



**HAL**  
open science

## Identification de champs de sources de dissipation : application à la détermination rapide de la courbe d'auto-échauffement d'un matériau à partir d'une éprouvette diabolo

Cédric Doudard, Martin Poncelet, Sylvain Calloch, François Hild, Stéphane  
Roux

### ► To cite this version:

Cédric Doudard, Martin Poncelet, Sylvain Calloch, François Hild, Stéphane Roux. Identification de champs de sources de dissipation : application à la détermination rapide de la courbe d'auto-échauffement d'un matériau à partir d'une éprouvette diabolo. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03362414

**HAL Id: hal-03362414**

**<https://hal.science/hal-03362414>**

Submitted on 1 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Identification de champs de sources de dissipation : application à la détermination rapide de la courbe d'auto-échauffement d'un matériau à partir d'une éprouvette diabolo.

Cédric Doudard, Martin Poncelet, Sylvain Calloch, François Hild, Stéphane Roux

MSN, ENSIETA  
2 rue François Verny, F-29806 Brest cedex 9  
LMT-Cachan, ENS de Cachan, CNRS-UMR 8535, Université Paris 6  
61 av. du Président Wilson F-94235 Cachan cedex  
cedric.doudard@ensieta.fr

## Résumé :

*On propose ici une méthode d'analyse d'un champ de température pour pouvoir, via la résolution de l'équation de la chaleur, en déduire le champ de sources de dissipation associé. Pour illustrer cette démarche, on montre comment on peut obtenir à l'aide d'un seul niveau de chargement la courbe d'auto-échauffement en utilisant une éprouvette diabolo.*

## Abstract :

*From infra-red thermography, a quantitative analysis of heat dissipation sources is proposed via a thermomechanical modelling of a fatigue test on a specimen with a varying cross-section. A novel procedure is introduced to achieve this goal, and its application to an experimental case of self-heating at a single load level is shown to provide a complete identification of a probabilistic modelling of micro-plasticity.*

## Mots-clefs :

**essais d'auto-échauffement ; thermographie ; diffusion ; dissipation**

## 1 Introduction

L'analyse des variations de champs de température au cours d'essais mécaniques est de plus en plus utilisée que ce soit pour mettre en évidence un phénomène, ou pour identifier des paramètres "macroscopiques" (vitesse de propagation des bandes PLC (1; 2), propriétés à la fatigue (3; 4; 9; 5; 6)), ou pour valider le cadre thermodynamique d'un modèle macroscopique. Pour pouvoir aller plus loin dans l'écriture de modèles thermomécaniques combinant les aspects mécaniques et énergétiques qui accompagnent ces phénomènes souvent localisés dans l'éprouvette, il est nécessaire de déterminer le champ de sources dues à la dissipation intrinsèque ou aux couplages thermodynamiques associés au phénomène étudié au cours d'essais mécaniques. Ce champ est identifié en analysant le champ de température mesuré. Ce passage du champ de température au champ de source nécessite la résolution de l'équation de la chaleur. Nous proposons ici une méthode où la base de résolution est celle de Fourier complétée par une base qui permette de tenir compte des conditions aux limites (un polynôme du second degré). Ainsi la première partie de la base (de Fourier) sert à décrire les fluctuations locales, alors que la seconde décrit les fluctuations de façon globale (en moyenne).

Afin de valider la démarche proposée, elle est appliquée à un essai d'auto-échauffement qui permet d'identifier rapidement les propriétés à la fatigue (e.g., la dispersion (9)). Cet essai est généralement réalisé sur éprouvette à section constante. Il consiste alors à mesurer l'échauffement moyen de l'éprouvette sous chargements cycliques pour différents niveaux d'amplitudes

des contraintes (analyse 0D du problème). Nous proposons de réaliser cet essai sur une éprouvette diablo (i.e., à section variable). Le but est alors d'identifier le champ de sources de dissipation suivant la longueur de l'éprouvette (i.e., en fonction de l'amplitude des contraintes) en appliquant la démarche proposée. On montre alors, d'une part, que le résultat ainsi obtenu est conforme à celui obtenu sur éprouvette à section constante (analyse 0D) ce qui valide l'approche proposée, et, d'autre part, que la courbe d'auto-échauffement peut ainsi être déterminée à partir d'un seul niveau de chargement.

