



HAL
open science

Approche multiéchelle de la fatigue polycyclique prenant en compte un couplage plasticité-endommagement

Vincent Monchiet, Eric Charkaluk, Djimedo Kondo

► To cite this version:

Vincent Monchiet, Eric Charkaluk, Djimedo Kondo. Approche multiéchelle de la fatigue polycyclique prenant en compte un couplage plasticité-endommagement. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03362557

HAL Id: hal-03362557

<https://hal.science/hal-03362557>

Submitted on 1 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Approche multiéchelle de la fatigue polycyclique prenant en compte un couplage plasticité-endommagement

V. Monchiet, E. Charkaluk, D. Kondo

Laboratoire de Mécanique de Lille (LML)
UMR 8107, 59655 Villeneuve d'Ascq, France
vmonchiet@hotmail.com

Résumé :

Une approche micro-macro de la fatigue multiaxiale en endurance illimitée est proposée. Elle s'attache à rendre compte des mécanismes de plasticité et d'endommagement qui surviennent le long des bandes de Glissement Persistantes (BGP). L'endommagement, qui est couplé avec la plasticité, est modélisé comme la conséquence de la croissance de microcavités le long des BGP. Le critère de fatigue macroscopique proposé correspond à une condition de nucléation d'une fissure à l'interface BGP/matrice, et est obtenu le schéma d'homogénéisation de Kröner. On montre le rôle significatif d'une contrainte moyenne et de la pression hydrostatique en fatigue à grand nombre de cycles. Cette dépendance est ici liée à la prise en compte des micromécanismes d'endommagement. Enfin on présente des illustrations dans le cas particulier des trajets de chargement affines. Des comparaisons du critère obtenu avec des résultats expérimentaux montre la pertinence de l'approche micromécanique.

Abstract :

A micro-macro approach of multiaxial fatigue in unlimited endurance is proposed. It allows to take into account plasticity and damage mechanisms which occur at the scale of Persistent Slip Bands (PSB). The damage, which is coupled with plasticity, is modelled as the consequence of microvoids growth along PSBS. The proposed macroscopic fatigue criterion, which corresponds to microcracks nucleation at the PSB-matrix interface, is derived for the Kröner homogenization scheme. The role of a mean stress and of the hydrostatic pressure in high cycle fatigue is shown. This dependence is related here to the damage micro-mechanism. Finally, the particular case of affine loading is presented as an illustration. Comparisons of the criterion with experimental data shown the relevance of the micromechanical approach.

Key-words :

Fatigue, Micromécanique, Endurance illimitée

1 Introduction

La nucléation de fissures sous chargement polycyclique, dans les métaux à structure polycristalline, est généralement reconnue comme le résultat de la localisation des déformations plastiques [1]. Cette plasticité, confinée dans quelques grains favorablement orientés, et en proportion très faible, n'affecte pas le comportement macroscopique dont la réponse demeure élastique. On propose une modélisation micromécanique, pour la détermination du critère d'endurance illimitée, basée sur le cadre formalisé par [1]. L'originalité de cette démarche réside dans l'introduction d'une échelle supplémentaire, celle des bandes de localisation qui constituent des sites privilégiés de nucléation des fissures. Le critère de fatigue adopté est une condition de non nucléation de fissures à l'interface BGP-matrice. Un passage micro-macro est ensuite effectué afin d'aboutir à la détermination du critère macroscopique. Enfin, des comparaisons de ce critère avec des données expérimentales issues de la littérature dans le cas des trajets affines macroscopiques seront présentées.

