



HAL
open science

Analyse des instabilités de couplage en présence d'amortissement et d'actions gyroscopiques

Benjamin Herve, Jean-Jacques Sinou, Hervé Mahé, Louis Jezequel

► **To cite this version:**

Benjamin Herve, Jean-Jacques Sinou, Hervé Mahé, Louis Jezequel. Analyse des instabilités de couplage en présence d'amortissement et d'actions gyroscopiques. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03362520

HAL Id: hal-03362520

<https://hal.science/hal-03362520>

Submitted on 1 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Analyse des instabilités de couplage en présence d'amortissement et d'actions gyroscopiques

Benjamin HERVÉ* ^(1&2), Jean-Jacques SINOÛ ⁽²⁾, Hervé MAHÉ ⁽¹⁾ & Louis JÉZÉQUEL ⁽²⁾

⁽¹⁾ Valeo Transmissions, Centre d'Étude des Produits Nouveaux
Espace Industriel Nord, Route de Poulainville, 80009 Amiens Cedex 1, France

⁽²⁾ École Centrale de Lyon
Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes UMR-CNRS 5513
Équipe Dynamique des Systèmes et des Structures
36, Avenue Guy de Collongue, 69134 Ecully Cedex, France

* benjamin.herve@ec-lyon.fr

Résumé :

Ce papier traite d'un phénomène acoustique, le grincement d'embrayage automobile, en tant qu'instabilité de couplage modal engendré par du frottement. Un modèle d'auto-couplage est d'abord proposé, qui présente un effet circulatoire non-conservatif dû aux forces de frottement.

La stabilité est ensuite analysée par la détermination des valeurs propres des équations linéarisées du système. Les effets des actions circulatoire et gyroscopique sont pris en compte afin de déterminer leur influence sur le domaine de stabilité, à la fois analytiquement et numériquement. Leurs effets respectifs et combinés sont analysés avec et sans amortissement; d'importants résultats concernant le rôle et l'interaction de chaque paramètre sur la stabilité globale sont établis. Il en ressort que l'amortissement structurel est un facteur essentiel; en outre, une relation particulière avec les effets gyroscopiques est mise en évidence.

La possibilité d'optimiser à la fois le domaine de stabilité et sa robustesse vis-à-vis des incertitudes sur le système est discutée.

Abstract :

This paper deals with an audible disturbance known as automotive clutch squeal noise on the viewpoint of friction-induced mode coupling instability. First of all, an auto-coupling model is presented showing a non-conservative circulatory effects originated from friction forces.

Secondly, stability analysis is investigated by the determination of the eigenvalues of the system linearized equations. The effects of the circulatory and gyroscopic actions are undertaken in order to determine their influence on the stability region, both analytically and numerically. Separate and combined effects are analysed with and without structural damping; some important points concerning the role and interaction of each parameter on the whole stability are obtained. Not only is the structural damping shown to be of primary importance, but also a particular relationship to the gyroscopic effects is exposed.

A way to optimize both the stability range and its robustness with regard to uncertainty on the system parameters is discussed.

Mots-clefs :

Stabilité, amortissement, gyroscopique

1 Introduction

Le grincement d'embrayage est un bruit de fréquences élevées, jusqu'à plusieurs kHz, pouvant se manifester dans la phase de patinage de l'embrayage au décollage d'un véhicule automobile. Il résulte d'une mise en vibration spontanée causée par le frottement. Quatre mécanismes fondamentaux permettent d'appréhender de tels phénomènes, qui sont le stick-slip, le gradient de frottement négatif, le sprag-slip et le couplage instable de modes. Le lecteur intéressé en trouvera un aperçu dans Ibrahim (1994) et Kinkaid *et al.* (2003) par exemple.

Un modèle phénoménologique de couplage de modes est décrit dans la première partie. Il comprend 2 degrés de liberté (ddl) caractérisés par leur inertie, amortissement et raideur, et qui subissent un couplage circulaire et gyroscopique. Une étude de la stabilité de l'équilibre est ensuite proposée, qui montre l'influence majeure de l'amortissement structural, conformément aux résultats de Sinou *et al.* (2007), Hoffmann *et al.* (2003) et Shink *et al.* (2002) par exemple. L'interaction avec l'aspect gyroscopique est également mise en avant et intégrée dans une description générale du domaine de stabilité, pour aboutir enfin à des préconisations de conception visant à la stabilisation robuste des systèmes couplés.

