



HAL
open science

Vers une approche locale-globale de la rupture en interaction fluide structure

Etienne Vergnault, Olivier Allix

► **To cite this version:**

Etienne Vergnault, Olivier Allix. Vers une approche locale-globale de la rupture en interaction fluide structure. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03362137

HAL Id: hal-03362137

<https://hal.science/hal-03362137>

Submitted on 1 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Vers une approche locale-globale de la rupture en interaction fluide-structure

Etienne Vergnault, Olivier Allix

LMT-Cachan (ENS de Cachan/CNRS UMR8535/Université Paris 6)
61, avenue du Président Wilson, F-94235 CACHAN CEDEX, France
vergnault@lmt.ens-cachan.fr

Résumé :

Le contexte de ce travail est celui de la prédiction de la tenue de structures complexes au moyen de modèles matériaux fins comme ceux utilisés par exemple pour les structures composites. Jusqu'ici le LMT-Cachan a travaillé sur des chargements imposés donnés et développé des méthodes ad hoc et notamment sur l'adaptation d'une stratégie multiéchelle avec homogénéisation Ladevèze et Dureisseix (1999). Dans le cadre de problèmes d'interaction fluide structure jusqu'à rupture la question posée est celle de l'adaptation de ce type de méthode. Ce travail exploratoire est une première tentative dans ce sens.

Abstract :

This work takes part in prediction of failure for complex structures using refined material descriptions, like for example those used for composite materials. For now, LMT-Cachan worked on ad hoc methods and especially on a multiscale strategy with homogenisation Ladevèze et Dureisseix (1999). In order to deal with fluid structure interaction problems, we are interested in finding an extension of these methods. This work is a first attempt to see what is possible to do.

Mots-clefs :

Navier-Stokes ; décomposition de domaine ; méthode LATIN

1 Introduction

L'analyse de la tenue de grandes structures à des échelles pertinentes a motivé de nombreux travaux. Parmi ceux-ci nous pouvons citer : Farhat et Roux (1991), Mandel (1993). Le LMT-Cachan a développé la méthode LATIN : Ladevèze (1985) et les approches micro-macro : Ladevèze et Dureisseix (1999) ainsi que leur parallélisation : Ladevèze et Fish (2002) et leur application pour l'analyse locale globale en mécanique des structures : Guidault *et al.* (2005).

Nous nous intéressons à des problèmes où le chargement de la structure provient d'un fluide, le problème cible envisagé étant celui de la simulation jusqu'à rupture de réservoirs impactés remplis de fluide. Dans cette optique nous cherchons à réutiliser les méthodes développées précédemment pour des problèmes de mécanique des fluides. Au moins dans un premier temps, nous faisons le choix d'une méthode éléments finis pour résoudre le domaine fluide. De même, pour éviter d'avoir à remailler le domaine fluide, nous faisons le choix a priori de le traiter en approche eulérienne. Le traitement de tels problèmes a déjà fait l'objet de nombreux travaux, nous nous inspirons particulièrement de Donea, Huerta (2003) et Zienkiewicz *et al.* (2005). Ce travail présente une extension de la stratégie de décomposition de domaine au cas de problèmes d'interaction fluide structure. Nous présentons quelques résultats pour le cas test d'écoulement autour d'un cylindre.

2 Décomposition de domaines

Ladevèze (1985) propose de décomposer le domaine en sous-structures Ω_E et interfaces $\Gamma_{EE'}$, chacune possédant ses propres variables et équations. Pour notre problème nous choisissons :

- Sur une sous structure fluide Ω_E :
 - \mathbf{v}_E champ de vitesse
 - p_E champ de pression
- Sur l'interface $\Gamma_{EE'}$ entre Ω_E et $\Omega_{E'}$:
 - \mathbf{W}, \mathbf{W}' traces des champs de vitesse \mathbf{v}_E et $\mathbf{v}_{E'}$
 - \mathbf{F}, \mathbf{F}' champs d'efforts de $\Gamma_{EE'}$ sur $\Omega_{E'}/\Omega_E$

Les interfaces possèdent des relations de comportement reliant ces variables. Elles permettent de prendre en compte les interfaces parfaites entre deux sous-structures fluide et les conditions aux limites.