2 Plasticité et endommagement sous chargement cyclique à l'échelle du grain

2.1 Base de la modélisation

Le comportement plastique des grains sollicités en fatigue polycyclique, se caractérise généralement par l'activation d'un système de glissement favorablement orienté par rapport aux axes de chargements, système que l'on repère par le tenseur d'orientation $\Delta = \underline{n} \otimes \underline{m}$ (\underline{n} est la normale au plan de glissement et \underline{m} la direction du glissement). Le comportement plastique sur ce système met en jeu la cission $\tau = \sigma : \Delta$ et le glissement plastique $\gamma = 2\varepsilon^p : \Delta$ (σ et ε^p désignant respectivement le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations plastiques à l'échelle du grain) et est régi par loi de Schmid :

$$f = |\tau - x| - \tau_0 - R(\gamma_{cum}) \quad (1)$$

x et R sont respectivement les variables d'écrouissage cinématique et isotrope, supposées linéaires par simplicité. $x = c\gamma$ et $R = R_0\gamma_{cum}$ où γ_{cum} désigne le glissement plastique cumulé, $\gamma_{cum} = \int_0^t |\dot{\gamma}| dt'$.

L'activité plastique par glissement s'accompagne de la formation de défauts ponctuels (de type lacunaires), le long des BGP, par annihilation de dislocations. Ce mécanisme d'endommagement induit une porosité à l'échelle du grain, f_a , régie par une loi proposée par [2] :

$$f_a(\gamma_{cum}) = A_0 \{k_a\gamma_{cum} - 1 + \exp(-k_a\gamma_{cum})\} \quad (2)$$

A_0 et k_a sont deux paramètres. La transition entre la formation de défauts ponctuels le long des BGP et la nucléation d'une fissure à l'interface BGP-matrice étant aujourd'hui encore mal comprise, on supposera qu'elle procède de l'agglomération des défauts en microcavités et de la croissance de celles-ci sous l'action combinée du glissement plastique et de la pression. L'endommagement, en fait la porosité totale f , est donc le résultat d'un terme de nucléation, f_a , et d'un terme de croissance f_g :

$$f(\gamma_{cum}, \varepsilon_h^p) = f_a(\gamma_{cum}) + f_g(\varepsilon_h^p) \quad (3)$$

f_g est lié à déformation plastique de volume ε_h^p , par la loi de conservation de la masse :

$$f_g(\varepsilon_h^p) = 1 - \exp(-3\varepsilon_h^p) \quad (4)$$

Une approche locale de la nucléation d'une fissure à l'interface BGP-matrice a été adoptée et consiste à considérer une valeur critique du dommage accumulé le long des BGP :

$$f(\gamma_{cum}, \varepsilon_h^p) \leq f_c \quad (5)$$

La reformulation du critère de fatigue, (5), à l'échelle macroscopique nécessite tout d'abord de relier les déformation plastiques à l'échelle locale (composantes γ_{cum} et ε_h^p) et la contrainte à l'échelle locale. Il s'agit donc de formuler dans un premier temps la loi de comportement couplant plasticité et endommagement à l'échelle des grains sollicités; ceci fait l'objet de la sous-section 2.2. Dans un second temps, il s'agira de relier les contraintes locales au contraintes macroscopiques en effectuant un passage micro-macro.

2.2 Couplage plasticité et endommagement à l'échelle des grains sollicités

Un modèle couplant les mécanismes de plasticité et d'endommagement à l'échelle locale des grains sollicités a été proposé [7]. La démarche utilisée consiste à adapter l'approche par analyse limite de Gurson [4] pour la sphère creuse au contexte de la plasticité cristalline, en considérant une cellule élémentaire du milieu monocristallin contenant des microcavités.

Cette analyse étant menée dans le cas particulier d'un matériau rigide parfaitement plastique, son application à la fatigue, requiert la prise en compte de l'écroutissement cinématique et isotrope. Cette extension a été effectuée en s'inspirant des travaux de Leblond et Perrin [5]. Pour le cas du monocristal ceci conduit à un critère de plasticité de la forme :

$$F = \left(\frac{\tau - x_d}{\tau_h} \right)^2 + 2f \cosh \left\{ \frac{\sqrt{3} \sigma_h - x_h}{2 \tau_h} \right\} - 1 - f^2 \quad (6)$$