2 Modèle analytique

Le modèle étudié, représenté en Fig. 1, comprend 2 disques (A) et (B) en rotation coaxiale et en contact frottant permanent au travers de 4 éléments déformables également répartis sur un rayon R . En outre, (A) tourne à la vitesse ω et est libre de basculer suivant les angles θ et ϕ . $Oxyz$ est le repère d'étude lié à (A), h la distance du centre d'inertie O de (A) à la surface de frottement, μ le coefficient de frottement supposé constant, k et c la raideur et l'amortissement visqueux respectivement de chaque élément déformable, supposés positifs, et J les inerties. Les indices désignent les éléments suivant Ox (θ), Oy (ϕ) et Oz (ϖ), et au contact (c). Enfin, il est supposé que les rotations s'effectuent dans le sens indiqué sur la Fig. 1 et (B) tourne plus vite que (A).

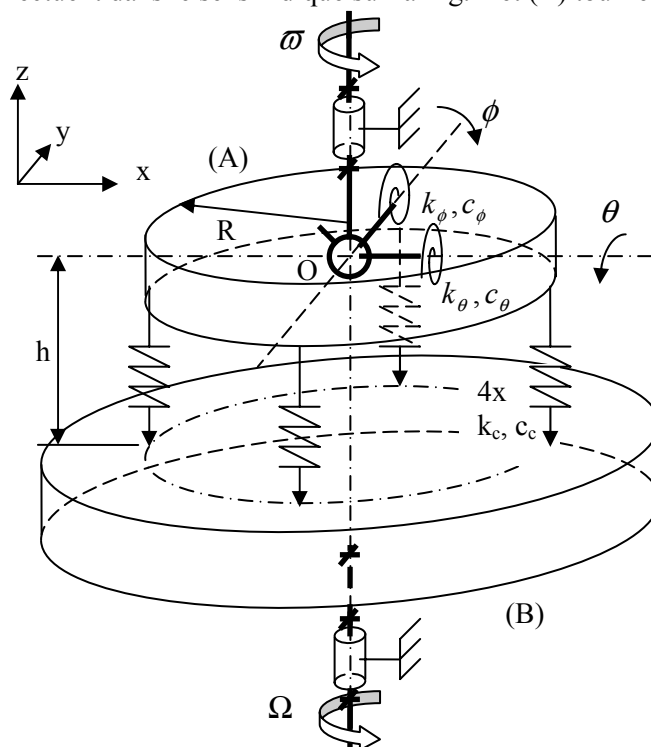


FIG. 1 – Modèle de couplage des modes de basculement d'un disque tournant avec frottement

Tenant compte des conventions choisies, l'équation du mouvement linéarisée à l'équilibre représenté sur la Fig. 1 pour les basculements de (A) dans son repère propre s'écrit

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = 0 \quad (1)$$

où $\mathbf{X} = [\theta \quad \phi]^T$ représente la position de (A) mesurée par rapport à l'équilibre et

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} J_\theta & 0 \\ 0 & J_\phi \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_\theta + 2R^2c_c & -\mu R h c_c - (J_\theta + J_\phi - J_\sigma)\varpi \\ \mu R h c_c + (J_\theta + J_\phi - J_\sigma)\varpi & c_\phi + 2R^2c_c \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_\theta + 2R^2k_c + (J_\sigma - J_\phi)\varpi^2 & -\mu R h k_c \\ \mu R h k_c & k_\phi + 2R^2k_c + (J_\sigma - J_\theta)\varpi^2 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Pour finir, l'équation est adimensionalisée par rapport aux inerties et en temps avec $J_\theta = J_\phi$:

$$\begin{bmatrix} x_1'' \\ x_2'' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\xi & \rho \\ -\rho & 2\alpha\beta\xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \varphi \\ -\varphi & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

5 paramètres réels positifs caractérisent alors l'équilibre: α le rapport des pulsations naturelles, pris tel que $\alpha \geq 1$, ξ l'amortissement réduit du ddl de référence, β le rapport de l'amortissement réduit du second ddl par rapport au premier, φ l'action circulatoire et ρ l'action gyroscopique.

3 Étude de stabilité

Les solutions non-nulles de l'Eq. 5 s'écrivent dans le cas général non-résonant sous la forme

$$\mathbf{X}(\tau) = \sum a_n e^{\lambda_n(\tau - \tau_{0n})} \mathbf{X}_{0n}. \quad (6)$$

L'identification de la solution dans l'Eq. 5 donne l'équation aux valeurs propres généralisée

$$\left(\lambda^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 2\xi & \rho \\ -\rho & 2\alpha\beta\xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \varphi \\ -\varphi & \alpha^2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

D'après le théorème de Hartman-Grobman la nature non-marginale de l'équilibre ne change pas quand on linéarise l'équation du mouvement. Aussi, si la partie réelle de toutes les solutions de l'Eq. 7 est négative alors l'équilibre est stable. Si au moins l'une est positive alors l'équilibre est instable. Si de surcroît la partie imaginaire de la valeur propre instable est non-nulle, l'instabilité est de type flottement. Enfin, la nature ne dépend pas de la base d'étude.

