



**HAL**  
open science

## Suspensions denses avec érosion

Damien Lachouette, Stéphane Bonelli, Olivier Brivois

► **To cite this version:**

Damien Lachouette, Stéphane Bonelli, Olivier Brivois. Suspensions denses avec érosion. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03362112

**HAL Id: hal-03362112**

**<https://hal.science/hal-03362112>**

Submitted on 1 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## SUSPENSIONS DENSES AVEC EROSION

Damien LACHOUILLE, Stéphane BONELLI, Olivier BRIVOIS

Equipe Géomécanique et érosion, Unité Ouvrages Hydrauliques et Hydrologie

Cemagref

3275 route de Cézanne CS 40061 13182 Aix en Provence CEDEX

[Damien.lachouette@cemagref.fr](mailto:Damien.lachouette@cemagref.fr)

### Résumé :

Nous modélisons un écoulement d'eau dans un tunnel, avec érosion des parois et entraînement des particules érodées. Une première phase de l'écoulement est diluée. Pour ce cas, le modèle a une solution analytique, validée par des résultats expérimentaux. Lorsque le tunnel est suffisamment long, le fluide eau+particules devient une suspension dense. Il faut alors considérer le couplage fort entre érosion et concentration. La concentration a une influence significative sur la vitesse d'écoulement et la cinétique d'érosion, à travers les échanges de quantité de mouvement et surtout par la rhéologie de la suspension, décrite par la loi de Julien et Lan (1991). Le colmatage apparaît comme cas limite du modèle.

### Abstract :

We are modelling a water flow in a pipe with erosion of the walls and drain of the particles. A first step of the flow is dilute. For this case we have an analytical solution validated by experimental data. When the pipe is long enough the fluid mixture water+particles became a dense flow. We must then consider the high coupling between erosion and concentration. The hyperconcentration has a significantly influence on the flow velocity and the erosion rate, through momentum balance and the Rheology of the mixture with the Julien and Lan's law for hyperconcentration (1991). One limit case is when the pipe became blocked.

### Mots-clefs :

### Erosion ; Renard Hydraulique ; Suspension dense

#### 1 Introduction

Le cadre de l'étude repose sur les ouvrages hydrauliques, dans lequel l'érosion interne pose des problèmes de rupture. L'érosion par renard se produit lorsqu'un tube relie l'amont et l'aval d'un ouvrage, le gradient de pression hydraulique qui s'y applique initie un écoulement.

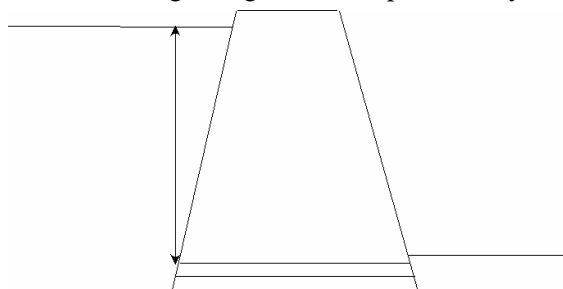


FIG. 1 – Description d'un renard

Nous étudions donc l'érosion d'un tube par de l'eau. Le tube est supposé cylindrique et l'on néglige les phénomènes de sédimentation et de gravité. Ce qui nous permet de faire une hypothèse d'axisymétrie.

Les fissures étant mince et l'ouvrage épais, on se place dans des cas d'écoulement allongés ; avec un rayon petit devant la longueur. (Rayon de

quelque millimètre pour une longueur de l'ordre de cent mètres). Ce qui permet après une intégration sur la section d'obtenir un système d'équations monodimensionnelles instationnaire. Il faut penser à fermer notre système par des choix de modèles rhéologiques et phénoménologiques (par exemple l'expression de la contrainte de cisaillement)

## 2 Approche analytique

### 2.1 Equations diphasiques intégrées

On considère les équations de champ diphasique classique dans la partie fluide avec une interface mobile. Cette interface avec le sol n'est pas matérielle et l'on pose des relations de saut des grandeurs physiques sur cette interface Bonelli *et al.* (2006). On introduit une grandeur de flux de matière à travers l'interface  $\dot{m}$ , décrivant la vitesse d'érosion et commandant donc l'évolution de l'interface mobile grâce aux relations de saut des grandeurs physiques.

On fait alors l'hypothèse d'axisymétrie sur le tube simplifiant ainsi une dimension. On fait l'hypothèse que l'écoulement est allongé ( $L \gg R$ ) et l'on intègre suivant la section afin d'obtenir un système d'équation instationnaire monodimensionnel :

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{\dot{m}}{\rho_g} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + 2 \frac{\bar{u}}{R} \frac{\partial R}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} + \beta \bar{u} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} = \frac{2}{R} (\phi_g - \bar{\phi}) \frac{\dot{m}}{\rho_g} \quad (3)$$

$$\bar{\rho} \left[ \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \beta \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right] = -\frac{2}{R} (\tau_b + \alpha \bar{u} \dot{m}) - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4)$$

Où  $R$  est le rayon du tube,  $\rho_g$  la masse volumique du sol saturé,  $\bar{u}$  la valeur moyenne de la vitesse sur la section,  $\bar{\phi}$  la concentration moyenne sur la section,  $\beta$  le rapport vitesse quadratique moyenne sur vitesse moyenne au carré,  $\phi_g$  la compacité du sol,  $\bar{\rho}$  la masse volumique moyenne sur la section,  $\tau_b$  la contrainte de cisaillement à la paroi coté fluide, et  $p$  la pression.

$$\alpha = \frac{1}{\rho_f} \left( (\beta - 1) \left( 1 - \frac{\bar{\rho}}{\rho_g} \right) + 1 \right)$$

On s'aperçoit que l'équation (2) traduit le fait que le débit est constant suivant  $x$  ce qui permet d'introduire le débit :  $Q_e = \pi \bar{u} R^2$ . Deux cas de calcul seront alors possible, l'un en posant constant le débit (DI), l'autre en imposant la pression d'entrée et de sortie (PI).

