



**HAL**  
open science

## Prévision de limite d'endurance sous chargements multiaxiaux hétérogènes par essais d'auto-échauffement

Martin Poncelet, Cédric Doudard, Sylvain Calloch, François Hild, Bastien  
Weber

► **To cite this version:**

Martin Poncelet, Cédric Doudard, Sylvain Calloch, François Hild, Bastien Weber. Prévision de limite d'endurance sous chargements multiaxiaux hétérogènes par essais d'auto-échauffement. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03362118

**HAL Id: hal-03362118**

**<https://hal.science/hal-03362118>**

Submitted on 1 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Prévision de limite d'endurance sous chargements multiaxiaux hétérogènes par essais d'auto-échauffement.

Martin Poncelet, Cedric Doudard, Sylvain Calloch, François Hild & Bastien Weber

LMT-Cachan, ENS de Cachan, CNRS-UMR 8535, Université Paris 6  
61 av. du Président Wilson F-94235 Cachan cedex  
LMSN, ENSIETA  
2 rue François Verny, F-29806 Brest cedex 9  
Arcelor Research  
voie romaine BP 30320, F-57283 Maizières-lès-Metz cedex  
poncelet@lmt.ens-cachan.fr

### Résumé :

*Un modèle probabiliste liant essai d'échauffement et comportement en fatigue à grand nombre de cycles est étendu au cas de chargements hétérogènes multiaxiaux proportionnels et non-proportionnels grâce à l'introduction d'une contrainte effective dissipative. Il est appliqué au cas d'éprouvettes tubulaires en acier C45 sous chargement de traction-torsion. Le modèle rend compte de résultats d'essais d'auto-échauffement sous différents chargements. De même, les limites d'endurance sont correctement estimées après identification du modèle sur des résultats d'essais d'auto-échauffement et une limite d'endurance en traction.*

### Abstract :

*A probabilistic model relating self-heating tests to high cycle fatigue properties is extended to heterogeneous proportional and non-proportional loadings by using an effective dissipative stress. The model is applied to tubular tension-torsion specimens made of C45 (AISI 1045) steel. Endurance limits for different loadings are well estimated by the model identified on self-heating results and an endurance limit in tension.*

### Mots-clefs :

**essais d'auto-échauffement ; chargement multiaxial ; hétérogénéité**

## 1 Introduction

Les essais d'auto-échauffement permettent une estimation rapide de la limite d'endurance. Pour cela, une mesure de la variation de température d'une éprouvette sous un chargement cyclique, obtenue par thermographie (3; 4) ou thermocouples (1; 2), est nécessaire. L'amplitude du chargement est constante par palier et croît; après stabilisation de la température. La température stabilisée est ensuite tracée en fonction de l'amplitude de contrainte (figure 1). Pour certains matériaux comme les aciers ou les fontes, la courbe d'auto-échauffement présente tout d'abord pas (ou peu) de variation, puis une élévation significative avec l'amplitude de contrainte. Une corrélation empirique entre la limite d'endurance moyenne et l'amplitude de contrainte provoquant la brusque élévation de température a été proposée (3; 4; 2). Plus récemment, des modèles basés sur l'apparition progressive de microplasticité expliquent cette relation. Une première approche suppose une variation de la fraction volumique d'inclusions microplastiques avec l'amplitude de contrainte (5) tandis qu'une seconde considère un aspect probabiliste (7). Cette dernière permet même de lier dispersion en fatigue et mesure d'auto-échauffement.

L'utilisation d'essais d'auto-échauffement s'est révélée particulièrement intéressante pour l'étude de l'influence de différents paramètres sur la limite d'endurance (9). Le cas des char-

gements multiaxiaux proportionnels est particulièrement représentatif : là où une méthode traditionnelle requière plusieurs dizaines d'essais jusqu'à rupture pour obtenir une surface d'isoprobabilité de durée de vie, une méthode basée sur les essais d'auto-échauffement n'en nécessite qu'un seul de courte durée (8). Il est proposé d'étendre et de valider cette méthode au cas de chargements hétérogènes et non-proportionnels (6). Dans un premier temps la construction du modèle est présentée, reliant réponse thermique et durée de vie. Dans un second temps celui-ci est appliqué au cas d'un chargement de traction-torsion sur éprouvette tubulaire et finalement prévisions et résultats expérimentaux sont confrontés.