3.1 Systèmes non-amortis

Afin de mettre en évidence l'interaction des termes de couplage, circulatoire et gyroscopique, dans la stabilité du système, l'étude est d'abord restreinte aux systèmes non-amortis, de la forme

$$\left(\lambda^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 0 & \rho \\ -\rho & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \varphi \\ -\varphi & \alpha^2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

dont l'équation caractéristique s'écrit

$$(\lambda^2 + 1)(\lambda^2 + \alpha^2) + (\rho\lambda + \varphi)^2 = 0. \quad (9)$$

Les solutions de l'Eq. 9 ne sont jamais réelles et sont imaginaires pures lorsque φ est nul ou lorsque ρ est nul et $|\varphi|$ est inférieur ou égal à $(\alpha^2-1)/2$. Du fait que le terme d'ordre 3 est nul dans l'Eq. 9 l'équilibre est instable par flottement partout ailleurs. Ce résultat est indépendant de la valeur de α ; toutefois, elle est choisie différente de 1 pour illustrer le cas général. Les parties imaginaire et réelle des solutions, identifiables respectivement à la pulsation et à l'«incrément» logarithmique des modes couplés, sont représentées sur la Fig. 2 dans le plan (φ, ρ) . Les intersections sont également accentuées et projetées dans le plan de base de la figure.

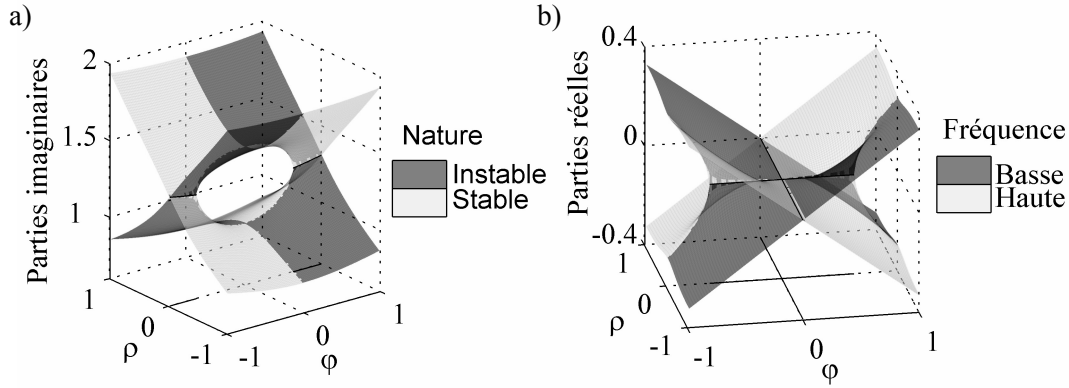


FIG. 2 – Valeurs propres du système non amorti dans le plan des actions circulaire (φ) et gyroscopique (ρ), parties imaginaire (a) et réelle (b), avec $\alpha=1.5$

En corollaire du résultat, le système non-amorti est partout soit instable soit structurellement instable. Il en résulte que l'amortissement ne peut pas être négligé dans une étude de stabilité.

3.2 Systèmes amortis

Pour déterminer l'influence respective sur la stabilité des actions de couplage en présence d'amortissement, l'Eq. 5 est réécrite dans une base propre de sa matrice de raideur, ce qui donne $\Psi'' + \Delta\Psi' + \Gamma\Psi + \mathbf{K}\Psi = \mathbf{0}$,

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} e_1 & 0 \\ 0 & e_2 \end{bmatrix} \text{ avec } e_1 = \frac{\alpha^2 + 1}{2} + \sqrt{\left(\frac{\alpha^2 - 1}{2}\right)^2 - \varphi^2} \text{ et } e_2 = \frac{\alpha^2 + 1}{2} - \sqrt{\left(\frac{\alpha^2 - 1}{2}\right)^2 - \varphi^2}, \quad (11)$$

$$\Delta = \left[\left(\frac{\alpha^2 - 1}{2} \right)^2 - \varphi^2 \right]^{-1/2} \left(\varphi \rho \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + (\alpha^2 - 1) \xi \begin{bmatrix} \alpha\beta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \frac{\varphi^2 \xi (\alpha\beta + 1)}{e_1 - 1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right), \quad (12)$$

$$\Gamma = \left[\left(\frac{\alpha^2 - 1}{2} \right)^2 - \varphi^2 \right]^{-1/2} \left(\left(\frac{\alpha^2 - 1}{2} \right) \rho - (\alpha\beta - 1) \xi \varphi \right) \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

La formulation obtenue, valable en-dehors de l'origine et des points de coalescences y compris à amortissement nul, fait apparaître une «action gyroscopique totale» Γ , à laquelle contribuent l'action gyroscopique «physique» ainsi que l'action circulaire à un niveau proportionnel au défaut de proportionnalité de l'amortissement structurel $\alpha\beta-1$.

