



**HAL**  
open science

## Description multifractale de la morphologie des surfaces de fracture de matériaux élastomères

Djedjiga Ait Aouit, Abdeldjalil Ouahabi

► **To cite this version:**

Djedjiga Ait Aouit, Abdeldjalil Ouahabi. Description multifractale de la morphologie des surfaces de fracture de matériaux élastomères. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03362184

**HAL Id: hal-03362184**

**<https://hal.science/hal-03362184>**

Submitted on 1 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Description multifractale de la morphologie des surfaces de fracture de matériaux élastomères

Djedjiga AIT AOUIT, Abdeldjalil OUAHABI

*Ecole polytechnique de Tours  
Laboratoire de Mécanique et de Rhéologie  
7, avenue marcel dassault, 37200 Tours  
djedjiga.aitaouit@univ-tours.fr*

### Résumé :

*Nous exploitons dans ce travail le formalisme multifractal pour étudier l'influence de la taille des particules renforçantes (grains de noir de carbone) sur les surfaces de fracture et l'orientation des formes géométriques de la microtexture sur ces surfaces. Ces particules sont ajoutées dans la matrice du polymère afin d'améliorer les propriétés physiques, chimiques et mécaniques du matériau.*

*Ce formalisme permet d'établir un lien entre une description géométrique et une description statistique des traces de fracture sur le chemin de propagation de la fissure, s'appuyant sur la notion de dimension fractale et des lois d'échelles.*

*L'exploitation du spectre multifractal de Legendre permet d'opérer une discrimination entre les textures des surfaces de fracture. A l'aide de l'analyse spectrale de Fourier nous déterminerons les directions principales des motifs de fracture sur la surface.*

### Abstract :

*A multifractal formalism is applied to investigate the influence of the reinforcement particle sizes of carbon black on the fracture surfaces of the reinforced polymer and the geometrical shapes orientation of the microtexture on these surfaces. The particles are added in the polymer matrix in order to improve the physical, chemical and mechanical properties of the material.*

*This formalism based on the fractal dimension and the scale laws notions, establish a link between a geometrical and a statistical descriptions of the fracture marks on the crack way. The exploitation of the Legendre multifractal spectrum parameters permit to discriminate the texture of the fracture surfaces. Using the Fourier spectral analysis we determine the principal directions of the fracture marks.*

**Mots-clefs : Multifractal, singularité, fracture.**

### 1 Introduction

La morphologie des surfaces de fracture contient de nombreux renseignements sur les mécanismes microstructuraux qui ont mené à la rupture d'un matériau. Ces deux dernières décades, beaucoup de travaux sont orientés vers l'étude fractographique en exploitant des techniques de traitement d'images Wojnar (1990 et 1999).

Une nouvelle approche de l'étude de la fatigue des matériaux fondée sur la morphométrie qui consiste à réaliser une analyse quantitative des images microscopiques des surfaces de fracture est proposée dans ce travail. En effet, Benoit Mandelbrot a observé en 1984 que les surfaces de fracture présentent des propriétés d'invariances d'échelles de grandeur. Par ailleurs, il a été montré que le concept de la géométrie fractale est un outil efficace pour l'étude fractographique, par exemple les travaux de Stach (2003, 2004 et 2006) ont prouvé cette efficacité. Les travaux de James *et al* (2005) et ceux de Jing *et al* (2006) consacrés à l'étude de la morphologie des surfaces de fracture de certains matériaux métalliques et céramiques concluent que ces surfaces exhibent un caractère multifractal.

Le fondement de notre approche consiste à faire une analyse multifractale de la morphologie des surfaces de fracture sur différentes zones de fissuration d'un matériau élastomère pour des différentes tailles de particules renforçantes (noir de carbone). L'outil d'analyse est le spectre de singularité, dont la largeur est porteuse d'information sur l'architecture des structures de singularités formées lors des différentes étapes de fissuration. La description théorique de cette analyse ainsi que les moyens expérimentaux utilisés sont développés dans la partie 2 de ce papier. Nous présenterons les résultats obtenus à l'aide de l'analyse multifractale et spectrale de Fourier dans la partie 3. Et enfin nous concluons ce travail dans la partie 4.

## 2 Méthodes théoriques et moyens expérimentaux

### 2.1 Description des données

Des éprouvettes rectangulaires entaillées de dimensions moyennes (40 mm de longueur  $\times$  9 mm de largeur  $\times$  2 mm d'épaisseur) ont été soumises à des sollicitations dynamiques (principalement en traction) par la machine d'essais dynamiques (TA instrument DMA 2980) sous les conditions de chargement mécanique et thermique suivantes (les essais ont été menés jusqu'à la rupture du matériau) :

- taux de déformation : +/- 10%
- fréquence de sollicitation : 30 Hz
- température : 120°C.

