



**HAL**  
open science

## Modélisation de la coalescence de deux bulles d'air dans une colonne d'eau, Diagramme de coalescence

Jean-Michel Martinez, X. Chesneau, Belkacem Zeghmati

### ► To cite this version:

Jean-Michel Martinez, X. Chesneau, Belkacem Zeghmati. Modélisation de la coalescence de deux bulles d'air dans une colonne d'eau, Diagramme de coalescence. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03362197

**HAL Id: hal-03362197**

**<https://hal.science/hal-03362197v1>**

Submitted on 1 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Modélisation de la coalescence de deux bulles d'air dans une colonne d'eau, Diagramme de coalescence

J.M. Martinez, X. Chesneau, B. Zeghmati

Laboratoire de Mathématiques et Physiques des Systèmes  
Groupe de Mécanique et Energétique (M.E.P.S.-G.M.E.)  
52 avenue Paul Alduy, 66860 Perpignan cedex  
martinez@univ-perp.fr

### Résumé :

*Une étude numérique de la coalescence de deux bulles d'air dans une colonne d'eau au repos est présentée. Une technique de modélisation et simulation des écoulements diphasiques à interfaces mobiles de type PLIC-VOF (Piecewise Linear Interface Construction – Volume Of Fluid) a été utilisée pour déterminer le champ de vitesse et l'évolution spatio-temporelle de l'interface air-liquide. Une amélioration de la méthode PLIC-VOF a été réalisée à travers l'implémentation d'un algorithme de calcul de la courbure de l'interface air-liquide, ainsi que d'un algorithme d'advection assurant une meilleure conservation de la matière au cours du temps. Un « diagramme de coalescence » décrivant la longueur normalisée de l'interface en fonction du temps est décrit, ainsi qu'un nombre adimensionnel définissant le temps de coalescence. Nous analysons l'influence, pour plusieurs températures, de la distance initiale entre les bulles sur la coalescence.*

### Abstract :

*The dynamics of bubbles coalescence in a quiescent water column is presented. A numerical technic for the front tracking interface modelisation and simulation is used to determine the spatio-temporal interface evolution and velocities field. A PLIC-VOF method has been elaborated and an improvement of the classic method has been realized with the implementation of our curvature calculus method and our advection algorithm which maintain a better mass conservation in time. A « coalescence diagramm » which describes the normalize lentgh of the interface along the time is investigated. An adimensional number allowing to define the time coalescence is used to investigate the influence of the initial distance between both bubbles for several temperatures.*

**Mots-clefs : Coalescence de bulles, Diagramme h, Nombre MCZ**

### 1 Introduction :

La modélisation et la simulation des écoulements diphasiques à bulles représentent de nos jours un enjeu crucial. Présentes dans de nombreux processus industriels, les bulles d'air sont soit, un atout (Vinification, émulsions, écumage, sonoluminescence), soit un défaut à éliminer (Cavitation, fabrication du verre, des métaux). Aussi, les écoulements diphasiques ont-ils fait l'objet de nombreux travaux. Citons notamment les précurseurs, Narayanan et al (1974) qui ont présenté une classification de la coalescence en fonction du nombre de Reynolds. D'autres auteurs comme Chen et al. (1998) ont procédé à la simulation de ce phénomène dans une colonne d'eau au repos à l'aide de techniques numériques à interfaces mobiles telle que la méthode PLIC-VOF. Cette dernière permet de représenter l'évolution spatio-temporelle de l'interface air-liquide ainsi que le champ de vitesses. De nombreux travaux, tels que ceux de

Meier et al. (2002) ou Scardovelli et Zaleski (2003) ont conduit à l'amélioration de cette technique.

Notre intérêt s'est porté particulièrement sur le phénomène de coalescence en présence de deux ou plusieurs bulles. Ce travail fait suite à des travaux qui ont contribué à améliorer la méthode PLIC-VOF par une nouvelle technique de prise en compte de la tension superficielle et a fait l'objet d'une publication Martinez et al. (2005), ainsi qu'une étude de la coalescence de deux bulles d'air dans une colonne d'eau au repos Martinez et al. (2006). Nous proposons dans cet article, une méthode de classification de la coalescence à travers un nombre adimensionnel et un « diagramme de coalescence ».