σ_h désignant la contrainte hydrostatique locale. Le critère (6) fait intervenir deux variables d'écroutissement cinématique x_d et x_h ainsi que les deux paramètres $\tau_d = \tau_0 + R_d$ et $\tau_h = \tau_0 + R_h$, R_d et R_h étant les variables d'écroutissement isotrope. En développant la procédure d'identification proposée par [5], l'expression obtenue pour ces variables d'écroutissement sont :

$$R_d = R_0 \gamma_{cum}; \quad x_d = (1 - f)c\gamma; \quad x_h = \frac{2c}{\sqrt{3}} \xi^h; \quad R_h = -\frac{R_0}{\ln(f)} \xi_{cum}^h \quad (7)$$

x_h et R_h font intervenir les variables ξ^h , et $\xi_{cum}^h = \int_0^t \dot{\xi}^h dt'$ définies par :

$$\xi^h \simeq \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\text{dilog} \left(\frac{f_a}{f} \right) - f_g \right] \quad (8)$$

Les lois d'évolution des variables γ_{cum} et ε_h^p , qui interviennent explicitement dans l'expression du critère de fatigue adopté (5), sont obtenues via la loi de normalité associée à F (équation (6)) :

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\gamma}_{cum} = 2\dot{\lambda} \frac{|\tau - x_d|}{\tau_d^2} \\ \dot{\varepsilon}_h^p = \dot{\lambda} \frac{f}{\sqrt{3}\tau_h} \sinh \left\{ \frac{\sqrt{3} \sigma_h - x_h}{2 \tau_h} \right\} \end{cases} \quad (9)$$

$\dot{\lambda}$ désignant le multiplicateur plastique. Les lois d'évolution (9) de γ_{cum} et de ε_h^p qui interviennent explicitement dans l'expression du critère de fatigue (5) font intervenir la contrainte locale et plus précisément τ et σ_h . Il s'agit maintenant de formuler le critère de fatigue à l'échelle macroscopique, c'est à dire en fonction de la contrainte macroscopique, $\boldsymbol{\Sigma}$; ceci requiert un passage micro-macro.

3 Passage micro-macro pour la détermination du critère de fatigue macroscopique

On rappelle tout d'abord que le comportement à l'échelle macroscopique demeure élastique, c'est à dire que $\boldsymbol{\Sigma} = \mathbb{C} : \boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{\Sigma}$ et \boldsymbol{E} désignant respectivement le tenseur des contraintes macroscopiques et le tenseur des déformations macroscopiques. \mathbb{C} est le tenseur d'élasticité de l'agrégat, supposé isotrope : $\mathbb{C} = 3k\mathbb{J} + 2\mu\mathbb{K}$, k et μ étant respectivement le module compressibilité et de cisaillement. $\mathbb{J} = \frac{1}{3}\mathbf{1} \otimes \mathbf{1}$ et $\mathbb{K} = \mathbb{I} - \mathbb{J}$ avec \mathbb{I} le tenseur identité symétrique d'ordre quatre. Par simplicité on suppose que les propriétés élastiques de l'agrégat et de ces grains

sont identiques. On a donc à l'échelle locale $\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon}^e$, $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ étant le tenseur des déformations élastiques locales. Pour le changement d'échelle, on adopte le schéma de Kröner pour lequel la loi d'interaction s'écrit : $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\Sigma} - \mathbb{C}^* : \boldsymbol{\varepsilon}^p$ où $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} : (\mathbb{I} - \mathbb{P} : \mathbb{C})$ et \mathbb{P} est le tenseur d'ordre 4 de Hill. Pour des inclusions sphériques (les grains plastifiés), \mathbb{C}^* s'écrit :

$$\mathbb{C}^* = 3k^*\mathbb{J} + 2\mu^*\mathbb{K}; \quad \text{avec} : \quad k^* = \frac{2k}{3} \frac{1-2\nu}{1-\nu} \quad \text{et} \quad \mu^* = \frac{\mu}{15} \frac{7-5\nu}{1-\nu} \quad (10)$$

ν étant le coefficient de Poisson de l'agrégat. Il s'ensuit pour la pression hydrostatique, σ_h , et la cisssion, τ , intervenant dans (6) et (9) et donc pour la détermination du critère de fatigue (5) :

$$\tau = T - \mu^*\gamma; \quad \sigma_h = \Sigma_h - 3k^*\varepsilon_h^p \quad (11)$$

avec $T = \boldsymbol{\Sigma} : \boldsymbol{\Delta}$.