L'étude de l'endommagement et de la tenue à la fissuration passe d'abord par une caractérisation de la microstructure initiale et de son évolution en cours de la déformation et de l'endommagement. Les surfaces de fracture sont analysées à l'aide du microscope électronique à balayage (MEB, JOEL JSM-6480 LV), l'acquisition est faite en mode d'émission d'électrons secondaires- HV, (Cf. figure 1).

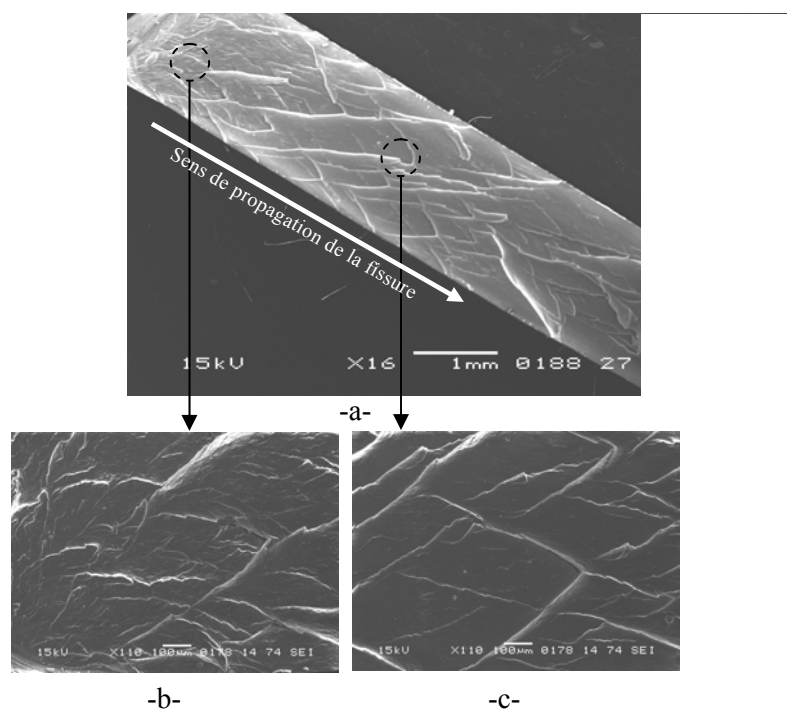


FIG. 1 - Analyse microscopique au MEB d'un faciès de rupture :  
a) faciès entier, b) zone d'amorçage, c) zone de propagation.

## 2.2 Description mathématique de l'analyse multifractale

Un ensemble est dit multifractal s'il est composé de sous-ensembles  $F_h$  iso-fractals, et chacun des sous-ensembles se révèle être un ensemble fractal s'il exhibe la même structure géométrique à différentes échelles.

On peut simplement obtenir une décomposition hiérarchique de l'image en affectant chaque pixel  $(i, j)$  au sous-ensemble  $F_h$  associé à la valeur  $h$  de l'exposant de singularité calculé en ce point :

$$F_h = \{(i, j) / h(i, j) \approx h\}$$

L'image peut être ainsi caractérisée par ses singularités, i.e. par l'ensemble des pixels sur lesquels se produisent les transitions de niveau de gris les plus importantes.

L'algorithme exploité dans ce travail est proposé par Stanczyk et Sharpe en 1999 dans le contexte de discrimination de la texture des images naturelles, cet algorithme de calcul du spectre multifractal est fondé sur la transformée de Legendre et la technique du comptage de boîtes (BCM :box-counting-method). Nous avons adapté cet algorithme dans le cas de notre étude à identifier l'architecture des structures de singularité formées lors de la propagation de la fissure dans le matériau.