## 2 Modélisation

### 2.1 Apparition progressive de la microplasticité

L'augmentation progressive de chaleur (et donc de la température de l'éprouvette) est supposée être la conséquence de l'apparition progressive de la microplasticité en fonction de l'amplitude des contraintes, ce que (10) montre par des observations sur un acier à bas carbone. La répartition aléatoire des grains sièges de la microplasticité (appelés "sites" par la suite) est modélisé par un processus ponctuel de Poisson. La probabilité de trouver  $k$  sites dans un domaine  $\Omega$  de volume  $V$  s'écrit alors

$$P_k(V) = \frac{(\lambda V)^k}{k!} \exp(-\lambda V), \quad (1)$$

où  $\lambda V$  est le nombre moyen de sites sous une amplitude de chargement donnée.  $\lambda$  est l'intensité du processus ponctuel de Poisson, dépendant d'une contrainte équivalente  $\Sigma_a$  de l'amplitude de chargement (appelée "contrainte équivalente d'activation" par la suite)

$$\lambda = \frac{1}{V_0} \left( \frac{\Sigma_a}{S_0} \right)^m \quad (2)$$

où  $m$  et  $V_0 S_0^m$  sont deux paramètres matériels.  $\Sigma_a$  est supposée égale à la contrainte équivalente de Von Mises de l'amplitude  $\Sigma_0^{eq}$ . D'autres choix peuvent être faits comme l'a montré (8) pour un acier Dual Phase.

### 2.2 Dissipation microplastique

Le tenseur des contraintes au sein de l'inclusion plastique  $\sigma$  est relié au tenseur des contraintes macroscopiques  $\Sigma$  et au tenseur des déformations correspondantes  $\epsilon^p$  par (11)

$$\sigma = \Sigma - 2\mu(1 - \beta)\epsilon^p, \quad (3)$$

où  $\mu$  est le module de cisaillement et  $\beta$  une constante dépendant du coefficient de Poisson du matériau.

L'intensité de l'énergie dissipée intrinsèque  $D_{inc}(\Sigma_0^{eq}, \sigma_y)$  d'un site pour un cycle de chargement est calculée pour une limite d'élasticité donnée  $\sigma_y$  et une contrainte équivalente de Von Mises de l'amplitude  $\Sigma_0^{eq}$ . Un critère de plasticité piloté par une contrainte de Von Mises ainsi qu'un écrouissage cinématique linéaire est supposée. Pour un chargement proportionnel homogène (2),  $D_{inc}(\Sigma_0^{eq}, \sigma_y)$  est alors donnée par

$$D_{inc}^{prop}(\Sigma_0^{eq}, \sigma_y) = \frac{4f_v \sigma_y^u}{h} \langle \Sigma_0^{eq} - \sigma_y^u \rangle \quad (4)$$

où  $h$  est le module d'écroutissage et  $f_v$  la fraction volumique de l'inclusion. L'énergie dissipée totale est alors obtenue par intégration sur l'ensemble de la population de sites (7)

$$D(\Sigma_0^{eq}) = \int_0^{\Sigma_0^{eq}} D_{inc}(\Sigma_0^{eq}, \sigma) \frac{d\lambda}{d\sigma} d\sigma. \quad (5)$$

Pour un champ de contrainte hétérogène sur un domaine  $\Omega$  de volume  $V$ , l'énergie dissipée globale (au sens de la "moyenne")  $\Delta$  s'exprime par

$$\Delta = \frac{1}{V} \int_{\Omega} D(\Sigma_0^{eq}) dV. \quad (6)$$

Dans le cas proportionnel,  $\Delta$  se simplifie

$$\Delta = \frac{4mV_0}{h(m+1)(m+2)} \frac{H_{m+2}(\Sigma_{0M}^{eq})^{m+2}}{V_0 S_0^m} = \frac{4mV_0}{h(m+1)(m+2)} \frac{(\Sigma_{eff\ diss})^{m+2}}{V_0 S_0^m}, \quad (7)$$

où  $\Sigma_{0M}^{eq} = \max_{\Omega}(\Sigma_0^{eq})$ ,  $\Sigma_{eff\ diss}$  est la contrainte effective et  $H_{m+2}$  le facteur d'hétérogénéité des contraintes (12) donné par

$$H_{m+2} = \frac{1}{V} \int_{\Omega} \left( \frac{\Sigma_0^{eq}}{\Sigma_{0M}^{eq}} \right)^{m+2} dV \quad (8)$$

