HAL Id: hal-03362563

<https://hal.science/hal-03362563v1>

Submitted on 1 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Approche robuste du spectre de réponse

Sylvain Lignon & Louis Jézéquel

Ecole Centrale de Lyon
LTDS - Equipe D2S
36 avenue Guy de Collongue
69134 ECULLY CEDEX - FRANCE
sylvain.lignon@gmail.com

Résumé :

Un des moyens actuels de caractériser les tremblements de terre est d'utiliser les spectres de réponse d'oscillateurs simples. Toutefois, cette technique s'avère rapidement peu robuste, car très sensible aux incertitudes du système. Le développement présenté ici permet de prendre en compte des incertitudes dans la détermination du spectre de réponse, de façon à traiter le cas d'une excitation non déterministe. On fait pour cela appel à la notion d'analyse convexe, qui consiste à prendre en compte les incertitudes du problème sous la forme d'ensembles de valeurs possibles et à déterminer l'ensemble des solutions qui en découlent. L'incertitude sur l'excitation est introduite en se basant sur un spectre de Fourier de référence, dont on ne considère que le module, la phase étant supposée quelconque. Les résultats correspondent à une enveloppe du spectre de réponse obtenue en déterminant la phase la plus défavorable pour le système. Cette méthode se présente donc comme une version robustifiée du spectre de réponse classique.

Abstract :

A classical tool to characterize earthquakes is the response spectrum of simple oscillators. However, this technique is not very robust, because very sensitive to uncertainties. The development presented here makes it possible to take into account uncertainties in the determination of the response spectrum, in order to treat the case of a nondeterministic excitation. Convex analysis is then used, consisting in taking into account uncertainties of the problem in the form of sets of possible values and determining the whole of the solutions which result from this. Uncertainty on the excitation is introduced based on a reference Fourier spectrum, which one considers only the module, an unspecified phase being supposed. The results correspond to an envelope of the response spectrum obtained by determining the most unfavourable phase for the system. This method is thus presented in the form of a robustified version of the traditional response spectrum.

Mots-clefs :

analyse convexe ; incertitudes ; spectre de réponse

1 Introduction

L'évaluation des dommages causés aux structures pendant un tremblement de terre est très complexe. Différents outils ont été développés pour quantifier le potentiel endommageant d'une excitation. Nous nous focalisons ici sur le spectre de réponse [Kiureghian *et al.* (1992); Trifunac *et al.* (2006)], correspondant à la réponse maximale d'un oscillateur simple pour différentes fréquences fondamentales, mais en introduisant des incertitudes dans la densité spectrale de puissance de l'excitation. Une analyse convexe [Au *et al.* (2003); Ben-Haim *et al.* (1996, 1990); Shinozuka (1970); Lignon *et al.* (2007)] est alors conduite pour évaluer une enveloppe extrême de la réponse. Le but est de proposer une extension du spectre de réponse qui est classiquement associé à une excitation donnée.

2 Le spectre de réponse

2.1 Présentation

Le spectre de réponse permet de caractériser une excitation. Il consiste en la détermination de la réponse maximale (déplacement, vitesse ou accélération) d'une série d'oscillateurs de différentes fréquences propres, soumis à cette même excitation. Le spectre de réponse résultant permet alors l'évaluation de la réponse de n'importe quel système linéaire, à partir de sa fréquence propre. L'utilisation principale est donc l'évaluation de la réponse maximale des bâtiments lors de tremblements de terre, en supposant que la réponse est dominée par un mode unique, ce qui est vrai dans la majorité des cas où le mode fondamental de la structure est prédominant.

Le calcul du spectre de réponse se fait en se basant sur la réponse dynamique d'un système à un degré de liberté (DDL) tel qu'illustré sur la figure 1, où $x(t)$ est la réponse en déplacement, $\ddot{u}(t)$ est l'excitation, ω_0 est la fréquence propre du système et ξ est le taux d'amortissement.