## 2 Formulation mathématique :

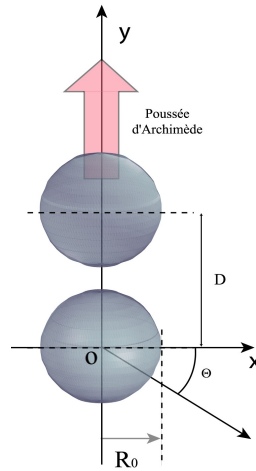


Fig. 1 : Schéma du modèle

Nous considérons deux bulles d'air remontant en ligne droite dans de l'eau supposée au repos. Le système de coordonnées choisi est axisymétrique et l'axe [Oy] est axe de symétrie de révolution. Les deux bulles d'air sont immobiles à l'instant initial et placées dans un domaine semi-infini. La coalescence se produit lors de la remontée des deux bulles sous l'action de la poussée d'Archimède. Le mouvement des bulles est décrit par les équations du mouvement soit :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \vec{U})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{U} \otimes \vec{U}) = -\vec{\nabla} P + \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot [\mu(\vec{\nabla} U + \vec{\nabla} U^T)] + \vec{F}_{sv} \quad (2)$$

avec

$$\begin{aligned} \rho(\vec{X}, t) &= \rho_l F(\vec{X}, t) + [1 - F(\vec{X}, t)] \rho_g \\ \mu(\vec{X}, t) &= \mu_l F(\vec{X}, t) + [1 - F(\vec{X}, t)] \mu_g \end{aligned} \quad (3)$$

Dans l'équation (2), les symboles  $\otimes$  et  $\vec{\nabla}$  représentent respectivement le produit tensoriel extérieur et l'opérateur nabla. Le vecteur  $\vec{U}$ , est la vitesse locale de la particule fluide pour la coordonnée  $\vec{X}(x, y, \theta)$ ,  $\rho$ ,  $\mu$  et  $\sigma$  sont respectivement la masse volumique, la viscosité

dynamique et la tension superficielle des fluides en présence (dans notre système nous avons utilisé de l'air et de l'eau).  $P$  est la pression,  $\vec{g}$  la gravité et  $F_{sv}$  la force de tension superficielle volumique. Les indices  $l$  et  $g$  indiquent respectivement le liquide et le gaz.  $F$  est une fonction de couleur de type Heaviside désignant la phase dans laquelle on se situe, 0 pour le gaz, 1 pour le liquide et entre 0 et 1 à l'interface. La force de tension superficielle est transformée en force volumique à l'aide du modèle de Brackbill et al (1992). Ce modèle transforme la force surfacique, en force volumique en utilisant une fonction delta de Dirac centrée sur l'interface. La force ainsi définie s'exprime suivant la relation :

$$F_{sv} = \sigma \kappa (\vec{X}) \delta_s(\vec{X}) \vec{n} \quad (4)$$

avec

$$\kappa = \left| \frac{d\vec{n}}{ds} \right| = -(\vec{\nabla} \cdot \vec{n}) \quad (5)$$

et

$$\vec{n} = \frac{\vec{\nabla} F}{|\vec{\nabla} F|} \quad (6)$$

L'équation (6) permet de définir le vecteur unitaire normal à l'interface liquide-gaz. Afin de mettre en évidence l'évolution spatio-temporelle de cette même interface, il est nécessaire d'accompagner les équations (1) et (2), d'une équation de transport de la fonction de couleur  $F$  suivant la relation :

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{U} F) = 0 \quad (7)$$

Aux équations (1-2), nous associons les conditions aux limites de Neumann sur chacune des limites du domaine.