Nous rappelons brièvement quelques fondements théoriques sur le principe de calcul de ce spectre. Soit  $\mu$  la probabilité de Borel définie dans  $[0,1] \times [0,1]$  et  $\nu_n$  la taille incrémentée des boîtes. On définit les sous-régions d'une image comme suit :

$$I_{i,j,n} = \left[ \frac{i}{\nu_n}, \frac{i+1}{\nu_n} \right] \times \left[ \frac{j}{\nu_n}, \frac{j+1}{\nu_n} \right]$$

On considère la quantité  $\tau_n$  définie par la formule suivante :

$$\tau_n(q) = - \frac{\log \left( \sum_{i,j} \mu(I_{i,j,n})^q \right)}{\log \nu_n} \quad \text{et si } \lim_{n \rightarrow \infty} \tau_n(q) = \tau(q) \text{ on peut dire que la mesure } \mu \text{ exhibe}$$

un comportement multifractal au voisinage de  $(i,j)$ . Avec  $q$  l'ordre des moments dans un intervalle non vide.  $\tau(q)$  est la fonction de partition, elle décrit le comportement globale de la mesure. Pour la description locale des structures de singularité, l'exposant de Hölder  $\alpha$  est défini ainsi :

$$\alpha_{I_{i,j}}(q) = \frac{d\tau(q)}{dq}$$

Le spectre de Legendre  $f(\alpha)$  correspond simplement à la transformée de Legendre de la fonction de partition  $\tau(q)$  :

$$f(\alpha) = \inf_{q \in \mathbb{R}} (q\alpha - \tau(q))$$

## 3 Résultats et discussions

### 3.1 Analyse multifractale

L'algorithme de calcul du spectre multifractal  $f(\alpha)$  et de la fonction de partition  $\tau(q)$  est appliqué sur des images débruitées à l'aide des ondelettes WDT-2D. La dimension des images est  $840 \times 840$  pixels.

La forme convexe de la courbe  $f(\alpha)$  et l'évolution non linéaire de  $\tau(q)$  pour  $q$  variant de  $-10$  à  $10$ , révèlent le caractère multifractal des surfaces de fracture (Cf. figure 2).

Le spectre multifractal est estimé sur des surfaces de fractures de trois mélanges différents et sur deux zones délimitants l'amorçage et la propagation de la fissure (Cf. figure 3).

Des paramètres de singularité  $\alpha_{\min}$ ,  $\alpha_{\max}$ ,  $\Delta\alpha$  sont extraits à partir des spectres et exposés dans le tableau 1. Le paramètre  $\Delta\alpha$  représente la largeur du spectre qui indique la force de singularité de la texture dans l'image de fracture.

D'après les résultats obtenus, la zone de propagation rapide de la fissure développe une microtexture à structure riche en singularité que la zone d'amorçage. Nous constatons que la largeur du spectre multifractal est corrélée à la direction de la propagation de la fissure (Cf. figure 3). Ce phénomène est répété pour les trois mélanges conçus avec des tailles de particules de renforts suivantes :  $Tg_1 = 20$  nm,  $Tg_2 = 50$  nm et  $Tg_3 = 550$  nm. Et nous notons bien l'influence de la taille des particules de renforcement sur la surface de rupture, nous prélevons les largeurs suivantes :  $\Delta\alpha = 0.8724$  pour  $Tg_1 = 20$  nm,  $\Delta\alpha = 0.8416$  pour  $Tg_2 = 50$  nm et enfin  $\Delta\alpha = 0.7697$  pour  $Tg_3 = 550$  nm.

### 3.2 Analyse spectrale de la texture

Le but de l'utilisation de la transformée de Fourier 2D dans ce travail est de mettre en évidence les caractéristiques fréquentielles et angulaires de la texture des surfaces de fracture selon la taille des particules de renforts. En effet, le spectre de Fourier (DSP) permet de déterminer la distribution énergétique de l'image, d'apporter des informations sur la périodicité et l'orientation des motifs de la texture des fractures.

