

Origami capillaire

José Bico¹, Charlotte Py², Paul Reverdy³, Lionel Doppler¹, Benoît Roman¹ & Charles N. Baroud³

¹ESPCI, Paris 6, Paris 7, UMR CNRS 7635
Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes
75231 Paris cedex5, France
jbico@pmmh.espci.fr

²Université Paris 7, UMR CNRS 7057
Matière et Systèmes Complexes
Case 7056, 2 place Jussieu. 75005 Paris, France

³École Polytechnique, UMR CNRS 7646
Laboratoire d'Hydrodynamique (LadHyX)
91128 Palaiseau cedex, France

Résumé :

Le pelage d'un chien qui sort de l'eau s'agrège en touffes : ceci est un exemple commun de l'effet des forces capillaires sur des structures élastiques. D'un point de vue pratique, la déformation de structures flexibles par les forces de tension de surface peut conduire à de graves dommages sur des microsystèmes mécaniques (à petite échelle, les forces capillaires deviennent prépondérantes). Cependant ce collage permet également l'auto-association de microstructures selon des motifs bien définis. Au delà de la flexion de tiges, que se passe-t-il si on pose une goutte d'eau sur une feuille très flexible ? La feuille peut-elle enrober spontanément la goutte ? Nous déterminerons quel est le critère d'enrobage et décrirons les différentes formes obtenues. En particulier, nous montrerons comment un tel mécanisme d'origami capillaire peut s'avérer pertinent pour l'élaboration de micro-structures tridimensionnelles à partir de patrons bidimensionnels.

Abstract :

The hairs of a wet dog rushing out from a pound assemble into bundles: this is a common example of the effect of capillary forces on flexible structures. From a practical point of view, the deformation and stiction of compliant structures induced by interfacial forces may lead to disastrous effects in mechanical micro-systems (capillary forces dominate at small scales). However capillarity may also drive the association of such microstructures into well defined patterns. Beyond the capillary induced bending of slender rods, what happens when a water droplet is deposited on a flexible sheet? Does the sheet spontaneously wrap the droplet? We shall determine the criteria for wrapping and describe the geometrical shapes eventually obtained. In particular, we shall show the relevance of this capillary origami mechanism to build three dimensional micro-structures from two dimensional templates.

Mots-clefs :

capillarité ; auto-association ; micro-structures

1 Introduction

Origami et haute couture sont intimement liés au pliage et à l'assemblage de patrons plans qui permettent de créer d'élégantes formes tridimensionnelles. Le pliage est également un moyen de réduire la taille des structures déployables utilisées dans l'industrie spatiale (deFocatiis02), ou dans des édifices naturels (feuilles pliées dans un bourgeon (Kobayashi98)). Dans le domaine des micro-technologies, le pliage de structures planaires constitue enfin une approche prometteuse pour élaborer des objets tri-dimensionnels. Effet les techniques actuellement utilisées (micro-gravure) conduisent essentiellement à des objets bidimensionnels. Dans le même esprit, l'assemblage magnétique d'objets centimétriques a été récemment proposé (Boncheva05), cependant l'utilisation de forces capillaires semble plus pertinent, les forces capillaires dominant

à petite échelle. L'attraction et le collage sous l'effet de la capillarité peut par exemple conduire à l'écrasement ou au blocage de microsystèmes mécaniques (Tanaka93; Chakrapani04; Mastrangelo93; Raccurt04; Kornev06), mais permet également d'assembler des objets rigides à la surface de l'eau (Bowden99). Des assemblages tridimensionnels mettant en jeu des ponts capillaires ont été également proposés (Sysm03). La déflexion et le flambement de tiges élancées a été étudié dans différentes situations (Cohen03; Bico04; Kim06; Kornev06). Nous nous intéressons ici à l'effet des forces capillaires sur une membrane plane et montrons comment cette dernière peut enrober spontanément la goutte.

2 Pliages capillaires

Nos expériences ont été réalisées avec des membranes en polydiméthylsiloxane (PDMS, Dow corning Sylgard 184) dont l'épaisseur peut être ajustée par spin coating de 80 à 40 μm . La membrane est découpée selon le patron désiré et placée sur une surface super-hydrophobe. Une goutte d'eau est déposée à la surface de la membrane de manière à bien la recouvrir. L'eau s'évapore progressivement à température ambiante et l'évolution de l'ensemble goutte/membrane est suivie au cours du temps. Alors que le volume de la goutte diminue progressivement au cours de l'évaporation, les forces capillaires tendent à tirer la membrane et la courbent (Fig. 1). Si la membrane est suffisamment mince, elle finit par encapsuler le liquide dans une coque dont la forme dépend du patron bidimensionnel initial.