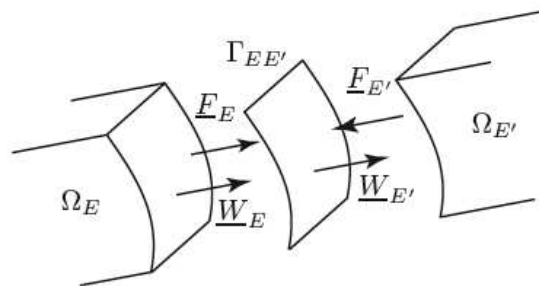


FIG. 1 – Décomposition du milieu et variables d'interface

3 Stratégie de résolution

3.1 Raccordement des sous-structures

Nous proposons de raccorder les sous-structures par le biais d'une stratégie itérative à deux étapes. L'étape sur les sous-structures résout le problème issu des équations de la mécanique des fluides avec les conditions aux limites imposées par les interfaces, celle sur les interfaces permet de recalculer les vitesses et efforts d'interface par la relation de comportement afin d'assurer leur continuité. À la différence de la méthode LATIN (Ladevèze (1985)), nous résolvons sur chaque sous-structure un problème non linéaire. La version de la méthode de décomposition de domaine présentée ici est monoéchelle, ce qui implique qu'elle n'est pas extensible numériquement.

3.2 Stratégie itérative à deux étapes

On définit une solution s du problème comme étant le quadruplet $s = (\mathbf{v}, p, \mathbf{W}, \mathbf{F})$. Chaque itération consiste à obtenir une solution s_{n+1} à partir d'une solution s_n . Pour cela on réalise une étape sur les interfaces qui, à partir de s_n permet de trouver $s_{n+1/2}$ en suivant la direction de recherche z^+ puis une étape sur les sous-structures qui permet de trouver s_{n+1} à partir de $s_{n+1/2}$ en suivant la direction de recherche z^- .

3.3 Étape sur les interfaces à l'itération $n + 1$

C'est l'étape qui permet de raccorder les sous-domaines par les interfaces mixtes. On cherche seulement les quantités d'interface $(\widehat{\mathbf{W}}, \widehat{\mathbf{F}})$ de $s_{n+1/2}$ à partir de s_n , en suivant la direction de recherche z^+ :

$$\sum_{\Gamma \in \partial\Omega_E} \int_{\Gamma} ((\widehat{\mathbf{F}} - \mathbf{F}) - z^+(\widehat{\mathbf{W}} - \mathbf{W})) \mathbf{F}^* = 0 \quad (1)$$

Le champ test F^* est quelconque, donc à la condition que z^+ soit un opérateur local, on peut écrire l'équation en tout point de l'interface :

$$(\widehat{\mathbf{F}} - \mathbf{F}) - z^+(\widehat{\mathbf{W}} - \mathbf{W}) = 0 \quad (2)$$

Les quantités d'interface doivent également vérifier la relation de comportement :

- pour une interface parfaite $\widehat{\mathbf{W}} - \widehat{\mathbf{W}}' = \mathbf{0}$ $\widehat{\mathbf{F}} + \widehat{\mathbf{F}}' = \mathbf{0}$
- pour une interface à vitesse imposée $\widehat{\mathbf{W}} = \mathbf{W}_d$
- pour une interface à effort imposé $\widehat{\mathbf{F}} = \mathbf{F}_d$

3.4 Étape sur les sous-structures à l'itération $n + 1$

À cette étape, on cherche s_{n+1} à partir de $\hat{s}_{n+1/2}$, en suivant la direction de recherche z^- . Pour la sous-structure Ω_E :

$$\sum_{\Gamma \in \partial\Omega_E} \int_{\Gamma} ((\mathbf{F} - \widehat{\mathbf{F}}) + z^-(\mathbf{W} - \widehat{\mathbf{W}})) \mathbf{F}^* = \mathbf{0} \quad (3)$$

Sous les hypothèses de faibles vitesses d'écoulement (nombre de Mach faible) et de non-confinement, le fluide est considéré en écoulement incompressible et donc modélisé par les équations de Navier-Stokes :

$$\begin{array}{ll} \text{conservation de la quantité de mouvement} & (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} - \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \nabla p = \mathbf{b} & \text{dans } \Omega_E \\ \text{conservation de la masse} & \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 & \text{dans } \Omega_E \\ \text{condition aux limites mixte} & -p \mathbf{n} + \nu (\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \mathbf{F} & \text{sur } \partial\Omega_E \end{array} \quad (4)$$

