



**HAL**  
open science

## Restitution of a temporal indicator corresponding to each vibratory source for a predictive maintenance.

Xavier Chiementin, F. Bolaers, L. Rasolofondraibe, J.P. Dron

### ► To cite this version:

Xavier Chiementin, F. Bolaers, L. Rasolofondraibe, J.P. Dron. Restitution of a temporal indicator corresponding to each vibratory source for a predictive maintenance.. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03362542

**HAL Id: hal-03362542**

**<https://hal.science/hal-03362542v1>**

Submitted on 1 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Restitution d'un indicateur temporel caractéristique de chaque source vibratoire pour une maintenance prédictive.

Chiementin X.<sup>1</sup>, Bolaers F., Rasolofondraibe L.\*, Dron J.-P.

GMMS, Groupe de Mécanique, Matériaux et Structures

\*CRESTIC, Centre de Recherche en Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication  
Université de Reims, BP 1039, 51687 Reims Cedex 2, France

### Résumé :

L'analyse vibratoire vise à interpréter l'état de fonctionnement des machines tournantes et à réaliser le diagnostic des défauts vibratoires. En pratique, les signaux vibratoires enregistrés sont le résultat d'un mélange de différentes sources correspondant aux composants de la machine, ce qui rend difficile l'interprétation de l'état d'endommagement d'un composant particulier. L'objectif de ce travail est de restituer les sources à partir du mélange obtenu, communément appelé problème inverse. Ces problèmes sont généralement instables et nécessitent des méthodes d'optimisation ou de stabilité. Ce papier propose de restituer la valeur RMS significative de chaque composant à partir de valeurs RMS globales résultant du mélange. Cette restitution est réalisée grâce à une méthode d'optimisation de la position des capteurs par analyse modale. Une validation sur un carter composé de deux roulements permet de démontrer l'efficacité de la méthode proposée.

### Abstract :

The vibratory analysis monitors the operating condition of the revolving machines and makes the diagnosis of the vibratory defects. In practice, the recorded vibratory signals are the result of a mixture from various sources corresponding to the components of the machine. This fact makes difficult the interpretation of the state of damage of a particular component. The objective of this work is to restore the sources starting from the obtained mixture, commonly called an inverse problem. These problems are generally unstable and require the methods of optimization or stability. This paper proposes to restore significant value RMS of each component starting from global values RMS resulting from the mixture. This restitution is realized thanks to a method of optimization of the position of the sensors by modal analysis. One validation on a casing made up of two bearings makes it possible to show the effectiveness of the proposed method.

### Mots Clés

Sources vibratoires / problème inverse / analyse modale / RMS

## 1 Introduction

Les accéléromètres piézoélectriques sont d'excellents capteurs pour mesurer les signaux vibratoires afin de diagnostiquer l'état de la machine, Tandon *et al.* (1999). Cependant, les signaux enregistrés par ces capteurs peuvent être le résultat d'un mélange de sources vibratoires provenant des roulements par exemple. Ainsi, si les roulements sont identiques, l'interprétation de l'état de chacun d'entre eux est impossible. La restitution de chaque source peut améliorer leur interprétation. Cependant, l'inversion reste un problème instable du aux erreurs de mesures ou aux parasites sur les signaux. Pour stabiliser le problème, des études proposent d'utiliser des systèmes surdéterminés, c'est à dire des systèmes comprenant plus d'observations que de sources, Pezerat *et al.* (2002), Leclère *et al.* (2005). Ces méthodes requièrent l'utilisation de paramètres dits de régularisation qui sont difficiles à déterminer. Ils peuvent être estimés en fonction des incertitudes sur la matrice de mélange, Janssens *et al.* (2002), sur la matrice de mélange

---

<sup>1</sup>xavier.chiementin@univ-reims.fr

et les observations, Thite *et al.* (2003), ou sur le principe de la L-Curve, Bushby *et al.* (1997). Même si ces paramètres sont déterminés, l'inversion peut supprimer une source. De plus, ces études tentent de restituer les sources sur une large bande de fréquence avec un nombre élevé de capteurs placés "aléatoirement", alors que la stabilité dépend largement de la fréquence et de la position des capteurs. Ce papier propose de considérer ces deux paramètres.