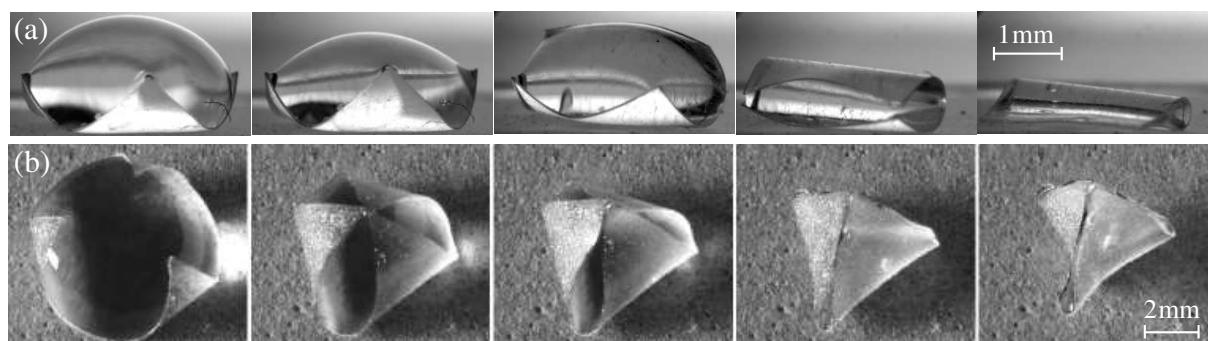


FIG. 1 – Enrobage d'une goutte d'eau par une membrane de PDMS carrée (a) ou triangulaire (b).

La situation la plus simple consiste à déposer la goutte sur une membrane carrée (Fig. 1a). Dans un tout premier temps les quatre coins se soulèvent. Lorsque le volume de la goutte diminue, ce mode 4 de pliage devient instable et bascule en un mode 2. La forme ressemble alors à un "tacos". Une fois que l'eau est complètement évaporée, la feuille se réouvre.

L'utilisation de membranes triangulaires conduit à une situation différente : les trois coins sont attirés vers l'intérieur et se soulèvent dès que l'on dépose la goutte, ce qui conduit à un mode 3 stable. Au cours de l'évaporation, les coins se rapprochent et une pyramide tétraédrique se forme progressivement (Fig. 1). La pyramide étant pratiquement scellée, le taux d'évaporation chute considérablement. Les faces de la pyramide finissent par flamber vers l'intérieur lorsque le volume de liquide devient inférieur à celui de la pyramide (Fig. 1 image finale).

Pour les deux géométries, le scénario est différent lorsque les membranes plus petites ou plus épaisses. En effet une membrane relativement plus rigide ne se ferme pas complètement : après un départ analogue au cas précédant, la membrane se réouvre rapidement sans encapsuler le liquide.

3 Critère d'encapsulation

La déformation de la membrane tend à réduire l'interface liquide/air A et donc à diminuer l'énergie de surface γA (γ étant la tension de surface du liquide). En revanche, l'énergie de courbure élastique augmente. Dans le cas d'une plaque mince, la densité d'énergie de courbure s'écrit $B\kappa^2/2$, où κ est la courbure locale et $B = Eh^3/12(1 - \nu^2)$ désigne la rigidité de flexion (E est le module de Young, ν le coefficient de Poisson et h l'épaisseur). Le rapport de ces termes antagonistes détermine le rayon de courbure typique L_{EC} engendré par les forces capillaires sur une tige de rigidité donnée

$$L_{EC} = (B/\gamma)^{1/2}, \quad (1)$$

que nous qualifions de *longueur élastocapillaire* (Bico04). Cet argument d'échelle indique donc que la longueur critique L_{crit} au delà de laquelle la membrane enveloppe complètement la goutte doit être proportionnelle à L_{EC} .

Nous avons estimé la valeur de L_{EC} pour des membranes de différentes épaisseurs et pour chaque épaisseur nous avons déterminé la longueur minimale de membrane L_{crit} qui permet l'encapsulation dans le cas de carrés et de triangles (Fig. 2). Les résultats expérimentaux sont en accord avec la relation linéaire entre L_{crit} et L_{EC} obtenue par des arguments d'échelle. On obtient ainsi : $L_{crit} = 7.0L_{EC}$ pour les carrés et $L_{crit} = 11.9L_{EC}$ pour les triangles (Fig. 2).