## 2 Équation de la chaleur

### 2.1 Écriture générale locale

Le cadre théorique utilisé est celui de la Thermodynamique des milieux continus (7). Les variables d'état considérées sont les variables observables  $T$ , la température,  $\varepsilon^e = \varepsilon - \varepsilon^p$ , le tenseur des déformations réversibles avec  $\varepsilon^p$  le tenseur des déformations irréversibles et  $\varepsilon$  le tenseur des déformations totales. Il est souvent ajouté à ces variables un certain nombre de variables internes  $V_k$  complétant la description de l'état thermodynamique. Les processus ainsi définis seront thermodynamiquement admissibles, si, à chaque instant de l'évolution, la conservation de l'énergie (le premier principe de la thermodynamique) et l'inégalité de Clausius-Duhem (le second principe) sont respectées. L'équation de la chaleur se déduit de l'expression locale de la conservation de l'énergie en l'écrivant en fonction du potentiel de Helmholtz  $\Psi = e - Ts$  (avec  $e$  l'énergie interne spécifique et  $s$  la densité d'entropie)

$$\rho c \dot{T} + \text{div}(\vec{q}) = \Delta + r + \rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial V_k \partial T} \dot{V}_k + \rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon^e \partial T} : \dot{\varepsilon}^e = S_t \quad (1)$$

où  $c = -T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial T \partial T}$  est la chaleur spécifique,  $\rho$  la masse volumique,  $\vec{q}(M)$  le vecteur flux de chaleur et  $S_t$  le terme source décomposé en trois contributions :

- la dissipation intrinsèque  $\Delta = \Sigma : \varepsilon^p - A_k \dot{V}_k \geq 0$  où  $\Sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^e}$  et  $A_k = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial V_k}$  ;
  - la densité volumique de production interne de chaleur à distance  $r$  ;
  - la part due aux couplages thermomécaniques  $\rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial V_k \partial T} \dot{V}_k + \rho T \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon^e \partial T} : \dot{\varepsilon}^e$ .
- avec  $A_k = \frac{\partial \Psi}{\partial V_k}$  et  $\Sigma = \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^e}$ . L'équation (1) relie le taux d'absorption ou de désorption de la chaleur ( $\rho c \dot{T}$ ) aux pertes par conduction ( $\text{div}(\vec{q})$ ) et aux termes sources.

### 2.2 Application à l'essai d'auto-échauffement

Dans le cadre de l'essai d'auto-échauffement (mais aussi dans le cadre d'autres études), plusieurs hypothèses simplificatrices peuvent être faites (8). Elles reposent, entre autres, sur le fait que les variations de températures mesurées sont faibles ( $\theta = T - T_0 < 10 K$ , avec  $T_0$  la température initiale). Ainsi, nous considérons que :

- $c$  est indépendant de la température ;
- la convection interne est négligeable (i.e.,  $\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t}$ ) ;
- le terme source dû au rayonnement est constant dans le temps ;
- la loi de diffusion de la chaleur considérée est la relation de Fourier :  $\vec{q} = -\lambda' \vec{\text{grad}} T$ , avec  $\lambda'$  le coefficient de conductivité thermique du milieu (supposé isotrope pour la diffusion).
- le seul terme de couplage non négligé dans le terme source est la contribution thermo-élastique définie par  $C_1 = T \rho \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varepsilon^e \partial T} : \dot{\varepsilon}^e$ .