Fabunmi (1986) a mis en évidence l'existence d'un lien entre l'analyse modale et le nombre de sources déterminables sur une bande de fréquence étroite. Il souligne que le nombre de modes participant à la réponse de structure doit être égal ou supérieur au nombre de sources. Lee *et al.* (1994) utilisent cette corrélation pour faire une sélection de mesures qui permet de stabiliser l'inversion. Cependant, cette sélection est réalisée après avoir positionné de nombreux capteurs. Or, notre intérêt est de positionner un nombre limité de capteurs utiles à la restitution, et d'éviter les méthodes de régularisation. Deux approches sont développées pour déterminer la position optimale d'un nombre restreint de capteur. Chacune d'entre elles permet de déterminer des zones où la restitution est stable. Ces zones sont illustrées par des cartes de conditionnement.

## 2 Problèmes inverses en analyse vibratoire

### 2.1 Description

Les problèmes inverses permettent de restituer les sources (entrées) à partir d'observations (sorties).

Dans le domaine vibratoire, les réponses d'une structure,  $y_i(t)$ , résultent du produit de convolution entre le signal temporel des sources,  $x_j(t)$ , et la réponse impulsionnelle de la structure  $t_{i,j}$ , equation (1).

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^p t_{i,j}(t) * x_j(t), \quad i = 1, \dots, m \Rightarrow \mathbf{Y}(\omega) = \mathbf{T}(\omega) \cdot \mathbf{X}(\omega) \quad (1)$$

$p$  est le nombre de sources et  $m$  est le nombre de réponses vibratoires/observations. Dans le domaine fréquentiel, le produit de convolution devient un simple produit, où  $\mathbf{Y}(\omega)$ ,  $\mathbf{X}(\omega)$  et  $\mathbf{T}(\omega)$  sont respectivement les vecteurs réponses, sources et la matrice de mélange.

La décomposition en valeurs singulières de la matrice de mélange fournit une solution simple et efficace du problème inverse linéaire, équation (2).

$$\mathbf{T} = \mathbf{U} \cdot \Sigma \cdot \mathbf{V}^t \quad (2)$$

$\mathbf{U} = (u_1, \dots, u_p)$  et  $\mathbf{V} = (v_1, \dots, v_m)$  sont les matrices orthogonales de type  $(p, p)$  et  $(m, m)$ .  $\Sigma$  est une matrice diagonale dont les éléments sont des valeurs singulières  $\sigma_i$  de la matrice  $\mathbf{T}$ . Les vecteurs orthogonaux  $v_k$  et  $u_k$  sont connus respectivement comme les vecteurs singuliers à droite et les vecteurs singuliers à gauche.

Généralement, les problèmes inverses sont des problèmes mal-posés au sens de Hadamard (1902), c'est à dire qu'ils ne répondent pas à l'un de ces critères : unicité, existence et stabilité de la solution. Dans le domaine vibratoire, la stabilité est difficile à satisfaire. En effet, de petites erreurs sur les données des réponses ou sur les réponses impulsionnelles peuvent entraîner d'importantes erreurs sur les sources calculées. Ces erreurs sont amplifiées par le nombre de conditionnement de la matrice  $\mathbf{T}$ , noté  $c(\mathbf{T})$ . Ainsi, un nombre de conditionnement élevé signifie un mauvais conditionnement de la matrice et un nombre de conditionnement bas signifie un bon conditionnement de la matrice. En d'autres termes, l'inversion est stable pour un petit nombre de conditionnement. Nous proposons de lier la position des capteurs et le nombre de conditionnement à travers l'analyse modale.

### 2.2 Nombre de conditionnement et analyse modale

Par définition, le nombre de conditionnement pour une norme 1 s'écrit :

$$c(\mathbf{T}) = \|\mathbf{T}\|_1 \|\mathbf{T}^{-1}\|_1 \quad (3)$$

d'où :

$$c(\mathbf{T}) = \frac{1}{|\det(\mathbf{T})|} \|\mathbf{T}\|_1 \|\mathbf{T}^{-1}\|_1 \quad \text{avec} \quad \mathbf{T}^{-1} = \frac{{}^t\text{Com}(\mathbf{T})}{\det(\mathbf{T})} \quad (4)$$