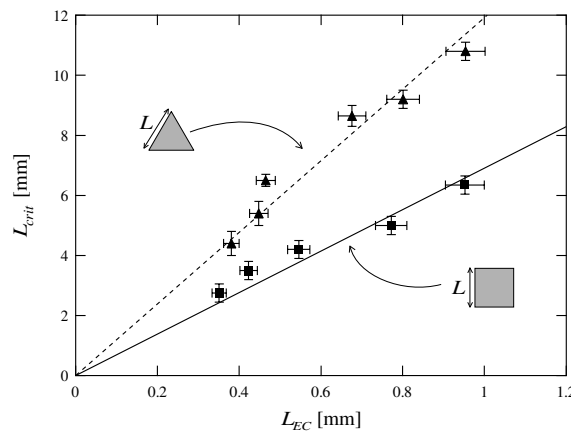


FIG. 2 – Longueur critique pour l'encapsulation en fonction de la longueur élastocapillaire (carrés noirs : membranes carrées, triangles : membranes triangulaires, lignes : régressions linéaires attendues par analyse dimensionnelle).

La détermination théorique de ces longueurs critiques demanderait une description tridimensionnelle du système couplé goutte/membrane. Nous nous limitons ici à une approche bidimensionnelle qui permet néanmoins d'apprécier qualitativement la transition entre encapsulation et réouverture. Considérons une tige élastique inextensible de longueur L qui fléchi sous l'action de la pression de la goutte et des forces capillaires (Fig. 3, schéma). La forme de la tige suit alors le système d'équations :

$$B \frac{d^2\theta}{ds^2} \mathbf{e}_z + \mathbf{t} \times \mathbf{R} = \mathbf{0}, \quad (2)$$

$$\frac{d\mathbf{R}}{ds} + p\mathbf{n} = \mathbf{0}, \quad (3)$$

où $\theta(s)$ désigne l'angle de la tangente \mathbf{t} par rapport à l'horizontale, \mathbf{e}_z le vecteur unitaire normal à la tige, \mathbf{R} la tension de la tige et p la pression à l'intérieur de la goutte. En négligeant la gravité, cette pression est donnée par la loi de Laplace, $p = \gamma/r$, où r est le rayon de courbure de la goutte.

Nous avons résolu numériquement le système d'équations avec les conditions aux limites idoines et déterminé la distance δ entre les extrémités de la tige en fonction du "volume" S de la goutte pour différentes longueurs de tige L (Fig. 3). Deux états triviaux plats ($\delta/L = 1$) sont présents dans tous les cas, lorsque la goutte est infiniment grande (A et A') ou lorsque le liquide est absent (B et B'). Cependant l'évolution entre ces différents états diffère qualitativement en fonction du rapport L/L_{EC} .

Lorsque L/L_{EC} est légèrement en dessous de la valeur critique 3.54 (Fig. 3a), ces deux états sont connectés par une famille continue de solutions de A à B : l'évaporation d'une grosse goutte conduit à un état fléchi transitoire mais finit par se réouvrir. Des états encapsulés C sont éventuellement présents dans une portion très limitée de l'espace des configurations et coexistent avec des états réouverts. Cette bistabilité peut s'observer expérimentalement en forçant manuellement l'encapsulation. Au delà du rapport L/L_{EC} critique, l'évaporation d'une grosse goutte A' conduit à une encapsulation complète C' en accord avec les résultats expérimentaux. Une autre branche connecte un état ouvert B' à des solutions instables D'. Cependant cette branche est difficile à observer expérimentalement car elle requiert un mouillage parfait de la membrane par le liquide.