La forme faible correspondante s'écrit, après intégration par parties :

$$a(\mathbf{v}, \mathbf{v}^*, p, q) = \int_{\Omega_E} \mathbf{b} \mathbf{v}^* d\Omega + \int_{\partial\Omega_E} \mathbf{F} \mathbf{W}^* dS \quad (5)$$

avec :

$$a(\mathbf{v}, \mathbf{v}^*, p, q) = \int_{\Omega_E} \mathbf{v}^* (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \nu \nabla \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}^* - p \nabla \cdot \mathbf{v}^* d\Omega - \int_{\Omega_E} q \nabla \cdot \mathbf{v} d\Omega$$

Dans laquelle on peut injecter la direction de recherche (3) :

$$a(\mathbf{v}, \mathbf{v}^*, p, q) + \sum_{\Gamma \in \partial\Omega_E} \int_{\Gamma} z^- \mathbf{W} \mathbf{W}^* d\Omega = \int_{\Omega_E} \mathbf{b} \mathbf{v}^* d\Omega + \sum_{\Gamma \in \partial\Omega_E} \int_{\Gamma} (\widehat{\mathbf{F}} + z^- \widehat{\mathbf{W}}) \mathbf{W}^* dS \quad (6)$$

3.5 Stabilisation de la formulation EF

Le terme $\mathbf{v}^* \cdot (\mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v})$ n'est pas symétrique. S'il devient important par rapport aux autres, les méthodes de discrétisation éléments finis classiques deviennent instables. Pour conserver le caractère régulier des solutions, les formulations sont stabilisées en y ajoutant des pondérations du résidu intégrés sur l'intérieur des éléments. Ces termes s'annulent pour la solution du problème, on garanti ainsi la consistance, c'est à dire qu'une solution des équations de Navier-Stokes est aussi solution de la forme faible (6). Pour l'équation de conservation de la quantité de mouvement, le résidu est :

$$\mathcal{R}(\mathbf{v}) = -\nu \nabla^2 \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \nabla p - \mathbf{b}$$

Les termes de stabilisation prennent alors la forme générale $\sum_e \tau(\mathcal{P}(\mathbf{v}^*), \mathcal{R}(\mathbf{v}))_{\Omega_e}$, les différentes méthodes se distinguant par le choix de $\mathcal{P}(\mathbf{v}^*)$ et de τ . En suivant Donea, Huerta (2003), nous prendrons $\mathcal{P}(\mathbf{v}^*) = \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}^*$ et $\tau^{-1} = (\frac{2\|\mathbf{v}\|}{h} + \frac{4\nu}{h^2})$ avec h la taille de maille.

4 Écoulement autour d'un cylindre

On considère l'écoulement laminaire d'un fluide autour d'un cylindre de section circulaire. les dimensions du problème sont données figure 2. Le champ de vitesse est imposé nul sur les parois supérieure et inférieure, et parabolique sur la frontière d'entrée : $\mathbf{v}_D = 4U_\infty \frac{y(H-y)}{H^2}$. La sortie est laissée libre : $t = 0$. On définit un nombre de Reynolds $Re = \frac{\bar{U}D}{\nu} = \frac{2U_\infty D}{3\nu}$. Les forces de portance et de trainée exercées sur le cylindre sont adimensionnées pour donner :

$$\text{coefficient de trainée : } c_D = \frac{2F_D}{\rho D U_\infty^2} \quad \text{et coefficient de portance : } c_L = \frac{2F_L}{\rho D U_\infty^2}$$

On mesure également la longueur de la zone de recirculation et la différence de pression entre le point d'arrêt et le point aval du cylindre. Pour un nombre de Reynolds $Re = 20$ on obtient