Dans le cas de chargements non-proportionnels, il n'est plus possible de simplifier  $\Delta$  à cause de l'expression de  $D(\Sigma_0^{eq})$ .  $\Delta$  est alors calculée en faisant les mêmes hypothèses que précédemment, mais en utilisant par exemple une intégration numérique. Dans tous les cas, il est toujours possible de définir un facteur de chargement non-proportionnel

$$G_{m+2} = \Delta / \Delta_{0M}, \quad (9)$$

où  $\Delta_{0M}$  est l'énergie dissipée moyenne sous un chargement proportionnel homogène définie par

$$\Delta_{0M} = \frac{4mV_0}{h(m+1)(m+2)} \frac{(\Sigma_{0M}^{eq})^{m+2}}{V_0 S_0^m}. \quad (10)$$

$\Sigma_{0M}^{eq}$  étant alors l'amplitude de contrainte de Von Mises maximale (i.e., au rayon extérieur). Il est alors possible d'étendre le concept de contrainte effective aux chargements non-proportionnels

$$\Sigma_{eff\ diss} = G_{m+2}^{1/(m+2)} \Sigma_{0M}^{eq}, \quad (11)$$

où  $G_{m+2} = H_{m+2}$  dans le cas proportionnel.

### 2.3 Comportement thermique sous chargement cyclique

Dans la suite, la température est considérée homogène, ce qui est vérifié dans l'application expérimentale considérée (6). La dissipation moyenne  $\Delta$  est alors introduite dans l'équation de la chaleur

$$\dot{\Theta} + \frac{\Theta}{\tau_{eq}} = \frac{f_r \Delta}{\rho C}, \quad (12)$$

où  $\tau_{eq}$  est un temps caractéristique dépendant des conditions limites thermiques (13),  $\rho$  la masse volumique,  $C$  la chaleur spécifique massique,  $f_r$  la fréquence de sollicitation et  $\Theta$  la température moyenne. On a ainsi une bijection entre la température moyenne stabilisée de la zone d'étude

et la dissipation moyenne, si bien que la représentation de résultats en température se traduit directement en termes de dissipation.

Puisque seule la température stabilisée moyenne est recherchée, il n'est pas nécessaire d'introduire de terme de thermoélasticité car il s'annule sur un cycle. L'expression de la température moyenne (c'est-à-dire homogène) stabilisée  $\bar{\Theta}$  s'écrit alors

$$\bar{\Theta} = \eta \frac{m}{(m+1)(m+2)} \frac{(\Sigma_{eff\ diss})^{m+2}}{V_0 S_0^m} \quad (13)$$

avec  $\eta = 4f_r \tau_{eq} / h\rho C$ . Cette equation montre que la réponse thermique ne dépend que de 3 paramètres et de la contrainte effective.

#### 2.4 Comportement en fatigue sous chargement cyclique

La probabilité de rupture  $P_F$  d'une éprouvette de volume utile  $V$  est obtenue en faisant l'hypothèse du maillon le plus faible, ce qui permet de retrouver le modèle de Weibull (14)

$$P_F = 1 - \exp \left[ -\frac{V H_m}{V_0} \left( \frac{\Sigma_a}{S_0} \right)^m \right] = 1 - \exp \left[ -\frac{V H_m}{V_0} \left( \frac{\Sigma_0^{eq}}{S_0} \right)^m \right] \quad (14)$$

où  $H_m$  est le facteur d'hétérogénéité des contraintes. La moyenne de la limite d'endurance  $\bar{\Sigma}_\infty$  ainsi que l'écart-type  $\overline{\overline{\Sigma}_\infty}$  sont définis par

$$\bar{\Sigma}_\infty = S_0 \left( \frac{V_0}{V_{eff}} \right)^{(1/m)} \Gamma \left( 1 + \frac{1}{m} \right), \quad (15)$$

$$\overline{\overline{\Sigma}_\infty} = S_0 \left( \frac{V_0}{V_{eff}} \right)^{(1/m)} \sqrt{\Gamma \left( 1 + \frac{2}{m} \right) - \Gamma^2 \left( 1 + \frac{1}{m} \right)}. \quad (16)$$

Moyennant une hypothèse d'énergie dissipée critique  $N_F D_{inc} V = E_c$  (2), on peut déterminer la durée de vie à l'amorçage pour le cas des chargements proportionnels

$$N_F = \frac{h E_c / 4 f_v}{\bar{\Sigma}_\infty(P_F) \langle \Sigma_0^{eq} - \bar{\Sigma}_\infty(P_F) \rangle} \quad (17)$$

qui correspond à une loi de Stromeyer (15). La prise en compte de l'effet de la non-proportionnalité sur la durée de vie avec ce modèle n'est pas triviale, mais peut se faire de façon numérique.