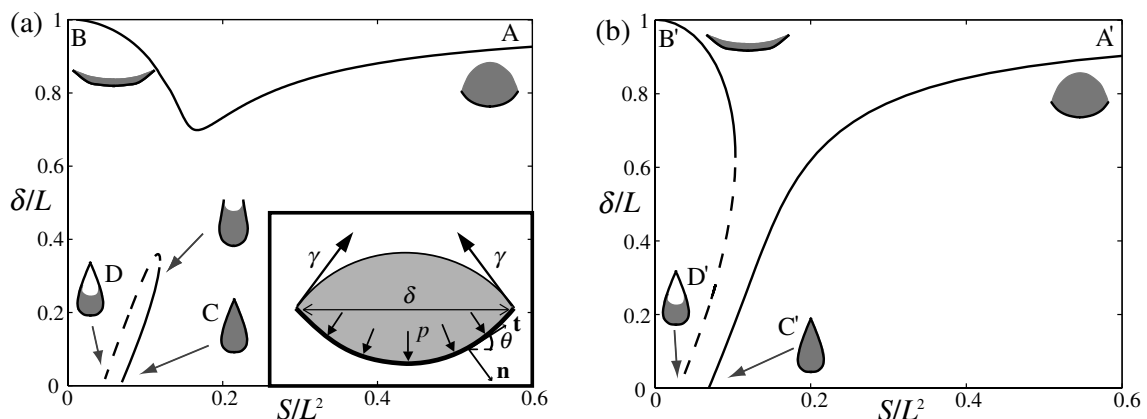


FIG. 3 – Distance entre les bouts des tiges en fonction du volume de la goutte pour différentes longueurs de tiges : (a) $L = 3.4L_{EC}$ (réouverture de la tige lorsque le volume augmente); (b) $L = 4L_{EC}$ (encapsulation de la goutte par la tige). L'insert représente un schéma de la goutte bidimensionnelle entourée par la tige.

La simulation à 2D représente donc qualitativement les différents régimes observés expérimentalement et décrit la transition encapsulation/réouverture. Néanmoins, cette transition correspond à un rapport critique $L_{crit}/L_{EC} = 3.54$ qui sous estime la valeur mesurée lors de nos expériences sur des membranes carrées. Un modèle amélioré devrait incorporer la gravité ainsi les effets tridimensionnels. En effet, les effets de la gravité se font sentir dès que la taille de la goutte devient comparable à la longueur capillaire $L_c = \sqrt{\gamma/\rho g}$, où ρ est la densité du liquide et g l'accélération gravitationnelle. Cependant, l'aspect tridimensionnel des premiers états fléchis de la membrane semble crucial (basculement brutal d'un mode 4 à un mode 2). Tout comme dans le problème du papier froissé, seule une description 3D de la déformation de la membrane peut prendre en compte de telles localisations de la courbure.

D'une manière plus générale, l'encapsulation d'une goutte est limitée par l'incompatibilité géométrique décrite par Gauss (*theorema egregium*). La conséquence classique de ce théorème est l'impossibilité de tracer une carte plane du globe terrestre qui conserve les distances : l'enveloppement d'un objet sphérique par une feuille plane implique une extension en plus de la flexion. Pour une membrane mince, d'énergie d'étirement est proportionnelle à l'épaisseur h alors que l'énergie de flexion est proportionnelle à h^3 . L'extension est donc très coûteuse pour les faibles épaisseurs, ce qui induit sa localisation dans des points de singularités (Lobkovsky95; BenAmar97). Nous attendons donc que le nombre de singularités augmente pour $L \gg L_{EC}$, puisque la capillarité l'emporte alors sur l'élasticité. Ceci devrait conduire à des gouttes quasi-sphériques enrobées par des membranes froissées.

4 Conclusion

La forme finale de la forme encapsulée est pilotée par découpe du patron initial bidimensionnel. On peut ainsi tendre vers une sphère en utilisant un patron en forme de fleur (Fig. 4a). De la même manière, un patron en croix permet d'obtenir un cube (Fig. 4b). Tout comme pour la pyramide, le liquide encapsulé continue à s'évaporer (avec un taux d'évaporation plus faible), ce qui induit un écrasement de la capsule. Cependant on peut envisager de geler une forme donnée en utilisant des composés réactifs qui se solidifieraient au moment voulu. Enfin de petites perturbations du patron initial peut aussi mener à des formes finales très différentes. En particulier, le rognage de deux coins diamétralement opposés sur un carré conduit à une fermeture de la membrane selon sa diagonale (Fig. 4c). Ces expériences laissent imaginer la variété de configurations que l'on peut obtenir en ajustant la découpe du patron.

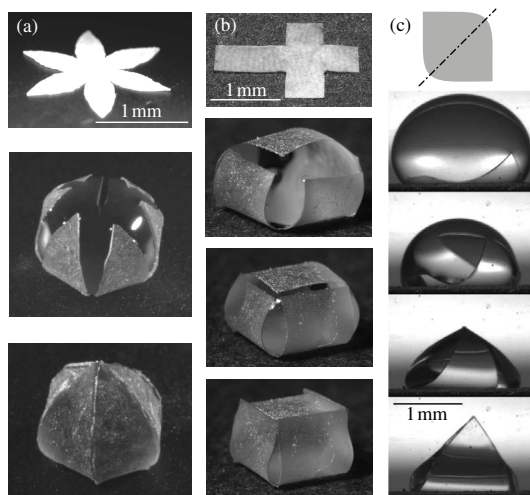


FIG. 4 – Ajustement de la découpe du patron afin d'obtenir : (a) une quasi-sphère, (b) un cube ou (c) un pliage selon une diagonale du carré.