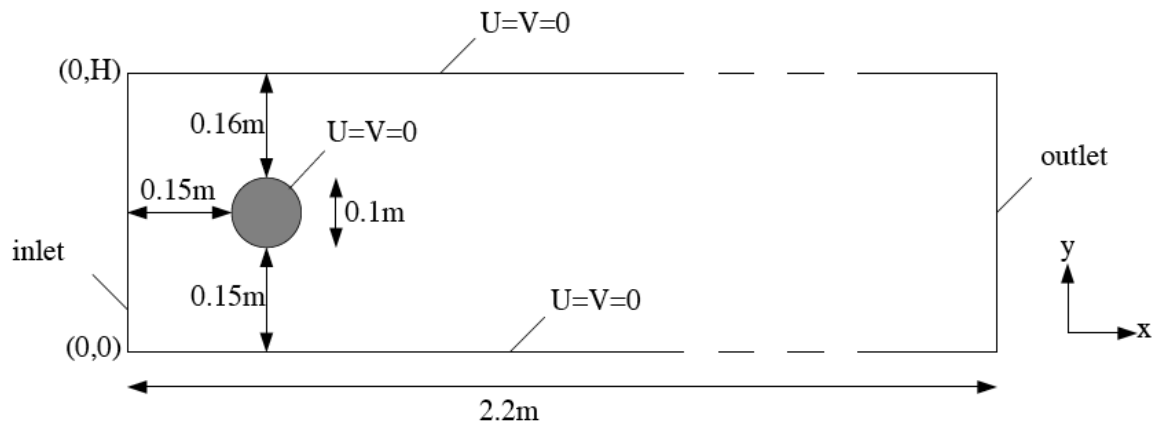


FIG. 2 – Écoulement autour d'un cylindre : géométrie et conditions aux limites

les résultats du tableau 1. La première ligne correspond aux encadrements des quantités donnés par Schäfer (1996). Les figures 4 et 3 présentent le module du champ de vitesse et le champ de pression obtenus pour 1, 4 et 10 sous-structures. Dans sa version actuelle monoéchelle, la méthode n'est pas extensible. La convergence est sensible au choix des directions de recherche : les interfaces à vitesse imposée ont une direction de recherche très grande, pour les autres, le tableau 2 présente les résultats obtenus pour 10 sous-structures, en fonction de la direction de recherche (adimensionnée par L/ν ; L longueur de l'interface).