La dernière hypothèse concerne les caractéristiques du champ de température. Au cours de l'étude de l'essai d'auto-échauffement d'une éprouvette à section constante, on considère sou-

vent la température moyenne dans la zone utile de l'éprouvette (analyse 0D) (10; 9). L'étude de ce seul terme est suffisante pour permettre l'identification du terme source moyen constant dans la zone utile (la contrainte étant constante) et ainsi identifier les propriétés à la fatigue. Dans le cas d'une éprouvette diabolo, le champ de contrainte étant hétérogène, le champ de sources l'est aussi, ainsi que le champ de température (et cette fois-ci pas seulement à cause des phénomènes de conduction). Néanmoins la contrainte n'évoluant en première approximation que suivant la longueur de l'éprouvette (direction de l'espace notée  $\vec{x}$ ), il est possible de considérer la moyenne de la température dans chaque section droite pour la résolution de l'équation de la chaleur. Ainsi cette température moyenne est seulement une fonction de  $x$  (analyse 1D). On montre alors que l'équation de la chaleur s'écrit

$$\rho c \dot{\theta}(x, t) + \frac{\rho c \theta(x, t)}{\tau'_{eq}} - \lambda' \frac{\partial^2 \theta(x, t)}{\partial x^2} - \lambda' \frac{\partial \theta(x, t)}{\partial x} \frac{\partial S(x)}{\partial x} \frac{1}{S(x)} = S_t(x, t), \quad (2)$$

où  $\tau'_{eq}$  est une constante de temps caractéristique des fuites thermiques par échange avec l'air (11; 8) et  $S(x)$  est la section de l'éprouvette. Les conditions aux limites associées sont (condition de troisième espèce)

$$-\frac{\partial \theta}{\partial x}(\pm L/2, t) = \pm \lambda_2 \theta(\pm L/2, t). \quad (3)$$

où  $\lambda_2^{-1} = \lambda'/h_2$ , avec  $h_2$  le coefficient d'échange thermique entre l'éprouvette et les mors de la machine. Les pertes dues aux échanges avec l'air sont négligées devant celles avec les mors. En conséquence le deuxième terme de l'équation de la chaleur peut être négligé. Dans la suite, nous allons présenter la démarche proposée pour la résolution de cette équation (i.e., l'identification d'un champ sources thermiques à l'aide de la mesure de champ de température).

### 2.3 Méthode proposée

Si l'on décompose l'évolution de la température stabilisée sur une base de Fourier, on montre qu'elle n'est pas compatible avec l'équation (3). Certains auteurs préconisent alors, non sans un certain succès, l'utilisation d'une base de Fourier modifiée pour tenir compte des conditions limites (8). Ainsi les pulsations dépendent des conditions aux limites, ce qui rend difficile l'extension de son domaine d'utilisation au cas de structures, où ces dernières sont plus difficiles à déterminer. Il est proposé ici de compléter cette base par un polynôme de degré 2 qui permettra de rendre compte des phénomènes de conduction. On considère donc l'évolution de la température stabilisée suivante

$$\bar{\theta} = ax^2 + bx + c + \sum_{k>0} \theta'_{ak} \cos(w_k x) + \theta'_{bk} \sin(w_k x), \quad (4)$$

où  $w_k = \frac{2\pi k}{L}$ . En utilisant l'équation (2), on en déduit (si on néglige les pertes latérales)

$$\begin{aligned} -\lambda' 2a(1 + g(x)) - \lambda' b \frac{h(x)}{L} + \lambda' \left[ \sum_{k>0} w_k^2 \theta'_{ak} \cos(w_k x) + \theta'_{bk} \sin(w_k x) \right] \\ + \lambda' \left[ \sum_{k>0} w_k \theta'_{ak} \sin(w_k x) \frac{h(x)}{L} - w_k \theta'_{bk} \cos(w_k x) \frac{h(x)}{L} \right] = S_t(x), \end{aligned} \quad (5)$$

où  $g(x) = \frac{\partial S(x)}{\partial x} \frac{x}{S(x)}$  et  $h(x) = \frac{\partial S(x)}{\partial x} \frac{L}{S(x)}$ . On obtient alors les relations suivantes (en projetant sur les différents vecteurs de la base de Fourier)

$$St_0 = -2a\lambda'(1 + g_0) - \lambda' b \frac{h_0}{L} + \lambda' \left[ \sum_{k>0} w_k \theta'_{ak} \frac{h_{bk}}{2L} - w_k \theta'_{bk} \frac{h_{ak}}{2L} \right], \quad (6)$$