En conclusion, des objets sub-millimétriques tridimensionnels peuvent être produits à partir de membranes planes grâce à l'interaction entre élasticité et capillarité. La taille minimale du patron plan est dictée par la longueur élastocapillaire (Eq. 1) qui varie comme $h^{3/2}$. Cette loi d'échelle favorise la miniaturisation puisque des longueurs plus courtes correspondent à des membranes plus minces. Ceci ouvre une voie vers la production en masse de micro-objets de formes variées ajustées par la découpe du patron bidimensionnel.

Références

- [deFocatiis02] Focatiis, D.D., Guest, S. 2002 Deployable membranes designed from folding tree leaves. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **360** 227-238
- [Kobayashi98] Kobayashi, H., Kresling, B., Vincent J.F.V. 1998 The geometry of unfolding tree leaves *Proc. Royal Soc. London Series B-biological Sciences* **265** 147-154
- [Boncheva05] Boncheva, M., Andreev, S.A., Mahadevan, L., Winkleman, A., Reichman, D.R., Prentiss, M.G., Whitesides, S., Whitesides, G.M. 2005 Magnetic self-assembly of three-dimensional surfaces from planar sheets *Proc. National Acad. Sciences United States Am.* **102** 3924-3929
- [Boncheva03] Boncheva, M., Bruzewicz, D.A., Whitesides, G.M. 2003 Millimeter-scale self-assembly and its applications *Pure Appl. Chem.* **75** 621-630
- [Tanaka93] Tanaka, T., Morigami, M., Atoda, N. 1993 Mechanism of resist pattern collapse during development process *Japanese J. Appl. Phys.* **32** 6059-6064
- [Chakrapani04] Chakrapani, N., Wei, B.Q., Carrillo, A., Ajayan, P.M., Kane, R.S. 2004 Capillarity-driven assembly of two-dimensional cellular carbon nanotube foams *Proc. National Acad. Sciences United States Am.* **101** 4009-4012
- [Mastrangelo93] Mastrangelo, C., Hsu, C. 1993 Mechanical stability and adhesion of microstructures under capillary forces-part II : experiments *J. Microelectromechanical Systems* **2** 33-43
- [Raccurt04] Raccurt, O., Tardif, F., d'Ávitaya, F.A., Vareine, T. 2004 Influence of liquid surface tension on stiction of SOI MEMS *J. Micromechanics Microengineering* **14** 1083-1090
- [Bowden99] Bowden, N., Choi, I.S., Grzybowski, B.A., Whitesides, G.M. 1999 Mesoscale self-assembly of hexagonal plates using lateral capillary forces : Synthesis using the "capillary bond" *J. Am. Chem. Soc.* **121** 5373-5391
- [Sysm03] Syms, R.R.A., Yeatman, E.M., Bright, V.M., Whitesides, G.M. 2003 Surface tension-powered self-assembly of micro structures - The state-of-the-art *J. Microelectromechanical Systems* **12** 387-417
- [Cohen03] Cohen, A.E., Mahadevan, L. 2003 Kinks, rings, and rackets in filamentous structures *Proc. National Acad. Sciences United States Am.* **100** 12141-12146
- [Bico04] Bico, J., Roman, B., Moulin, L., Boudaoud, A. 2004 Elastocapillary coalescence in wet hair *Nature* **342** 690
- [Kim06] Kim, H.Y., Mahadevan, L. 2006 Capillary rise between elastic sheets *J. Fluid Mechanics* **548** 141-150
- [Kornev06] Kornev, K.G., Callegari, G., Kuppler, J., Ruetsch, S., Neimark, A.V. 2006 Ribbon-to-fiber transformation in the process of spinning of carbon-nanotube dispersion *Phys. Rev. Lett.* **97** 188303
- [Lobkovsky95] Lobkovsky, A., Gentges, S., Li, H., Morse, D., Witten, T.A. 1995 Scaling properties of stretching ridges in a crumpled elastic sheet *Science* **270** 1482-1485
- [BenAmar97] BenAmar, M., Pomeau, Y. 1997 Crumpled paper *Proc. Royal Soc. London Series A* **453** 729-755