### 3 Méthode numérique

Une méthode de projection explicite a été utilisée pour résoudre les équations de Navier-Stokes avec une discrétisation de second ordre selon un schéma MAC (Marker and Cell). De nombreuses améliorations ont été apportées à cette méthode avec notamment l'utilisation d'une technique de superposition des maillages décalés que nous avons élaborée, afin de déterminer une interpolation des propriétés physiques à l'interface air-liquide par bilan d'aire. La technique de superposition des maillages permet aussi de calculer la courbure de l'interface à partir de sa définition (éq. 5) en assurant d'une part, la détermination d'une valeur de la courbure plus précise que les méthodes de Brackbill et al (1992) et Meier (2002), et d'autre part, un calcul localisé à l'interface liquide-air sans diffusion numérique. En effet, cette méthode fait apparaître une erreur moyenne de 4,35% entre le calcul exact de la courbure d'un cercle de rayon  $R_0=1$ , qui a pour valeur  $\kappa = \frac{1}{R_0} = 1$  et la valeur moyenne des courbures locales calculées à partir de notre méthode en fonction du nombre de noeuds du maillage. Le calcul de la courbure est nécessaire pour déterminer la contribution de la tension superficielle sur le phénomène de coalescence suivant la relation (4). En utilisant une approche identique à celle correspondant à la superposition des maillages, nous avons aussi mis en oeuvre un algorithme d'advection de l'interface assurant une meilleure conservation de la matière au cours du temps dans les tests de translation et de rotation.

	Erreur sur la conservation de la matière dans le test de translation	Erreur sur la conservation de la matière dans le test de rotation
Notre algorithme	0,0000387	0,000297
Version Test	0,0317	0,0140
SLIC	0,108	0,0838
SOLA-VOF	0,160	0,0962

En effet, différents tests ont été effectués pour valider l'algorithme. Citons notamment, les tests de cisaillement et d'isotropie qui conduisent à un bon accord qualitatif et quantitatif avec les résultats de références, Zaleski (2003). Une description plus détaillée des méthodes citées précédemment, est reportée dans les articles de Martinez et al. (2005 et 2006).

#### 4 Résultats

Une méthode de classification a été développée afin de comparer les différents types de coalescence que nous avons pu observer expérimentalement, Martinez (2005). En effet, trois phénomènes ont pu être observés en fonction de la taille initiale des bulles et des nombres de Reynolds et de Bond représentant le rapport entre les forces de surface et les forces d'inertie. La méthode proposée consiste à décrire l'évolution de la longueur normalisée de l'interface air-liquide en fonction du temps. Nous avons associé à cette évolution un nombre adimensionnel  $MCZ(t)$  relatif à la coalescence, soit :

$$MCZ(t) = \frac{\mu_l^2 \rho_g D^2}{\mu_g \rho_l \sigma R_0 \Delta t} h(t) \quad (8)$$

avec

$$h(t) = \frac{L(t)}{L_0} \quad (9)$$

ou  $D$ ,  $R_0$ ,  $\Delta t$ ,  $L(t)$  et  $L_0$  représentent respectivement, la distance initiale entre les bulles, le rayon initial de chaque bulle, le pas de temps, la longueur de l'interface air-liquide, et la longueur initiale de l'interface.

De plus, nous avons défini un second nombre adimensionnel  $\overline{MCZ}$  qui permet suivant un paramètre  $\tau$  de comparer le temps de coalescence défini à partir du diagramme  $MCZ(t)$ . Ce nombre est définie suivant la relation :

$$\overline{MCZ} = \frac{\mu_l^2 \rho_g R_0}{\mu_g \rho_l \sigma \tau} \quad (10)$$