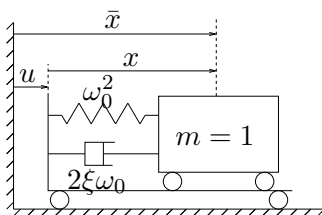


FIG. 1 – Système étudié

Les structures considérées dans cette étude sont des structures de génie civil construite en béton armé. Leur endommagement est donc directement lié à leur plus grande déformation au cours du temps. Dans la suite, on note D l'endommagement et $X_{\max} = \max_t x(t)$ le déplacement maximum. On assimilera donc l'endommagement D au déplacement X_{\max} :

On considèrera également les résultats en termes d'accélération, cette donnée caractérisant l'endommagement des équipements embarqués.

2.2 Exemple

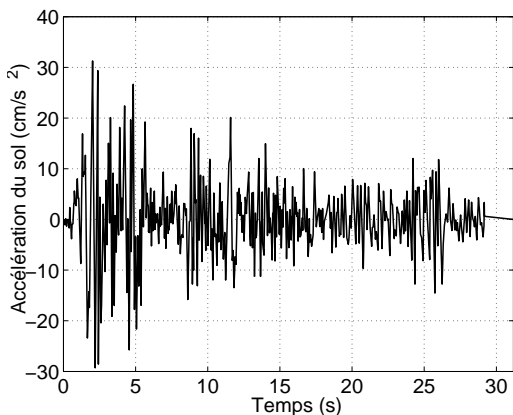


FIG. 2 – Séisme de El-Centro : \ddot{u}_0

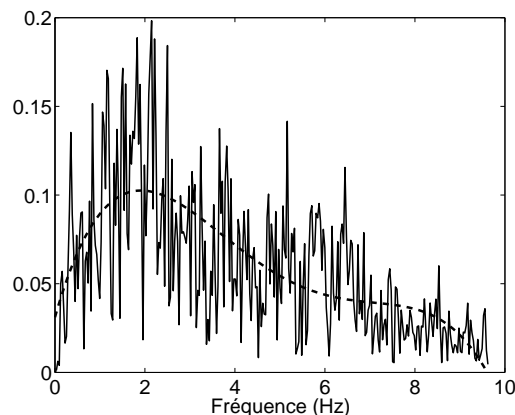


FIG. 3 – Spectre de Fourier du séisme de El-Centro

L'étude présentée ici s'appuie sur l'exemple du tremblement de terre de El-Centro (Imperial Valley, 1940). L'accélérogramme $\ddot{u}_0(t)$ et le spectre de Fourier $|U_0(\omega)|$ correspondant sont respectivement représentés sur les figures 2 et 3.

Le spectre de réponse correspondant est déterminé en évaluant la réponse d'un système à un DDL dont la fréquence propre varie entre 0.1Hz et 10Hz et avec un taux d'amortissement $\xi = 5\%$. Les résultats sont tracés en termes de déplacement et accélération respectivement sur les figures 4 et 5.

Ces résultats correspondent à une approche déterministe, dans laquelle tous les paramètres sont donc fixés. Dans la suite de cet exposé, nous allons voir l'influence de l'introduction d'incertitude sur les différents spectres de réponse.