La transposition de la loi de comportement locale, définie par (6) et (9), à l'échelle macroscopique est obtenue à partir de (11) et conduit tout simplement à définir un écrouissage apparent, noté $x_d^* = x_d + \mu^*\gamma$ et $x_h^* = x_h + 3k^*\varepsilon_h^p$. On obtient ainsi :

$$F = \left(\frac{T - x_d^*}{\tau_h} \right)^2 + 2f \cosh \left\{ \frac{\sqrt{3} \Sigma_h - x_h^*}{2 \tau_h} \right\} - 1 - f^2 \quad (12)$$

$$\dot{\gamma}_{cum} = 2\lambda \frac{|T - x_d^*|}{\tau_d^2}; \quad \dot{\varepsilon}_h^p = \lambda \frac{f}{\sqrt{3}\tau_h} \sinh \left\{ \frac{\sqrt{3} \Sigma_h - x_h^*}{2 \tau_h} \right\}$$

On notera que du point de vue de l'intégration numérique du modèle, la transposition à l'échelle macroscopique n'apporte aucune difficulté supplémentaire. De manière générale la contrainte macroscopique est une fonction du temps, décrivant dans l'espace des contraintes une courbe fermée correspondant au trajet de chargement cyclique. La détermination du critère de fatigue peut alors être effectuée en intégrant la loi de comportement définie par (12) sur le trajet de chargement. Il s'agit alors de vérifier la condition de non amorçage d'une fissure de fatigue (5). A titre d'illustration on propose une application du critère proposé dans le cas des trajets de chargement affines macroscopique.

4 Applications aux chargements affines macroscopiques

Lorsque le trajet de chargement macroscopique est affine le tenseur des contraintes macroscopiques s'écrit $\boldsymbol{\Sigma}(t) = \boldsymbol{\Sigma}_a \sin(\omega t) + \boldsymbol{\Sigma}_m$. Les tenseurs $\boldsymbol{\Sigma}_a$ et $\boldsymbol{\Sigma}_m$ étant respectivement les parties alternées et moyennes dont les composantes de cisssion et hydrostatique sont notées : $T_a = \boldsymbol{\Sigma}_a : \boldsymbol{\Delta}$, $T_m = \boldsymbol{\Sigma}_m : \boldsymbol{\Delta}$, $\Sigma_{h,a}$ et $\Sigma_{h,m}$.

Pour ce type de chargement, le comportement asymptotique des matériaux plastiques se caractérise par l'adaptation, l'accommodation ou le rochet. Dans les deux derniers cas la rupture survient par accumulation des déformations plastiques et donc du dommage le long des BGP. Une condition nécessaire de non rupture est d'assurer l'adaptation à l'échelle locale. Nous avons pu vérifier par résolution numérique de la loi de comportement que pour le type de trajet de chargement considéré ici, à l'adaptation, le cycle de contrainte microscopique est symétrisé. Les contraintes résiduelles s'équilibrent ainsi avec le tenseur des contraintes moyennes macroscopiques $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\Sigma}_m$. Ceci permet d'établir les trois relations suivantes :

$$T_m = x_d^* = ((1 - f_c)c + \mu^*)\gamma; \quad \Sigma_{h,m} = x_h^*; \quad \frac{T_a^2}{\tau_d^2} + 2f_c \cosh \left\{ \frac{\sqrt{3} \Sigma_{h,a}}{2 \tau_h} \right\} - 1 - f_c^2 = 0 \quad (13)$$