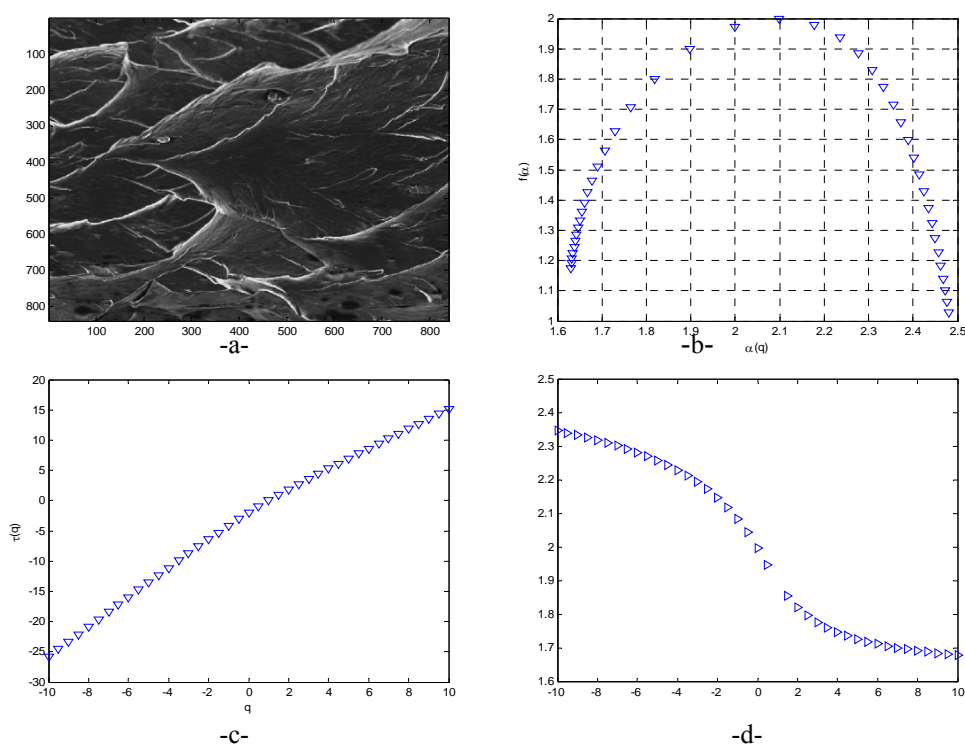
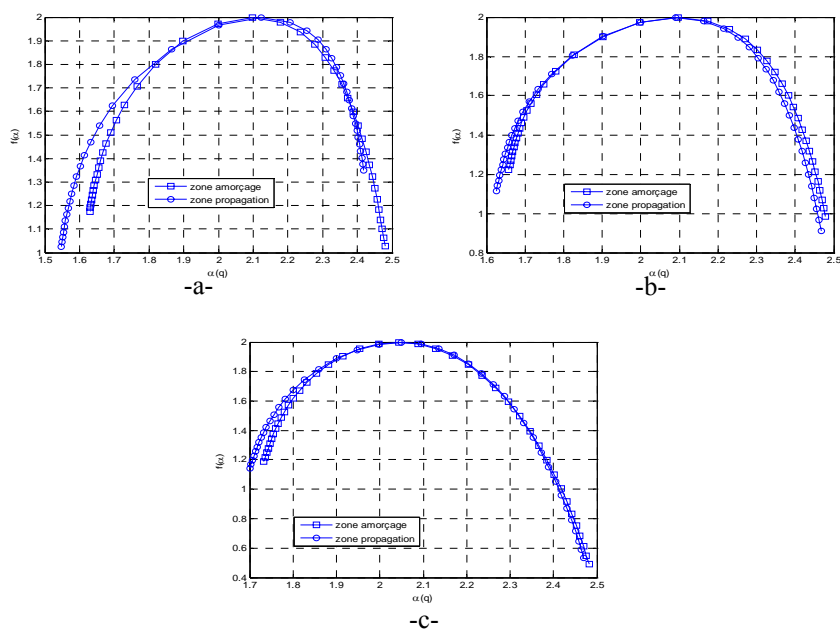
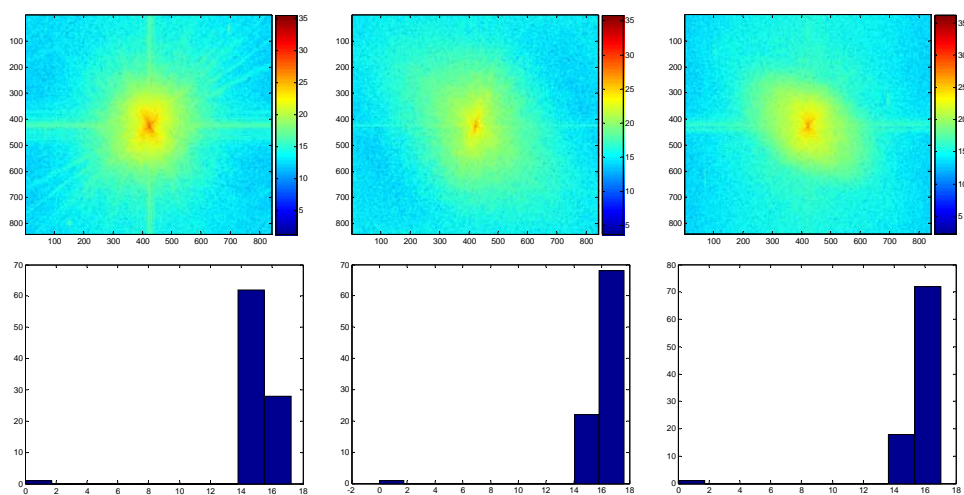


FIG. 2 – Exemple d'analyse multifractale : a) image MEB analysée, b) spectre multifractal  $f(\alpha)$  correspondant, c) évolution de la fonction de partition  $\tau(q)$  et d) courbe de la dimension fractale  $D(q)$ .