Nous désirons obtenir le nombre de conditionnement le plus proche de 1 soit rendre minimale une fonction objectif  $f_{obj}$  définie comme la différence entre le produit des valeurs maximales des colonnes de  $\|\mathbf{T}\|_1$  et  $\|{}^t\text{Com}(\mathbf{T})\|_1$  et le déterminant de  $\mathbf{T}$ .

$$f_{obj} = \left| \|\mathbf{T}\|_1 \|{}^t\text{Com}(\mathbf{T})\|_1 - \det(\mathbf{T}) \right| \text{ avec } \det(\mathbf{T}) \neq 0 \quad (5)$$

Cependant cette relation reste inexploitable directement. On peut simplifier le problème et déclarer que l'inversion sera stable si le dénominateur,  $\det(\mathbf{T})$ , est non nul. Cet aspect de la simplification nécessite une validation expérimentale qui sera réalisée dans les sections suivantes. Dans ce cas, Chimentin *et al.* (2007) explicitent les relations entre l'analyse modale et le déterminant de la matrice. Si le nombre de modes dominants est inférieur au nombre de sources, le nombre de conditionnement est infini ; l'inversion est impossible. Dans le cas contraire, nous avons les relations suivantes 6, 7 respectivement pour un nombre de sources égal à 2 et pour un nombre de sources supérieur à 2.

$$\left| \sum_{j,k=1;j < k}^M \frac{1}{D_j D_k} [\phi_j(x_1)\phi_k(x_2) - \phi_j(x_2)\phi_k(x_1)] [\phi_j(y_1)\phi_k(y_2) - \phi_j(y_2)\phi_k(y_1)] \right| \neq 0 \quad (6)$$

avec

$$D_k = -\omega^2 M_k + i\omega C_k + K_k$$

$M_k$ ,  $C_k$  et  $K_k$  sont les  $k$ -*imes* termes diagonaux de la matrice de masse, de raideur, et d'amortissement exprimés dans la base modale.

$$\left| \sum_{k_1, k_2, \dots, k_p=1}^M \frac{1}{D_{k_1} \dots D_{k_p}} \Phi(x, k_1, \dots, k_p) \cdot \Phi(y, k_1, \dots, k_p) \right| \neq 0, \quad k_1 < k_2 < \dots < k_p, \quad \forall i, \quad k_i \in \mathbb{N} \quad (7)$$

où  $\Phi(x, k_1, \dots, k_p) = \sum_{\substack{i=1 \text{ à } p \\ j=0,1}} (-1)^j \phi_{k_1}(x_{i+(p-1)j}) \phi_{k_2}(x_{i+1+(p-3)j}) \dots \phi_{k_p}(x_{i+(p-1)+(p-(2p-1))j})$

où  $\Phi(y, k_1, \dots, k_p) = \sum_{\substack{i=1 \text{ à } p \\ j=0,1}} (-1)^j \phi_{k_1}(y_{i+(p-1)j}) \phi_{k_2}(y_{i+1+(p-3)j}) \dots \phi_{k_p}(y_{i+(p-1)+(p-(2p-1))j})$

Les indices pour  $x$  et  $y$  sont modulo  $p$ ,  $p \geq 3$

$\phi_i$  est le vecteur propre  $i$ .  $M$  est le nombre de modes dominants ou le nombre de modes participants à la réponse.  $x_i$ ,  $y_i$  sont respectivement la source  $i$  et l'observation  $i$ . Les termes  $\Phi(x, k_1, \dots, k_p)$  correspondent aux sources, et les termes  $\Phi(y, k_1, \dots, k_p)$  correspondent aux observations.

Un mode opératoire a été mis en oeuvre pour utiliser ces équations comme critère de stabilité de l'inversion, soit :

- Réaliser l'analyse modale de la structure,
- Déterminer le nombre de modes dominants par bande de fréquence,
- Sur  $n$  capteurs, positionner  $(n - 1)$  capteurs sur des noeuds de vibrations (noeuds pour lesquels la déformée propre est nulle) pour faciliter la manipulation de la relation équation (7) permettant de placer le  $n - ime$  capteur.

## 3 Validation expérimentale

### 3.1 Définitions

Nous définissons "une source réelle", la cause physique qui peut exciter la structure (un roulement dans notre cas). Ainsi une source réelle peut contenir un défaut d'écaillage et un défaut de bille.