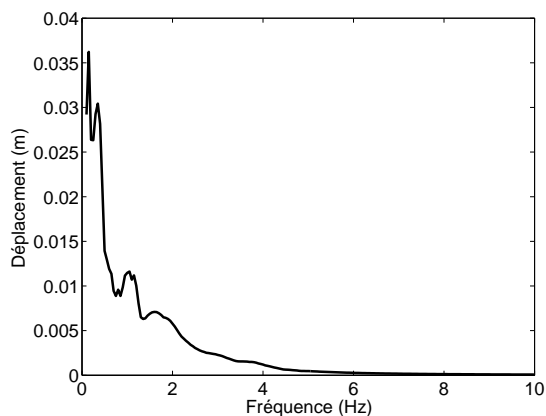


FIG. 4 – Spectre de réponse du séisme de El-Centro : déplacement

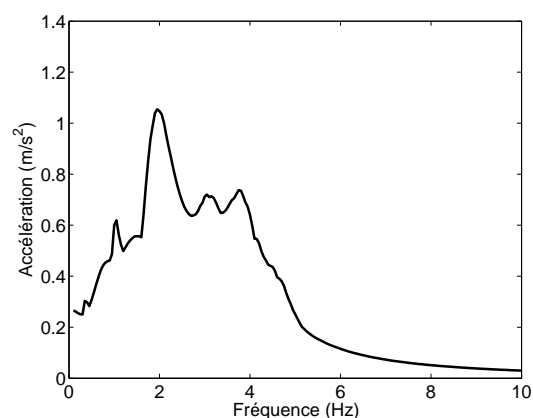


FIG. 5 – Spectre de réponse du séisme de El-Centro : accélération

3 Introduction d'une phase quelconque de l'excitation

3.1 Formulation du problème

On considère la décomposition en série de Fourier de l'excitation \ddot{u}_0 sous la forme :

$$\ddot{u}_0(t) = A_0 \sum_{n=1}^{2N+2} c_n e^{i\varphi_n t} = \mathbf{y}^T \mathbf{c} \quad (1)$$

Les coefficients c_n sont alors décomposés en module q_n et phase ϕ_n :

$$c_n = q_n e^{i\phi_n} \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} q_n = |c_n| \\ \phi_n = \arg(c_n) \end{cases} \quad (2)$$

Le travail mené ici consiste alors à voir comment est modifié le spectre de réponse si on considère uniquement le module du spectre de réponse en entrée, en y associant une phase quelconque. Nous allons donc chercher à déterminer pour tout instant t la phase ϕ_n qui maximise la réponse en termes de déplacement et d'accélération.

On écrit pour cela la réponse du système à 1 DDL de fréquence propre ω_0 sous la forme :

$$x(t) = \sum_{n=1}^{2N+2} z_n(t) H(\phi_n) c_n \quad (3)$$

où les fonctions $z_n(t)$ correspondent à la réponse transitoire du système à l'excitation $y_n(t)$, et $H_n(\phi_n)$ traduit la fonction de transfert du système :

$$H(\omega) = \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\xi\omega_0\omega} \quad (4)$$

L'écriture de la réponse utilisée dans l'équation 3 va servir de base à l'étude de l'influence de la phase quelconque de l'excitation.

3.2 Introduction de la phase quelconque

Nous cherchons ici à déterminer la phase $\tilde{\phi}_n \in \mathbb{R}$ maximisant la réponse $x(t)$ à l'instant t . La solution est obtenue en considérant les dérivées partielles de x ; $\tilde{\phi}_n$ maximisant $x(t)$ vérifie :

$$\frac{\partial x}{\partial \tilde{\phi}_n} = 0 \quad \text{pour } n = -N \dots N \quad (5)$$

ce qui aboutit à :

$$\tan \tilde{\phi}_n = \frac{i(z_n(t)H(\phi_n) - z_{-n}(t)H(\phi_{-n}))}{z_n(t)H(\phi_n) + z_{-n}(t)H(\phi_{-n})} \quad \text{pour } n = 1 \dots N \quad (6)$$

La figure 6 présente la réponse nominale (correspondant à l'excitation de référence) d'un système de fréquence propre égale à 2Hz, ainsi que l'enveloppe obtenue en considérant à chaque instant la phase la plus défavorable. On constate que cette enveloppe est naturellement symétrique, et présente une asymptote liée au fait que l'influence du régime transitoire devient négligeable quand le temps avance.