$$\frac{St_{ak}}{\lambda'} = w_k^2 \theta'_{ak} - 2a g_{ak} - b \frac{h_{ak}}{L} + \sum_{j>0} \frac{w_j}{2L} [\theta'_{aj} (h_{bj-k} + h_{bj+k}) - \theta'_{bj} (h_{aj+k} + h_{aj-k})], \quad (7)$$

$$\frac{St_{bk}}{\lambda'} = w_k^2 \theta'_{bk} - 2a g_{bk} - b \frac{h_{bk}}{L} + \sum_{j>0} \frac{w_j}{2L} [\theta'_{aj} (h_{aj-k} - h_{aj+k}) - \theta'_{bj} (h_{bj+k} - h_{bj-k})], \quad (8)$$

où  $Q_{ak} = (Q, \cos(w_k x))$ ,  $Q_{bk} = (Q, \sin(w_k x))$  et  $(Q, P) = 1/L \int_{-L/2}^{L/2} QP dx$ . La décomposition du champ de sources moyen sur une base de Fourier se déduit des différents termes de la décomposition du champ de température sur la base proposée, et elle ne dépend pas de paramètres modélisant les conditions aux limites.

### 3 Détermination de la courbe d'auto-échauffement à partir d'une éprouvette diabolo

#### 3.1 Définition de la courbe d'auto-échauffement

L'identification des propriétés à la fatigue des matériaux par des essais traditionnels reste longue et coûteuse. C'est pourquoi depuis plusieurs années des méthodes d'identification rapide ont été développées (12; 3; 4). La détermination de la courbe d'auto-échauffement du matériau est l'une d'entre elles. Cet essai consiste à appliquer à une éprouvette, dont la section dans la partie utile est constante, une séquence de chargements cycliques d'amplitude constante par bloc de quelques milliers de cycles. Pour chaque niveau de chargement (i.e., pour chaque bloc) l'évolution de la température de l'éprouvette est enregistrée au cours du chargement. On constate généralement que la température moyenne tend à se stabiliser à une valeur  $\bar{\theta}$ , qui dépend de l'amplitude du chargement  $\Sigma_0$  et de la fréquence du chargement  $f_r$ . La figure 2.1 montre la courbe d'auto-échauffement d'un acier dual-phase (i.e., l'évolution de  $\bar{\theta}$  en fonction de l'amplitude du chargement). On observe qu'après une certaine limite, la température stationnaire croît de manière significative. Ceci correspond à une activation de la microplasticité qui engendre une dissipation intrinsèque. Pour décrire ces effets thermiques, il a été proposé une approche probabiliste, qui est également pertinente pour décrire le comportement à la fatigue si l'on suppose que cette même activité microplastique est responsable de la ruine en fatigue (9). On montre alors que la dissipation par cycle  $\Delta$  est reliée à l'amplitude du chargement par

$$\Delta = \delta(m) \Sigma_0^{m+2}, \quad (9)$$

où  $\delta(m)$  est un paramètre dépendant du matériau et  $m$  le module de Weibull. Dans le cas d'une éprouvette à section constante, cette dissipation induit une variation de la température moyenne de l'éprouvette qui peut être déterminée en résolvant l'équation de la chaleur (version 0D). On montre que la température stationnaire est alors reliée à l'amplitude du chargement par

$$\bar{\theta} = \frac{f_r \delta \tau_{eq} \Sigma_0^{m+2}}{\rho c}. \quad (10)$$

où  $\tau_{eq}$  est une constante de temps dépendant des fuites thermiques et  $f_r$  la fréquence de sollicitation du chargement. Le module de Weibull peut donc être identifié à partir de la courbe d'auto-échauffement (9), cf. figure 2.1. Pour ce matériau, on obtient  $m = 12.5$ . Dans la suite il est proposé d'analyser les mesures d'auto-échauffement obtenues sur une éprouvette diabolo.