Le temps de coalescence défini à partir du diagramme de coalescence  $MCZ(t)$ , dans lequel est représenté la longueur normalisée de l'interface air-liquide en fonction du temps, fait apparaître deux extrémums correspondant respectivement à l'instant où le contact entre les deux bulles se produit et initie la coalescence, et celui où la coalescence est, par définition, considérée finie (cf Fig.2). La différence temporelle entre ces deux extrémums est nommée « temps de coalescence ». Sur l'exemple reportée en figure 2, les propriétés physiques utilisées, sont celles de l'eau pure pour une température de 20°C,  $\rho_l = 998,21 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\mu_l = 1002.10^{-6} \text{ kg.m}^{-1}.s^{-1}$  et de l'air pur  $\rho_l = 1,188 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $\mu_l = 18,24.10^{-6} \text{ kg.m}^{-1}.s^{-1}$ . Ces propriétés conduisent à des rapports de masse volumique de 840 et de viscosité de 55. La tension superficielle du couple

eau-air est prise égale à  $0,072714 \text{ N.m}^{-1}$ . Le rayon initial  $R_0$  des deux bulles est égal à  $2,85 \text{ mm}$  et la distance initiale  $D$  entre les centres de chaque bulle est de  $2,5R_0$ . Le pas de temps utilisé pour la simulation est de  $4 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ . Le temps de coalescence  $\tau$  correspondant aux critères mentionnés ci-dessus est de  $116,8 \text{ ms}$ .

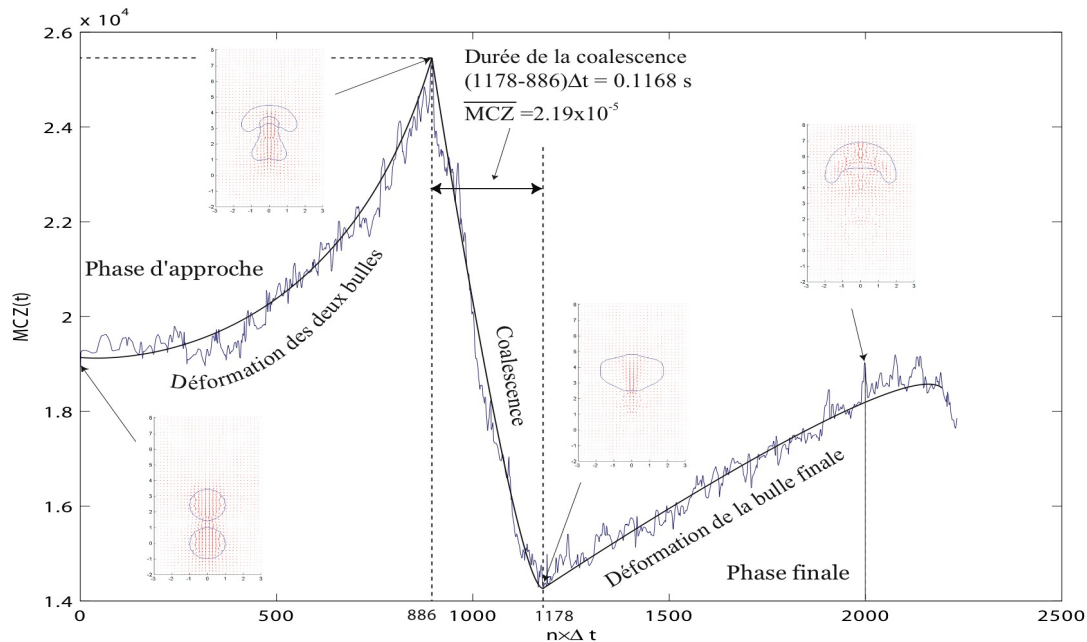


Fig.2 Diagramme de coalescence

La figure 3, reporte les valeurs du nombre  $\overline{MCZ}$  en fonction de la distance initiale  $D$  adimensionnée par rapport au rayon, pour quatre températures différentes.