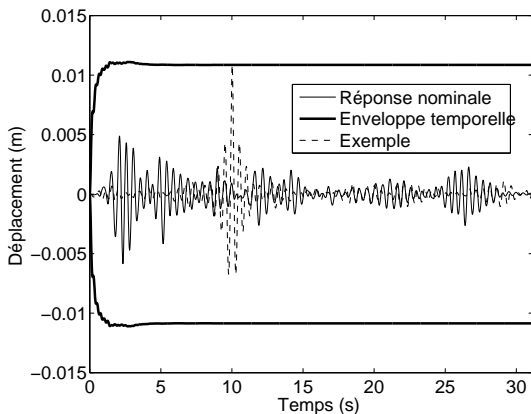


FIG. 6 – Enveloppe temporelle de la réponse pour $\omega_0 = 2\text{Hz}$

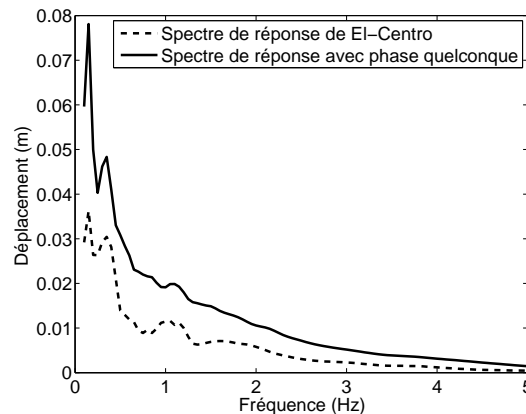


FIG. 7 – Spectre de réponse avec phase quelconque

Le spectre de réponse correspondant à cette excitation de phase quelconque est représenté sur la figure 7, en comparaison avec le spectre initial. On observe très nettement que bien que ces excitations aient la même densité spectrale de puissance, le spectre associé est très nettement supérieur.

4 Introduction d'incertitude sur l'amplitude de l'excitation

4.1 Présentation du problème

Dans cette seconde partie, nous considérons que non seulement la phase de l'excitation est quelconque, mais de plus, nous introduisons de l'incertitude sur l'amplitude de la densité spec-

trale de puissance.

Avec les notations introduites précédemment, cela revient à considérer les coefficients q_n incertains. Deux hypothèses sont alors introduites :

- sur l'énergie [Drenick (1970)] : on ne considère que des excitations d'énergie inférieure à une référence (équation 7(a) - schématisé par S_0 sur la figure 8)
- sur le contenu fréquentiel : une enveloppe est considérée autour du spectre de référence (équation 7(b) - schématisé par S_d sur la figure 8)

$$(a) \quad \sum_{n=1}^N q_n^2 \leq \sum_{n=1}^N q_{0n}^2 \quad (b) \quad \sum_{n=1}^N (q_n - q_{0n})^2 \leq \theta^2 \quad (7)$$

où q_{0n} correspond aux coefficients de Fourier de l'accélérogramme de référence (ici El-Centro).

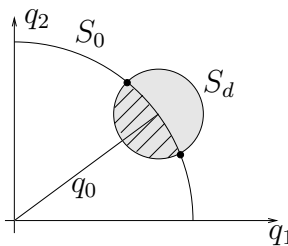


FIG. 8 – Coefficients q admissibles

La résolution du problème est facilitée par l'écriture de la réponse sous la forme de l'équation 3 qui montre que la réponse dépend linéairement des coefficients q_n , ce qui permet, le problème étant convexe, de savoir que la réponse maximale sera atteinte sur les bornes du domaine, et permet donc de remplacer les inégalités du problème par des égalités. Le problème est alors résolu par la méthode des multiplicateurs de Lagrange.

4.2 Application

On considère ici à nouveau le séisme de El-Centro comme référence numérique, avec une incertitude sur l'amplitude caractérisée par $\theta = 0.3$. Les spectres sont déterminés en considérant un taux d'amortissement du système de 5%.