Nous définissons une "source virtuelle", notée  $x$ , le signal enregistré en un point correspondant à un composant. Elle correspond physiquement à une accélération générée par une source réelle fonctionnant seule. Une observation, notée  $y$ , est physiquement une accélération en un point résultant du fonctionnement simultané des sources réelles. Ainsi, l'emplacement d'une source virtuelle peut être l'emplacement d'une observation.

### 3.2 Description du banc expérimental

Le banc expérimental utilisé est un carter constitué d'un arbre et de deux roulements. Le système est entraîné par un moteur de 10kW, à la vitesse de rotation de 1500tr/mn, Figure 1.a.

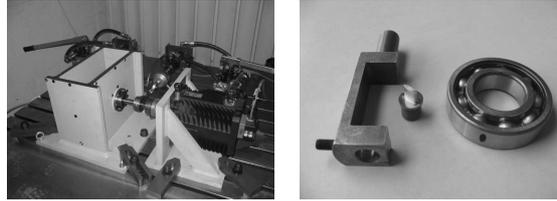


FIG. 1 – (a.) Banc d'essai expérimentale. (b.) Outils pour l'électroérosion des roulements

Les défauts sont simulés. Ils sont débouchants sur chaque bague et sont réalisés par électroérosion. Ainsi, chaque source réelle est endommagée par un défaut sur bague extérieure d'une surface de  $20\text{mm}^2$ , Figure 1.b. En parallèle, un modèle numérique recalé est réalisé à l'aide d'un logiciel éléments finis. Il est constitué de 29617 noeuds et 33000 éléments solide. Les roulements sont intégrés à l'aide d'une "toolbox" réalisée et explicitée par Debray *et al.* (2004).

### 3.3 Détermination des cartes de conditionnement

#### 3.3.1 Position des sources virtuelles, observations

Les deux sources virtuelles sont placées sur les deux faces du carter comprenant le palier, Figure 2. Nous choisissons comme première observation le point où se situe la première source virtuelle. Le choix de la position du deuxième capteur est déterminé par l'emploi des cartes de conditionnement. Celles-ci peuvent être déterminées par deux approches : numérique et expérimentale.

#### 3.3.2 Par l'approche numérique

Dans un premier temps, les cartes de conditionnement sont déterminées grâce au modèle numérique pour les fréquences de défauts (fondamental, 90Hz, et harmoniques), pour mettre en valeur les zones possibles de bon conditionnement. Ces cartes sont identiques pour une bande 0-400Hz.

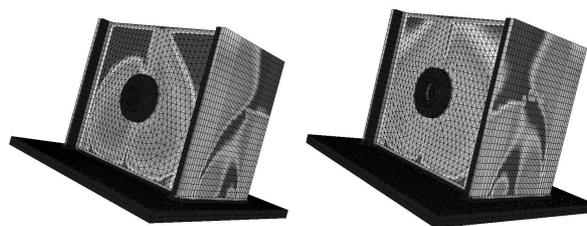


FIG. 2 – Carte de conditionnement pour la bande 0-400Hz, vue 3/4 avant et 3/4 arrière

Les cartes de conditionnement présentent des zones où le nombre de conditionnement est petit (zones claires), donc des zones stables. Ainsi, d'après les résultats, nous choisissons de positionner la deuxième observation sur la deuxième source virtuelle. Finalement, deux capteurs sont utilisés pour déterminer les sources virtuelles, les observations, et les sources restituées.

#### 3.3.3 Par l'approche expérimentale

L'approche expérimentale nécessite de connaître les modes dominants par l'analyse modale sur la plage de fréquence 0-400Hz. Deux modes (modes 4 et 5) dominent à raison de 87.8% pour cette plage et pour les points de mesures considérés. Leurs déformées propres sont représentées en figure 3. Ainsi, le système se résume à un système 2 sources, 2 observations, 2 modes d'où l'utilisation de la formule 8 résultant de l'équation 6 pour déterminer la position de la deuxième observation.