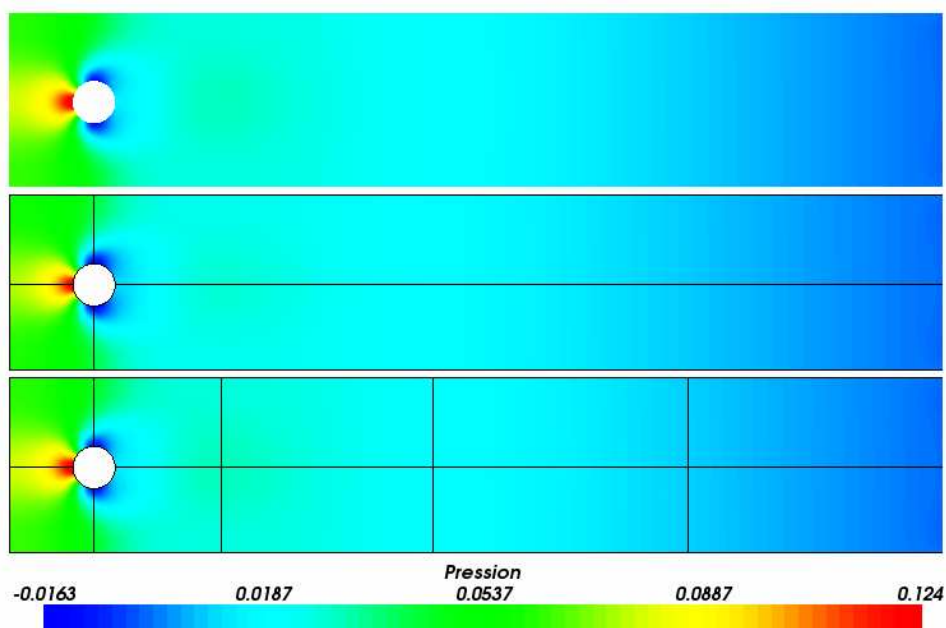


FIG. 3 – Écoulement autour d'un cylindre : champ de pression

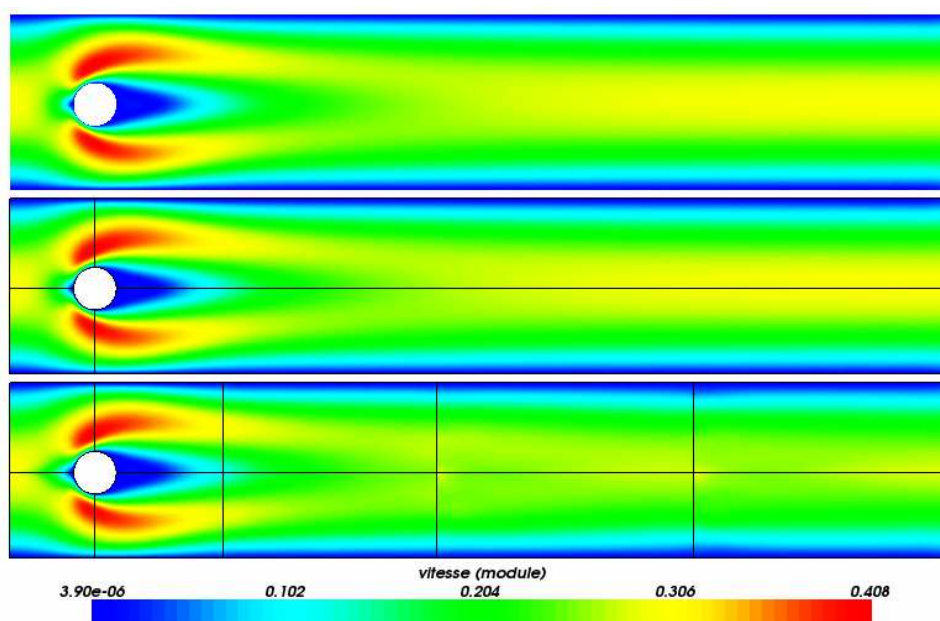


FIG. 4 – Écoulement autour d'un cylindre : module de la vitesse

auteurs	inconnues	c_D	c_L	L_a	ΔP	itérations
Schäfer (1996)		5.570 – 5.590	0.0104 – 0.0110	0.0842 – 0.0852	0.1172 – 0.1176	
1sst	6932	5.583	0.0106	0.083	0.118	1
4sst	6484	5.585	0.0106	0.083	0.116	20
10sst	4116	5.575	0.0106	0.081	0.117	27

TAB. 1 – Écoulement autour d'un cylindre : comparaison des résultats

$ddr * L/\nu$	iterations	c_D	c_L	ΔP
10	divergence			
50	> 100			
80	80	5.5479	0.0070	0.114
100	44	5.5638	0.0110	0.114
150	52	5.5475	0.0097	0.114
200	66	5.5609	0.0103	0.122

TAB. 2 – influence des directions de recherche

5 Conclusions

Nous avons présenté une première adaptation de la stratégie de décomposition de domaine mixte contenue dans la méthode LATIN à des problèmes d'écoulements. La résolution par la méthode des éléments finis des problèmes sur les sous-structures fluides utilise des techniques de stabilisation classiques. La convergence correspond à ce à quoi l'on s'attend pour une méthode de décomposition de domaine monoéchelle : la transmission de l'information d'une sous-structure à l'autre pénalise les sous-structures éloignées des interfaces de conditions aux limites. La méthode n'est pas extensible numériquement. Pour remédier à cela, nous travaillons actuellement sur une séparation d'échelles qui permettra de propager rapidement l'information sur l'ensemble du domaine.

Références

- Donea, J. & Huerta, A. 2003 *Finite Element Methods for Flow Problems ed. Wiley*
- Farhat, C. et Roux, F.-X. 1991 A method of finite element tearing and interconnecting and its parallel solution algorithm, *IJNME* **32** 1205-1227
- Guidault, P.-A., Allix, O., Champaney, L., Cornuault, C. 2005 A two-scales approach with homogenization for the computation of cracked structure, To appear in *Computers and Structures*
- Ladevèze, P. 1985 Sur une famille d'algorithmes en mécanique des structures. *Compte rendu de l'Académie des Sciences* **300 (2)** 41-44
- Ladevèze, P. et Dureisseix, D. 1999 Une nouvelle stratégie de calcul micro/macro en mécanique des structures *Compte-rendu de l'académie des sciences*, **337 IIB** 1327-1344
- Ladevèze, P. et Fish, J. 2003 Multiscale Computational Mechanics for Materials and Structures. Special issue of *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* **192** 3041
- Li, J. 2002 Dual primal FETI methods for stationary Stokes and Navier-Stokes equations
- Mandel, J. 1993 Balancing domain decomposition *Communications in Applied Numerical Methods* **9** 233-241
- Schäfer, M. et Turek, S. 1996 Benchmark computations of laminar flow around a cylinder *Flow Simulation with High-Performance Computation II E.H. Hirschel ed., Notes on Numerical Fluid Mechanics, Vieweg, Braunschweig* **52** 547-566
- Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. et Nithiarasu, P. 2005 *The Finite Element Methods for Fluid Dynamics ed. Butterworth-Heinemann*