Les figures 9 et 10 représentent les spectres de réponse du séisme de El-Centro, d'une excitation de phase quelconque et enfin de l'excitation incertaine, respectivement en termes de déplacement et d'accélération.

On observe une très forte augmentation de la valeur maximale atteinte aussi bien en termes de déplacement que d'accélération pour chaque incertitude supplémentaire introduite : multiplication par un facteur 2 pour une phase quelconque avec amplitude déterministe, et par un facteur 4 lorsqu'on introduit une incertitude sur l'amplitude. Ceci montre qu'obtenir un résultat fiable et robuste en termes de potentiels endommagement d'un séisme s'avère particulièrement difficile.

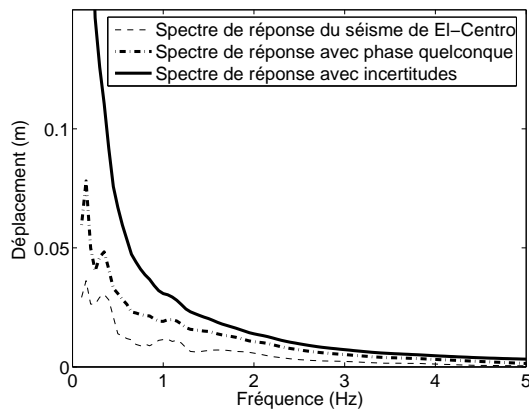


FIG. 9 – Spectre de réponse (déplacement)

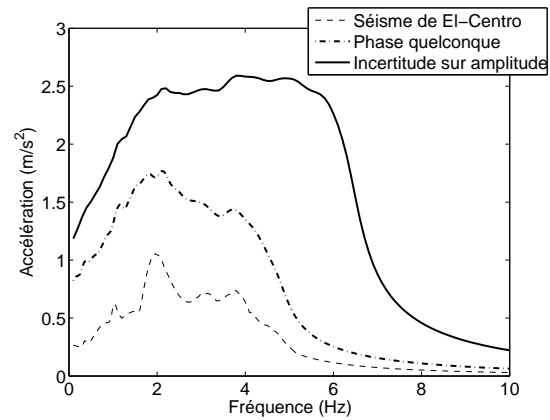


FIG. 10 – Spectre de réponse (accélération)

5 Conclusion

L'étude présentée ici a permis de montrer que le spectre de réponse n'est pas un outil robuste de prédiction d'endommagement pour les séismes. En effet, il est très sensible aux incertitudes, et non corrélé avec la densité spectrale de puissance. Ceci implique que les résultats issus d'un générateur de signaux artificiels basé sur cette densité spectrale de puissance ne pourra pas fournir de résultats fiables en termes de potentiel endommagement.

Références

- Au, F., Cheng, Y., Tham, L., Zeng, G. 2003 Robust design of structures using convex models. *Computers and Structures* **81** 2611-2619.
- Ben-Haim, Y., Chen, G., Soong, T. 1996 Maximum structural response using convex models. *Journal of Engineering Mechanics* **122** 325-333.
- Ben-Haim, Y., Elishakoff, I. 1990 Convex models of uncertainty in applied mechanics. *Elsevier*.
- Drenick, R. 1970 Model-free design of aseismic structures *Journal of Engineering Mechanics Division (ASCE)* **96** 483-493.
- Kiureghian, A., Neuenhofer, A. 1992 Response spectrum method for multisupport seismic excitations. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* **21(8)** 713-740.
- Lignon, S., Jezequel, L. 2007 A robust approach for seismic damage assessment. *Computers and Structures* **85(1-2)** 4-14
- Shinozuka, M. 1970 Maximum structural response to seismic excitations. *Journal of Engineering Mechanics Division (ASCE)* **96** 729-738.
- Trifunac, M., Gicev, V. 2006 Response spectra for differential motion of columns paper II : Out-of-plane response. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* **26(12)** 1149-1160.