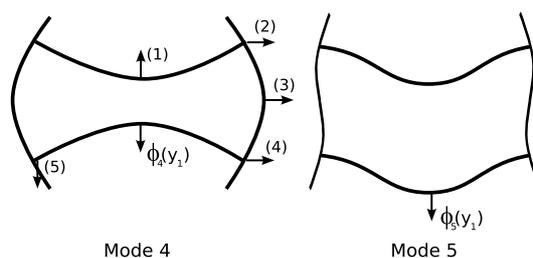


FIG. 3 – Déformées modales des modes dominants vue de dessus

$$\Phi_4(y_1)\Phi_5(y_2) - \Phi_4(y_2)\Phi_5(y_1) \neq 0 \quad (8)$$

Plusieurs cas, matérialisés par des numéros sur la figure 3, sont considérés pour la positionner :

- L’observation 2 est placée près de la première observation : les déformées propres sont quasiment égales, donc la relation 6 s’annule ce qui génère un nombre de conditionnement élevé. Plus le capteur 2 s’éloigne, meilleur est ce nombre. Ceci signifie que le capteur 2 doit être de préférence placé sur une autre face du carter.
- Le capteur 2 est placé en (1) : dans ce cas nous avons  $\Phi_4(y_1) = -\Phi_4(y_2)$  et  $\Phi_5(y_2) = \Phi_5(y_1)$ , donc  $\Phi_4(y_1)\Phi_5(y_2) - \Phi_4(y_2)\Phi_5(y_1) = 2\Phi_4(y_1)\Phi_5(y_1) \neq 0$ . Le conditionnement sera ici très bon.
- L’observation 2 est placée en (3) :  $\Phi_5(y_2) = 0$ , donc  $\Phi_4(y_1)\Phi_5(y_2) - \Phi_4(y_2)\Phi_5(y_1) = -\Phi_4(y_2)\Phi_5(y_1) \neq 0$ . Le conditionnement est également très bon.
- L’observation 2 est placée en (5) :  $\Phi_5(y_2) = 0$  donc et  $\Phi_4(y_2) = 0$   $\Phi_4(y_1)\Phi_5(y_2) - \Phi_4(y_2)\Phi_5(y_1) = 0$ . Le conditionnement sera très mauvais.
- L’observation est placée en (2) ou (4) : la différence semble peu importante car les déformées propres sont quasi identiques mais cet exemple est plus délicat. En (2) le conditionnement sera bon mais pas en (4). Mathématiquement nous avons les égalités suivantes :  $\Phi_4(y_2)_{(2)} = \Phi_4(y_2)_{(4)}$  et  $\Phi_5(y_2)_{(2)} = -\Phi_5(y_2)_{(4)}$ . Ainsi la relation à vérifier est, dans le cas (4), nulle.

D’après ces différents cas, nous pouvons affirmer qu’il n’est pas toujours facile d’interpréter les zones bien conditionnées. Certains cas, comme le point (1) ou (3), sont très facile à étudier. Par contre la différence entre la position (2) et (4) est plus difficile à interpréter.

Nous pouvons dire avec certitude que la face où se trouve la deuxième source est une zone bien conditionnée. Nous pouvons ajouter avec certitude que la zone où se trouve le premier capteur est à éviter, ce qui est de bon sens. Pratiquement on ne positionnerait pas les deux capteurs sur la même face.

### 3.4 Restitution d’un indicateur temporel

Nous décidons de restituer un indicateur temporel (valeur RMS) pour chacune des sources réelles. Ainsi, les valeurs RMS des signaux enregistrées par les deux accéléromètres sont calculées avant et après inversion. L’inversion est réalisée soit sur des signaux sur une bande de fréquence 0-1kHz (cas non optimisé), soit sur des signaux filtrés autour de la fondamentale et trois harmoniques (cas optimisé, sur la bande 0-400Hz). Les résultats sont répertoriés dans le tableau 1.

0-1kHz	Obs.	s. mes.	s. cal.	Filtré	Obs.	s. mes.	s. cal.
Acc.1	0.342	0.158	0.282	Acc.1	0.0247	0.0140	0.0158
Acc.2	0.351	0.291	0.387	Acc.2	0.0173	0.0261	0.0244

TAB. 1 – Valeur RMS sur la bande 0-1kHz et valeurs RMS filtrées autour de la fondamentale et trois harmoniques

Dans le cas de la restitution sur la bande 0-1kHz, les valeurs RMS des signaux mélangés sont supérieures aux valeurs RMS mesurées en présence d’un seul roulement endommagé. Cependant, les valeurs RMS des deux signaux restitués ne sont pas satisfaisants. Les écarts relatifs entre les valeurs mesurées

en présence d'un seul des roulements défectueux et les valeurs mesurées sur les signaux restitués sont de 78% et 33%.