Les parties imaginaire et réelle des solutions sont représentées sur les Fig. 3 et 4 dans le plan (φ, ρ) pour 2 répartitions d'amortissement particulières, un amortissement proportionnel et un amortissement «exclusif» respectivement.

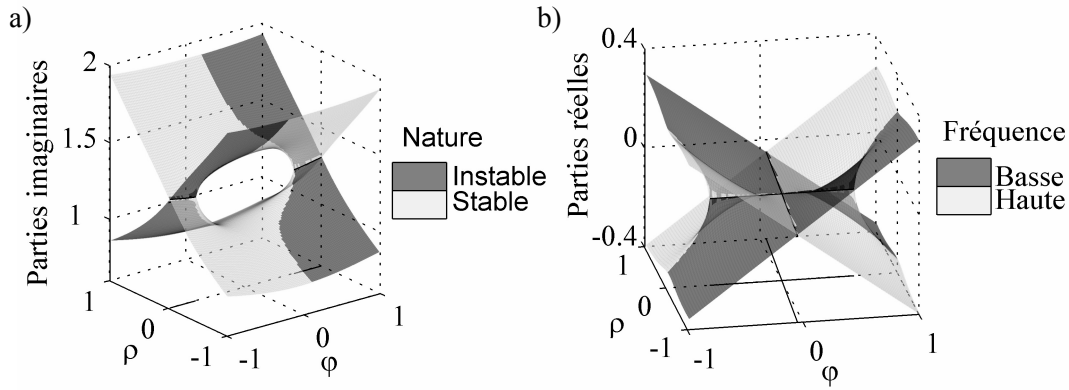


FIG. 3 – Valeurs propres du système amorti proportionnellement ($\alpha\beta=1$) dans le plan (φ,ρ) , avec $\alpha=1.5$ et 10% d’amortissement total $((1+\alpha\beta)\xi=10\%)$

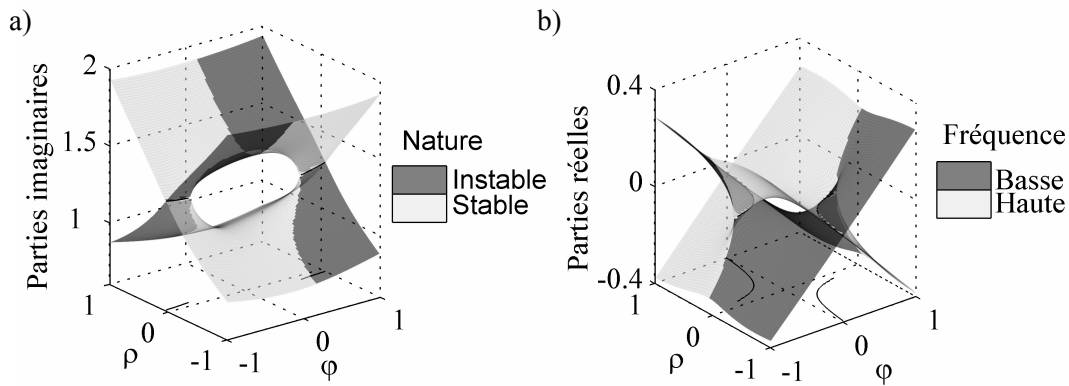


FIG. 4 – Valeurs propres du système amorti uniquement sur le ddl de référence ($\beta=0$) dans le plan (φ,ρ) , avec $\alpha=1.5$ et 10% d’amortissement total

Dans le cas proportionnel, l’action gyroscopique totale et le terme déstabilisant de combinaison des actions de couplage dans l’Eq. 12 sont indépendants de l’amortissement, donc similaires au cas non-amorti. En revanche, un amortissement non-proportionnel induit une contribution gyroscopique de l’action circulatoire, ce qui déforme les nappes. L’amortissement affecte donc doublement la stabilité: il augmente le coefficient d’ordre 3 du polynôme caractéristique, donc abaisse globalement les parties réelles, et sa distribution influe sur l’action gyroscopique totale.