Amplitude de la torsion : $\Sigma_{12,a}$ (en MPa)

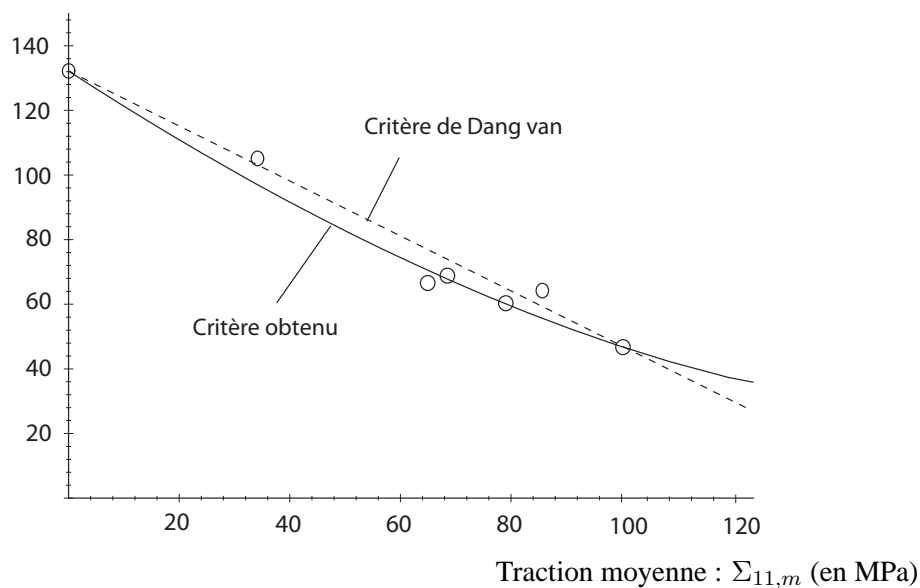


Figure 1: Torsion alternée-traction moyenne : comparaison du critère de fatigue obtenu avec celui de Dang Van et les données expérimentales de Rös, issues de [8] (cercles).

Amplitude de la torsion : $\Sigma_{12,a}$ (en MPa)

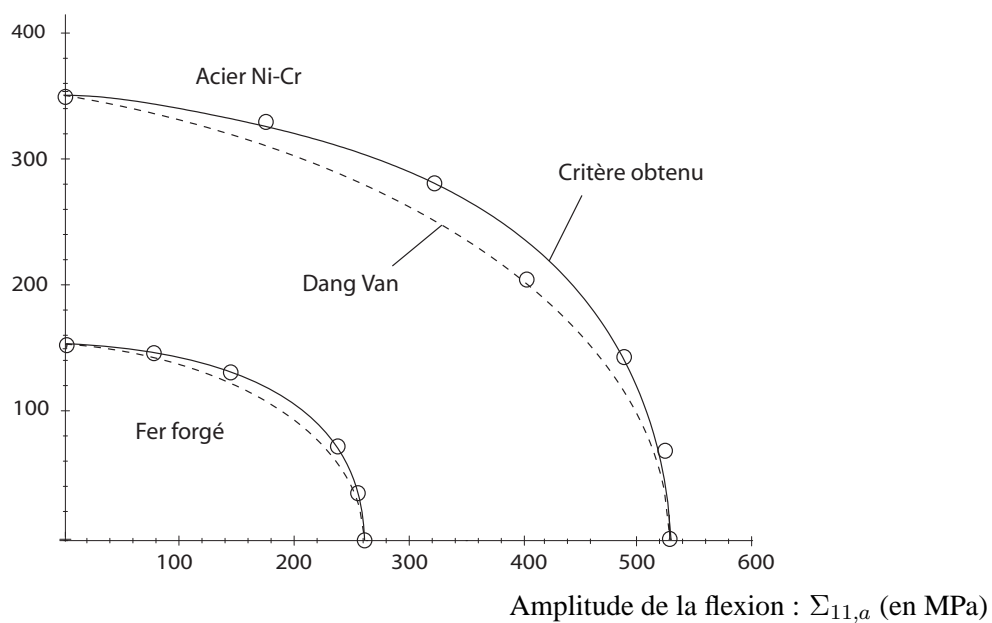


Figure 2: Flexion-torsion alternée : comparaison du critère de fatigue obtenu avec celui de Dang Van et les données expérimentales de Gough et Pollard [3] (cercles).