Par contre les résultats, dans le cadre d'une restitution optimisée, sont très satisfaisants. Les erreurs relatives n'excèdent pas les 13%. Ainsi les valeurs RMS calculées après inversion sont représentatives des valeurs RMS mesurées dans le cas d'un seul roulement défectueux, sur la bande de fréquence étudiée. Cependant, notons que nous sommes limités à une bande de fréquence relativement étroite (entre 0 et 400Hz) car les zones optimisées par les cartes de conditionnement ne sont valables que dans cette bande. D'ailleurs, ceci pénalise la signification de la valeur RMS car elle ne reflète qu'un signal avec une bande relativement étroite, ce qui peut poser des problèmes d'interprétation. Dans notre cas, les valeurs RMS de la source 2 sont plus élevées que pour le mélange sur l'accéléromètre 2.

La procédure de stabilisation de l'inversion est ainsi validée sur des signaux filtrés autour de la fondamentale et des harmoniques.

## 4 CONCLUSION

Les techniques d'inversion dans le cadre vibro-acoustique souffrent d'instabilité lors de l'inversion. Ce papier propose de restituer les valeurs RMS caractéristiques de chaque composant pouvant être défectueux. Cette restitution est réalisée à travers des cartes de conditionnement (représentatifs de la position des capteurs pour améliorer l'inversion) qui sont déterminées soit numériquement, soit expérimentalement à travers l'analyse modale. La restitution est ainsi stabilisée pour une bande étroite de fréquence autour de fréquence fondamentale et d'harmoniques. L'emploi de cette méthodologie permet d'obtenir des résultats satisfaisants améliorant considérablement les résultats obtenus par une simple inversion sur une bande relativement étroite de fréquence. Notre travail s'oriente actuellement vers une restitution sur une large bande de fréquence.

## Références

- Busby, H.R., Trujillo, D.M. 1997 Optimal regularization of an inverse dynamics problem. *Computers and Structures*. **63(2)** 243-248
- Chimentin, X., Bolaers, F., Rasolofondraibe, L., Dron, J.P. 2007 Inverse approach for the restitution and the localization of vibratory sources. *Journal Vibration and Control*. En presse
- Debray, K., Bogard, F., Guo, Y.Q. 2004 Numerical vibration analysis on defect detection in revolving machines using two bearing models. *Archive of Applied Mechanics*. **74(1-2)** 287-314
- Fabunmi, J.A. 1986 Effects of structural modes on vibratory force determination by the pseudo-inverse technique. *AIAA Journal*. **24(3)** 504-509
- Hadamard, J. 1902 Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. *Princeton University Bulletin*.
- Janssens, M.H.A., Verheij, J.W., Loyau, T. 2002 Experimental example of the pseudo-forces method used in characterization of a structure-borne sound source. *Applied Acoustics*. **63** 9-34
- Leclère, Q., Pezerat, C., Laulagnet, B., Polac L. 2005 Indirect measurement of main bearing loads in an operating diesel engine. *Journal of Sound and Vibration*. **286(1-2)** 341-361
- Lee, J.K. Park, Y.-S 1994 Response selection and dynamic damper application to improve the identification of multiple input forces of narrow frequency band. *Mechanical System and Signal Processing*. **8(6)** 649-664
- Pezerat, C., Loyau, T., Guyader, J.L. 2002 Characterisation of vibration sources on a set of plates using the riff technique. *Noise Control Engineering Journal*. **50(2)** 50-57
- Tandon, N., Choudhury, A. 1999 A review of vibration and acoustic measurement methods for the detection of defects in rolling element bearings. *Tribology International*. **32** 469-480
- Thite, A.N., Thompson, D.J. 2003 The quantification of structure-borne transmission paths by inverse methods. Part 1 : improved singular value rejection methods. *Journal of Sound and Vibration*. **264** 411-431