### 3.2 Cas de l'éprouvette diabololo

Pour une éprouvette diabololo, où  $R_u = 80$  mm et  $l_0 = 10$  mm, la contrainte varie suivant la longueur  $x$ . On montre que le terme source moyen peut être relié à  $x$ , par

$$S_t(x) = \delta \Sigma(x)^{m+2} = \delta (\Sigma_{0M})^{m+2} \left[ 1 + \frac{2R_u}{l_0} \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{x}{R_u} \right)^2} \right) \right]^{1/m+2}, \quad (11)$$

où  $\Sigma_{0M}$  est l'amplitude des contraintes maximales. Un essai d'auto-échauffement a été réalisé sur une éprouvette diabololo en acier dual-phase à une fréquence de sollicitation de 10Hz. La figure 1 représente la variation de la température stabilisée suivant l'axe  $\vec{x}$  pour une amplitude maximale des contraintes égale à 320 MPa obtenue par thermographie infrarouge (JADE IRFPA, résolution :  $320 \times 356$  pixels, longueur d'onde :  $3-5 \mu\text{m}$ ).

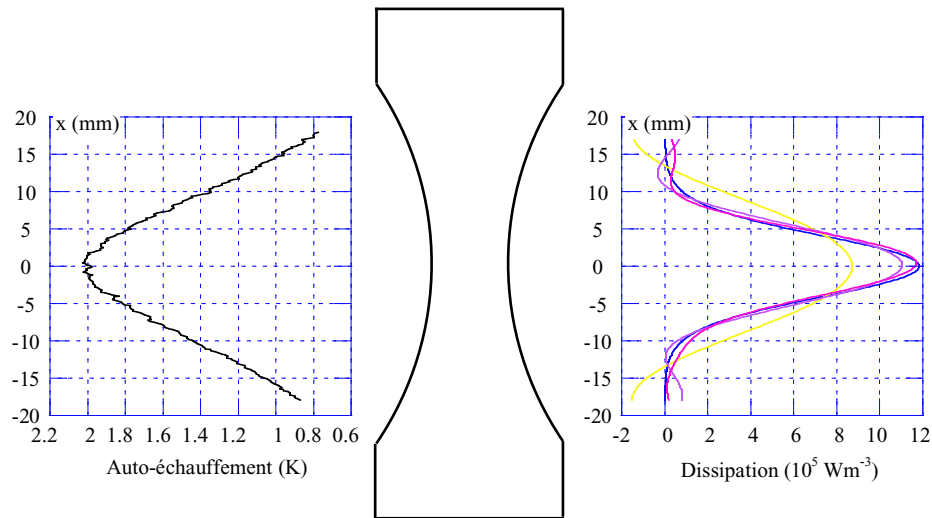


FIG. 1 – gauche - Variation de la température suivant l'axe  $\vec{x}$  ( $f_r = 10\text{Hz}$ ) - droite - Identification du champ source à partir d'un champ de température mesuré sur une éprouvette diabololo sous sollicitations cycliques avec  $\lambda' = 64 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$  (10) (bleu = référence ( $m=12.5$ ), rouge = résultat avec la première harmonique, jaune = avec les deux premières harmoniques, violet = avec les trois premières harmoniques).

En utilisant le modèle proposé, on identifie alors le champs de source montré sur la figure 1. La courbe d'échauffement du matériau peut alors être déduite de ce résultat, à savoir la répartition des sources en fonction de l'amplitude des contraintes (Fig. 2.2).

La figure 2.2 montre qu'on obtient  $m = 12$  avec l'analyse de l'auto-échauffement d'une éprouvette diabololo. Par la méthode traditionnelle, on obtenait  $m = 12.5$  (Fig. 2.1). Cela valide d'une part la méthode utilisée pour l'identification du champ de sources, et d'autre part l'utilisation d'une éprouvette diabololo pour l'identification du module de Weibull  $m$ .

## 4 Conclusion

La démarche proposée repose sur l'utilisation d'une base de projection pour le champ de température composée d'un polynôme du second degré pour la modélisation de la source moyenne complété par une base de Fourier pour les fluctuations locales. La faisabilité de la démarche proposée a été validée au cours de l'étude de l'auto-échauffement d'une éprouvette diabololo en la comparant à celle d'une éprouvette à section constante.