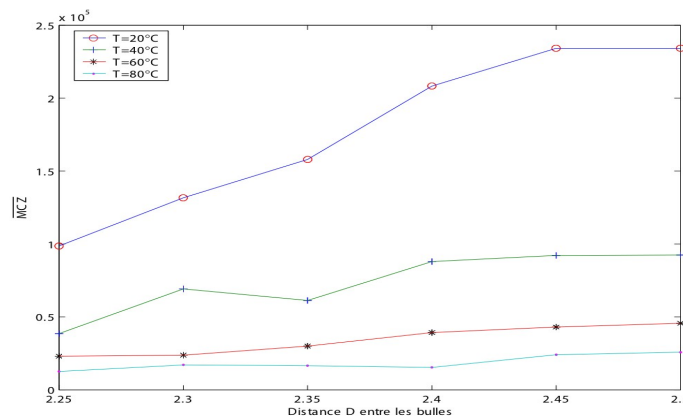


Fig.3 Influence de la distance initiale  $D$  entre les bulles pour plusieurs températures

Nous constatons que le nombre  $\overline{MCZ}$  décroît en fonction de la température. Aussi, celle-ci agit elle sur les rapports de masses volumiques et des viscosités augmentant par la même le temps de coalescence. De plus, on remarque que, pour des températures supérieures à  $40^\circ\text{C}$  la distance initiale a peu d'influence sur le temps de coalescence. Pour une température de  $20^\circ\text{C}$ , le nombre  $\overline{MCZ}$  prend des valeurs élevées et son évolution en fonction de la distance  $D$  due à la valeur des forces de tension superficielle montre que pour une distance  $D$  faible correspondant à

2,25R<sub>0</sub>, la forme des bulles n'est pas propice à la coalescence. Il s'ensuit que dans cette configuration, les forces de tension superficielle engendrent une augmentation du temps de coalescence.

### Conclusion :

Nous avons simulé la coalescence de deux bulles d'air alignées dans une colonne d'eau au repos à l'aide de la méthode PLIC-VOF. Cette méthode est basée sur des algorithmes que nous avons élaborés pour améliorer le calcul de la contribution de la tension superficielle lors de la coalescence, en assurant une meilleure conservation de la quantité de matière. Nos résultats ont conduit à l'élaboration d'un « diagramme de coalescence » basé sur l'évolution au cours du temps de la longueur normalisée de l'interface liquide-gaz. Ce diagramme permet de mettre en évidence d'une part les principales étapes de la coalescence de deux bulles d'air et d'autre part, de comparer les coalescences sur la base d'un temps  $\tau$  appelé temps de coalescence. Un nombre adimensionnel est associé à ce temps et permet d'évaluer l'influence de la température et de la distance initiale entre les bulles.

### Références

- Tse K.L., Martin T., Mc Farlane C.M., Nienow A.W., 2003 Small bubble formation via a coalescence dependent break-up mechanism, *Chemical Engineering science*, Vol. **58**, pp. 275-286
- Narayanan S., Goossens L.H.J., Kossen N.W.F., 1974 Coalescence of two bubbles rising in line at low Reynolds number, *Chemical Engineering Science*, Vol. **29**, pp. 2071-2082
- Chen L., Li Y., 1998, A numerical method for two-phase flows with an interface, *Environmental Modelling & Software*, Vol **13**, pp 247-255
- Meier M., Yadigaroglu G., Smith B.L. 2002 A novel technique for including surface tension in PLIC-VOF methods *Eur. J. Mech. B/Fluids*, Vol. **21**, pp. 61-73
- Scardovelli R., Zaleski S., 2003 Interface reconstruction with least-square fit and split Eulerian-Lagrangian advection, *International Journal for numerical methods in fluids*, Vol. **41**, pp. 251-274
- Martinez J.M., Chesneau X., Zeghmati B., 2006 A new curvature technique calculation for surface tension contribution in PLIC-VOF method, *Computational Mechanics*, Vol **37**, pp. 182-193
- Martinez J.M., Chesneau X., Zeghmati B., 2005 Numerical and experimental studies of air bubbles coalescence in a quiescent water column, *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, Vol **3**, A21
- Brackbill J.U., Kothe D.B., Zemach C., 1992 A continuum method for modeling surface tension, *J. Comps. Phys.*, Vol **100**, pp. 335-354
- Martinez J.M., (2005) Etude théorique et expérimentale de la coalescence de deux bulles d'air dans une colonne d'eau, thèse de troisième cycle de l' Université de Perpignan Via Domitia