On notera tout d'abord que le critère de fatigue est fonction seule de γ_{cum} et ε_h^p mais ne fait intervenir la valeur du glissement plastique à l'état adapté, γ . Ceci implique, compte tenu de la première relation dans (13), que le critère proposé est indépendant de la cission moyenne macroscopique, ceci étant en accord avec les résultats expérimentaux [9]. Des deux relations suivantes dans (13) on peut déduire les variables locales γ_{cum} et ε_h^p en fonction des grandeurs macroscopiques T_a , $\Sigma_{h,a}$, $\Sigma_{h,m}$. On notera de manière générale que le critère proposé fait donc intervenir les mêmes variables que le critère de Dang Van. Toutefois la dépendance avec les composantes alternées et moyennes de la pression hydrostatique, $\Sigma_{h,a}$ et $\Sigma_{h,m}$, résulte ici de la prise en compte des mécanismes d'endommagement qui surviennent le long des BGP.

A titre d'illustration on propose deux comparaisons du critère de fatigue proposé avec des données expérimentales issues de la littérature. Sur la figure 1 est proposée une comparaison du critère dans le cas d'une torsion alternée, $\Sigma_{12,a}$, superposée avec une traction moyenne, $\Sigma_{11,m}$. Le critère, représenté dans le plan ($\Sigma_{12,a}$; $\Sigma_{11,m}$), permet de bien reproduire l'effet d'une pression moyenne (représentée par $\Sigma_{11,m}$). Sur la figure 2 est proposée une comparaison avec les essais de Gough et Pollard en flexion-torsion alternée. Le critère, représenté dans le plan ($\Sigma_{12,a}$; $\Sigma_{11,a}$), permet à nouveau de bien reproduire l'effet d'une pression hydrostatique alternée.

References

- [1] **K. Dang Van, I.V. Papadopoulos (eds).**
High cycle metal fatigue. From Theory to Applications. *CISM Courses and Lectures, no. 392, eds. : Ky Dang Van and I.V. Papadopoulos*
- [2] **U. Essmann, H. Mughrabi.**
Annihilation of dislocations during tensile and cyclic deformation and limits of dislocation densities. *Philosophical Magazine A*, Vol. 40, No. 6, pp. 731-756, 1979.
- [3] **H.J. Gough, H.V. Pollard.**
The strength of metals under combined alternating stress. *Proc. Inst. Mech. Engrg.*, 131 : 3-18, 1935.
- [4] **A. L. Gurson.**
Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: part I- yield criteria and flow rules for porous ductile media. *J. Engrg. Mater. Technol.*, 99 : 2-15, 1977.
- [5] **J.B. Leblond, G. Perrin, J.Devaux.**
An improved Gurson-type model for hardenable ductile metals . *EUR. J. Mech. A/Solids*, Vol. 14, No. 4, pp. 499-527, 1995.
- [6] **V. Monchiet and E. Charkaluk and D. Kondo.**
A plasticity-damage based micromechanical modelling in high cycle fatigue. *C.R. Mécanique*, 334 : 129-136, 2006.
- [7] **V. Monchiet.**
Contributions à la modélisation micromécanique de l'endommagement et de la fatigue des métaux ductiles. Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille (USTL), 2006.
- [8] **I. V. Papadopoulos.**
Fatigue polycyclique des métaux : une nouvelle approche. Thèse de doctorat, ENPC, 1986.
- [9] **G. Sines, J.L. Waisman.**
Metal fatigue. McGraw Hill, 1959.