Il est maintenant proposé d'appliquer ce modèle au cas d'un acier C45.

### 3 Application au cas de la traction-torsion sur éprouvette tubulaire

Les essais d'auto-échauffement et ceux de fatigue sont réalisés sur la même machine servo-hydraulique de traction torsion. La même géométrie d'éprouvette est utilisée dans les deux cas. La zone utile des éprouvettes est rectifiée. Les mesures différentielles de températures sont obtenues par thermocouples de type K à une fréquence de 5 Hz. Une approximation de la limite d'endurance  $\bar{\Sigma}_\infty^{mes}$  pour chaque type de trajet est obtenue directement par la méthode de l'escalier sur au moins 6 éprouvettes à  $5 \times 10^6$  cycles à une fréquence de 20 Hz.

Les paramètres  $m$  et  $\eta$  sont tout d'abord identifiés sur la courbe d'auto-échauffement en traction. Le calcul des différents facteurs d'hétérogénéité est alors possible. Compte tenu de la géométrie et de la nature de la sollicitation, le facteur  $H_{m+2}$  vaut sous chargement proportionnel

$$H_{m+2}(\phi) = \int_{R_i}^{R_e} \left( \frac{\sigma_0^2 + 3\left(\frac{r\tau_0}{R_m}\right)^2}{\sigma_0^2 + 3\tau_0^2} \right)^{\frac{m+2}{2}} r dr \quad (18)$$

où  $\phi = \tan(\tau_0/\sigma_0)$  est la direction de chargement.  $R_i$ ,  $R_m$  et  $R_e$  sont respectivement le rayon intérieur, moyen et extérieur de la zone utile.

Le trajet non-proportionnel est un cercle de contrainte de Von Mises constante au rayon moyen lors des essais d'auto-échauffement et au rayon extérieur lors des essais de fatigue. Les valeurs numériques des facteurs d'hétérogénéité sont présentés dans le tableau 1.

|           | Traction | Torsion | Traction-torsion prop. ( $\phi = 45$ ) | Traction-torsion non-prop. |
|-----------|----------|---------|--|----------------------------|
| $G_{m+2}$ | 1        | 0,32    | 0,41                                   | 1,49                       |
| $H_m$     | 1        | 0,36    | 0,45                                   | 1                          |

TAB. 1 – Valeurs du facteur d'hétérogénéité pour différents chargements, dans le cas d'essais d'auto-échauffement ( $G_{m+2}$ ) et de fatigue ( $H_m$ )  $R_e = 7$  mm,  $R_m = 5.5$  mm,  $m = 12$

Les paramètres  $\overline{\Sigma}_\infty$  et  $hE_c/4f_v$  sont respectivement identifiés à partir d'une limite d'endurance moyenne en traction à  $5 \times 10^6$  cycles et d'un point dans le diagramme de Woehler (2). La limite d'endurance  $\overline{\Sigma}_\infty^{prev}$  peut alors être estimée pour tout chargement proportionnel ou non proportionnel, homogène ou hétérogène.

#### 4 Conclusions

La figure 1 (droite) montre que les résultats d'auto-échauffement pour différents trajets de chargement se superposent s'ils sont tracés en fonction de la contrainte dissipative effective, contrairement à une contrainte de Von Mises (figure 1 (gauche)). Le tableau 2 montre que la différence entre prévision et résultat de fatigue est de l'ordre de 12%.