Tableau. 1- Largeur du spectre  $\Delta \alpha$  sur la zone d'amorçage et de propagation de la fissure

Taille des particules renforçantes	Amorçage de la fissure			Propagation de la fissure		
	$\alpha_{\max}$	$\alpha_{\min}$	$\Delta \alpha$	$\alpha_{\max}$	$\alpha_{\min}$	$\Delta \alpha$
20 nm	2.4794	1.6296	0.8498	2.4189	1.5464	0.8724
50 nm	2.4788	1.6580	0.8208	2.4677	1.6261	0.8416
550 nm	2.4819	1.7327	0.7491	2.4701	1.7005	0.7697

FIG. 3 - Spectre Multifractal des surfaces de fracture pour 3 tailles différentes des grains du noir de carbone : a)  $Tg_1 = 20$  nm, b)  $Tg_2 = 50$  nm et c)  $Tg_3 = 550$  nm.FIG. 4 - Analyse spectrale des surfaces de fracture pour des tailles différentes de particules renforçantes, de gauche à droite :  $Tg_1 = 20$  nm,  $Tg_2 = 50$  nm et  $Tg_3 = 550$  nm. En haut : les DSP correspondantes. En bas : les histogrammes angulaires correspondants.

D'après les résultats obtenus (Cf. figure 4), nous constatons que la surface de fracture qui correspond à des particules renforçantes de petite taille  $Tg_1 = 20$  nm présente une texture périodique dans le sens des directions principales ( $62^\circ$  et  $28^\circ$ ) avec une concentration d'énergie autour des axes principaux. Dans le cas des surfaces de fracture correspondantes aux particules de taille moyenne,  $Tg_2 = 50$  nm, la texture ne présente pas de périodicité et les directions dominantes des motifs de fracture sont  $68^\circ$  et  $28^\circ$ . Et enfin, les surfaces de fracture des mélanges à base de particules de grande taille,  $Tg_3 = 550$  nm exhibent une texture dans les directions principales de  $72^\circ$  et  $18^\circ$ .

#### 4 Conclusions

Dans cet article nous avons proposé un outil d'analyse d'images microscopiques basé sur le formalisme multifractal. Cet outil offre une définition statistique et géométrique riche de la structure des traces de fracture d'un matériau hétérogène.

L'évolution de la largeur des spectres de singularité est utilisée pour la discrimination des formes géométriques de fracture présentent sur les surfaces.

Deux conclusions basées sur la largeur des spectres peuvent être tirées :

- la zone de propagation de la fissure exhibe plus de singularité que la zone d'amorçage.
- la taille des particules de renforts influence la manifestation des singularités sur les surfaces de fracture : plus la taille des particules est grande, moins de singularités apparaissent.

A l'aide de l'analyse multifractale, nous avons pu identifier une très grande diversité de morphologies générées avec les mêmes constituants à des conditions d'élaboration (taille des particules de renforcement) variables.

#### Références

- James, L. and al. 2005 Fracture surface examination of dental ceramics using fractal analysis. *Dental Materials*, Volume 21, Issue 6, pp. 586-589.
- Jing, L.I. and al. 2006 Fractal analysis of crack paths in  $Al_2O_3$ -TiC-4%Co composites. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, Volume 16, Issue 4, pp. 795-799.
- Mandelbrot, B.B., Passoja, D.E. & Paulay, A.J. 1984 Fractal character of fracture surfaces of metals. *Nature*. **308**, 721-722.
- Stach, S. & Cybo, J. 2003 Multifractal description of fracture morphology: theoretical basis. *Mater Charact'03*; **51(1)**, 79-86.
- Stach, S. and al. 2004 Multifractal or fractographic fracture line description. *Inz Mater'04*; **140(3)**, 440-443.
- Stach, S. & Cybo, J. 2006 Multifractal detection of overlaps based on a stereometric analysis of fracture surface: assumptions. *Materials Characterization'06*; **56**, 449-453.
- Stanczyk, P. & Sharpe, P. 1999 Classification of natural images from shape analysis of the Legendre multifractal spectrum. *Fractals: Theory and applications in Engineering*, Springer-Verlag, pp. 67-79. London.
- Wojnar, L. 1999 Image analysis. Applications in materials engineering". CRC Press.
- Wojnar, L. 1990 Quantitative fractography: basis and computer aid of investigations. Krakow: Cracow University of Technology.