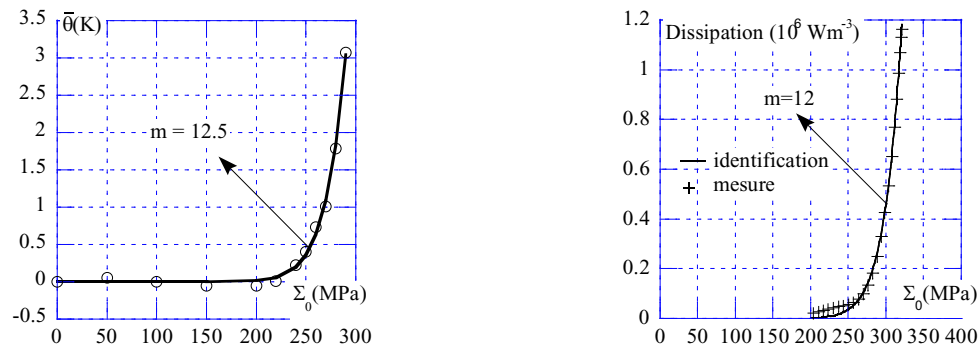


FIG. 2 – Courbes d’auto-échauffement d’un acier dual-phase : - gauche - obtenue par analyse d’une éprouvette à section droite (évolution de la température moyenne stabilisée en fonction de l’amplitude du chargement) ; - droite - obtenue par analyse d’une éprouvette diabolo (intensité des sources en fonction de l’amplitude des contraintes).

## Références

- [1] N. Ranc, D. Wagner, Some aspects of Portevin-Le Chatelier plastic instabilities investigated by infrared pyrometry, *Mater. Sc. Engng.* A394 :87–95, 2005.
- [2] H. Louche, P. Vacher, R. Arrieux, Thermal observations associated with the Portevin-Le Chatelier effect in an Al-Mg alloy, *Mater. Sc. Engng.* A 404 :188–196, 2005.
- [3] M. P. Luong, K. Dang Van, Metal Fatigue Limit Evaluation Using Infrared Thermography, *Proceedings of AITA, Capri (Italy)*, 1994.
- [4] G. La Rosa, A. Risitano, Thermographic methodology for rapid determination of the fatigue limit of materials and mechanical components, *Int. J. Fatigue*, 22 :65–73, 2000.
- [5] C. Doudard, M. Poncelet, S. Calloch, C. Boué, F. Hild, A. Galtier, Determination of an HCF criterion by thermal measurements under biaxial cyclic loading, *Int. J. Fatigue*, 29 :748–757, 2007.
- [6] M. Poncelet, C. Doudard, S. Calloch, F. Hild, B. Weber, A. Galtier, Prediction of self-heating measurements under proportional and non-proportional multiaxial cyclic loadings, *C.R. Mécanique*, in press, 2007.
- [7] J. Lemaitre, J.-L. Chaboche, Mechanics of Solid Materials, *Cambridge University Press, Cambridge (UK)*, 1990.
- [8] A. Chrysochoos, H. Louche, An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation, *Int. J. Eng. Sc.*, 38 :1759–1788, 2000.
- [9] C. Doudard, S. Calloch, F. Hild, P. Cugy, A. Galtier, A probabilistic two-scale model for high cycle fatigue life predictions, *Fat. Fract. Engng. Mater. Struct.*, 28 :279–288, 2005.
- [10] T. Boulanger, A. Chrysochoos, C. Mabru, A. Galtier, Calorimetric Analysis of Dissipative and Thermoelastic Effects Associated with the Fatigue Behavior of Steels, *Int. J. Fatigue*, 26 :221–229, 2004.
- [11] A. B. De Vriendt, La Transmission de la chaleur, *Morin, Québec (Canada)*, 1987.
- [12] H. F. Moore, J. B. Kommers, *Chem. Met. Eng.*, 25 :1141–1144, 1921.