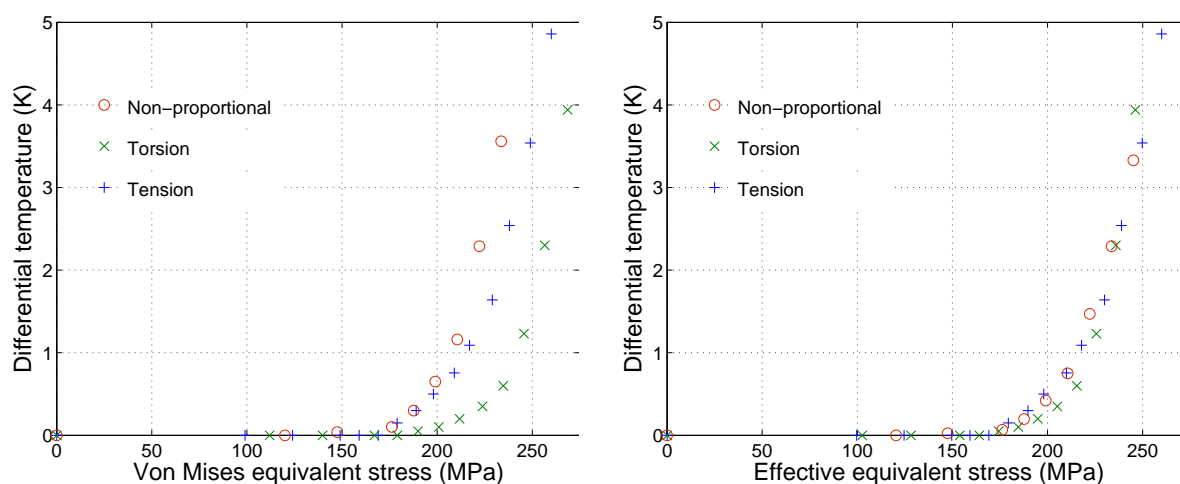


FIG. 1 – Courbes d'auto-échauffement sous chargement de traction, torsion et non-proportionnel en fonction de la contrainte de Von Mises (gauche) et de la contrainte dissipative effective (droite)

| Chargement   | Prop. ( $\phi = 90$ ) | Prop. ( $\phi = 45$ ) | N-prop. |
|--|-----------------------|-----------------------|---------|
| $\frac{ \Sigma_{\infty}^{prev} - \Sigma_{\infty}^{mes} }{\Sigma_{\infty}^{mes}}$ | 13%                   | 6%                    | -17%    |

TAB. 2 – Différence entre limites d'endurance prévues et mesurées pour trois trajets de chargements,  $R_e = 5.5$  mm,  $m = 12$

## Références

- [1] A. Galtier, O. Bouaziz and A. Lambert, Influence de la microstructure des aciers sur leurs propriétés mécaniques, *Méc. Ind.*, 3:457-462, 2002.
- [2] C. Doudard, S. Calloch, F. Hild, P. Cugy and A. Galtier, A probabilistic two-scale model for high cycle fatigue life predictions, *Fat. Fract. Engng. Mater. Struct.*, 28:279–288, 2005.
- [3] J.-C. Krapez, D. Pacou and C. Bertin, Application of lock-in thermography to rapid evaluation of fatigue limit in metals, *Proceedings of the 5<sup>th</sup> AITA, Venezia (Italy)*, 1999.
- [4] G. La Rosa and A. Risitano, Thermographic methodology for rapid determination of the fatigue limit of materials and mechanical components, *Int. J. Fatigue*, 22:65–73, 2000.
- [5] E. Charkaluk, A. Constantinescu, Estimation of the mesoscopic thermoplastic dissipation in High-Cycle Fatigue, *C.R. Mecanique*, 334:373–379, 2006.
- [6] M. Poncelet, C. Doudard, S. Calloch, F. Hild, B. Weber and A. Galtier, Prediction of self-heating measurements under proportional and non-proportional multiaxial cyclic loadings, *C.R. Mecanique*, in press, 2007.
- [7] C. Doudard, S. Calloch, F. Hild, P. Cugy and A. Galtier, Identification of the scatter in high cycle fatigue from temperature measurements, *C.R. Mecanique*, 332:795–801, 2004.
- [8] C. Doudard, M. Poncelet, S. Calloch, C. Boue, F. Hild and A. Galtier, Determination of an HCF criterion by thermal measurements under biaxial cyclic loading, *Int. J. Fat.*, 29:748–757, 2007.
- [9] C. Doudard, Mémoire de thèse, ENS-Cachan, 2004.
- [10] P. Cugy and A. Galtier, Microplasticity and temperature increase in low carbon steel, *Proceedings of the 7<sup>th</sup> Int. Fat. Conf., Stockholm (Sweden)*, 2002.
- [11] M. Berveiller and A. Zaoui, An extension of the self-consistent scheme to plastically flowing polycrystals, *J. Mech. Phys. Solids*, 26:325–344, 1979.
- [12] F. Hild, R. Billardon and D. Marquis, Héétérogénéité des contraintes et rupture des matériaux fragiles, *C.R. Acad. Sci. Paris, II* 315:1293–1298, 1992.
- [13] A. Chrysochoos and H. Louche, An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation, *Int. J. Eng. Sc.*, 38:1759–1788, 2000.
- [14] W. Weibull, A Statistical Theory of the Strength of Materials, *Roy. Swed. Inst. Eng. Res.*, Report 151, 1939.
- [15] C. E. Stromeyer, The Determination of Fatigue Limits under Alternating Stress Conditions, *Proc. Roy. Soc. London*, A90:411-425, 1914.