4 Systèmes purement circulatoires

Le système purement circulatoire correspond à un cas particulier important; il s’agit d’une «section» du cas général, correspondant à une écriture de l’Eq. 5 sous la forme

$$\left(\lambda^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} 2\xi & 0 \\ 0 & 2\alpha\beta\xi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \varphi \\ -\varphi & \alpha^2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Le passage à la limite dans le cas d’une action gyroscopique faible se justifie en présence d’amortissement par l’existence alors de domaines continus de stabilité structurelle. En posant $\xi_t = (1 + \alpha\beta)\xi$ l’amortissement total, supposé faible, les frontières de stabilité s’expriment

$$\varphi^2 = \frac{\alpha\beta}{(1 + \alpha\beta)^2} \left[(\alpha^2 - 1)^2 + 4\alpha\xi_t^2 \frac{\alpha + \beta}{1 + \alpha\beta} \right]. \quad (15)$$

La largeur du domaine de stabilité admet un maximum proche de l'amortissement proportionnel pour ξ_t faible, et peut être réduite à 0 dans les cas d'amortissement exclusif. La Fig. 5 présente les parties imaginaires et réelles en fonction de φ pour différentes répartitions d'amortissement.

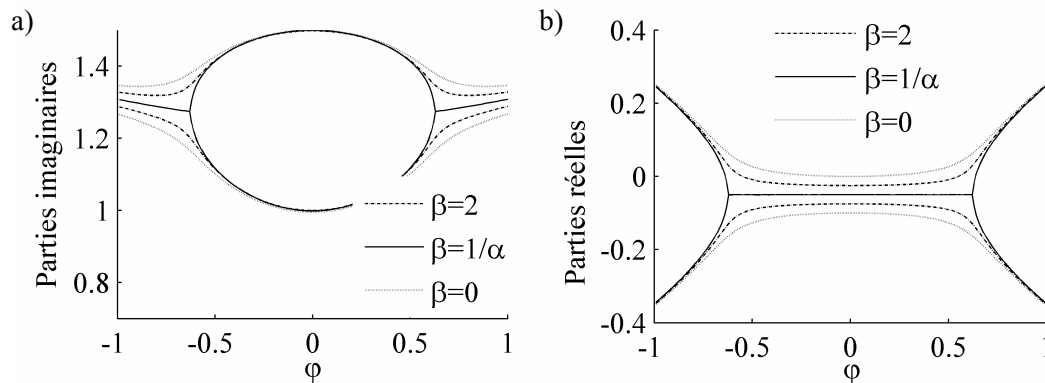


FIG. 5 – Valeurs propres du système purement circulaire amorti en fonction de φ et pour différentes répartitions d'amortissement, avec $\alpha=1.5$ et 10% d'amortissement total

L'aspect gyroscopique induit par la non-proportionnalité de l'amortissement est responsable d'une déformation des nappes, traduite dans la section étudiée par la modification rapidement défavorable des frontières de stabilité, et la séparation des fréquences (non-coalescence pure).

5 Conclusion

Une analyse de stabilité ne peut pas être menée sans une prise en compte de l'amortissement. Sa répartition autant que sa quantité ont une répercussion sur le domaine de stabilité. De la même manière que la proportionnalité pour le cas purement circulaire, des préconisations de répartition visant à l'optimisation robuste des domaines de stabilité peuvent être établies pour des systèmes plus généraux et présentant un couplage à la fois circulaire et gyroscopique.

Références

- Ibrahim, R.A. 1994 Friction-induced vibration, chatter, squeal and chaos: Part I and Part II - Mechanics of contact and friction, ASME Appl. Mech. Rev. 47 (7), pp. 209-253.
- Kinkaid, N., O'Reilly, O., and Papadopoulos, P. 2003 Automotive disc brake squeal, Journal of Sound and Vibration, 267, pp. 105-166.
- Sinou, J.-J., Jézéquel, L. 2007 Mode coupling instability in friction induced vibrations and its dependency on system parameters including damping, European Journal of Mechanics – A/Solids, 26(1), 106-122.
- Hoffmann, N., and Gaul, L. 2003 Effects of damping on mode-coupling instability in friction induced oscillations. ZAMM · Z. Angew. Math. Mech., 83(8), pp. 524-534.
- Shin, K., Brennan, M., Oh, J.-E., and Harris, C. 2002 Analysis of disc brake noise using a two-degree-of-freedom model. Journal of Sound and Vibration, 254, pp. 837-848.