Le calcul du coefficient  $\beta$  se fait à l'aide d'un profil de vitesse sur la section, choisit au départ. Nous en avons choisit deux types, fonction du nombre de Reynolds, l'un en régime laminaire (profil d'écoulement de Poiseuille simple) l'autre en régime turbulent (profil turbulent de Barenblatt *et al.* (1997)), mais les variations de ce coefficient  $\beta$  n'ont qu'une faible influence sur le résultat. Le fait de prendre ou non un nombre de Reynolds par maille et par pas de temps n'influence pas beaucoup ce coefficient, cependant, dans le doute nous avons choisit de calculer le nombre de Reynolds dans chaque maille et à chaque pas de temps. Ceci a une influence légère sur la contrainte de cisaillement.

### 2.2 La contrainte de cisaillement

La partie la plus sensible est l'expression de la contrainte de cisaillement et de sa relation avec le flux d'érosion. Pour cela nous utilisons la loi de Julien et Lan (1991) sur les hyperconcentrations :

$$\tau_b = c_L \mu_m(\bar{\phi}) \frac{\bar{u}}{R} + \bar{\rho} f_m(\bar{\phi}, R_e) \bar{u}^2 \quad (5)$$

On y représente donc deux termes, l'un laminaire, l'autre turbulent. Le coefficient  $c_L$  peut prendre deux valeurs, 0 si l'on veut éliminer ce terme, 4 pour retomber sur le profil de Poiseuille laminaire. On considère une viscosité laminaire dépendante de la concentration (Quemada (1977), Gondret et Petit (1995)) comme :

$$\mu_m = \rho_f \nu_f \left( 1 + \frac{\bar{\phi}}{\phi_g} \right)^{-2} \quad (6)$$

On exprime le coefficient de frottement turbulent à l'aide des travaux de Julien (1991) et Barenblatt (1997) comme :

$$f_m(\bar{\phi}, R_e) = f_b(R_e)(1 + a\lambda^2) \quad (7)$$

$$\lambda = \left[ \left( \frac{\phi_g}{\bar{\phi}} \right)^{1/3} - 1 \right]^{-1}, \quad a = c_B \frac{\rho_p}{\bar{\rho}} \left( \frac{d_p}{l_m} \right)^2$$

$$f_b(R_e) = \left( \frac{2^\alpha \alpha (1 + \alpha) (2 + \alpha)}{e^{3/2} (\sqrt{3} + 5\alpha)} \right)^{\frac{1}{1+\alpha}}, \quad \alpha = \frac{3}{2 \ln R_e}$$

Le terme  $\lambda$  permet de décrire l'influence de la concentration et plus on se rapproche de la compacité du sol plus ce terme tend vers l'infini ; en réécrivant le terme on s'aperçoit qu'il devient nul lorsque la concentration l'est. Dans l'expression du terme  $a$ ,  $c_B$  représente le coefficient de Bagnold,  $d_p$  le diamètre moyen des particules et  $l_m$  la longueur de mélange. En faisant varier ces deux derniers, on constate des variations de concentration maximale mais celle-ci restent limitées.

En ce qui concerne le flux d'érosion, on utilise une loi de seuil (Chanson (1999)) :

$$\dot{m} = \begin{cases} k_{er} (|\tau_b| - \tau_c) & \text{si } |\tau_b| > \tau_c \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (8)$$

Où l'on introduit un coefficient d'érosion et une contrainte critique en dessus de laquelle l'érosion ne peut se faire.

On distinguera trois cas sur l'expression de la contrainte de cisaillement : suspension diluée :  $c_L = 0, \lambda = 0, f_b(R_e) = f_b$ , suspension dense :  $c_L = 0, f_b(R_e) = f_b$ , suspension dense avec terme laminaire où on prend la formule complète. La différence entre les deux dernières repose surtout sur l'expression du coefficient de frottement, et du temps de calcul. Mais la première simplifie suffisamment le problème pour avoir une expression analytique de la solution.

### 3 Modélisation numérique

Pour résoudre le système de notre modèle, nous avons construit un modèle numérique.

### 3.1 Originalité de l'algorithme

Il est assez simple de calculer une solution à DI car les équations se simplifient, c'est pourquoi, lors de calcul à PI, on utilise un schéma de Newton-Raphson avec adaptation du débit par la formule :

$$dQ = \frac{(p_k - p_{in})(Q_{ek} - Q_{ek-1})}{p_k - p_{k-1}} \quad (9)$$

Où  $p_k$  est la pression d'entrée du tube calculé à l'itération  $k$  de l'algorithme de Newton-Raphson et  $Q_{ek}$  le débit adapté.

Par-dessus cela, on utilise une discrétisation par différences finies explicite en espace et on utilise un schéma de Runge-Kutta classique d'ordre 4 avec pas adaptatif en temps. L'algorithme utilisé pour l'adaptation du pas se base sur le calcul de l'erreur commise par rapport à la méthode de Heun, et de modifier le pas pour diminuer l'erreur au pas suivant ou, si l'erreur est trop grande, de diviser le pas de temps par deux et de recommencer le calcul de l'étape Bonelli (1993).

### 3.1 Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont assez simples, on impose la pression atmosphérique à la sortie du tube, on a de l'eau pure à l'entrée donc la concentration d'entrée est nulle. On laisse libre la vitesse et le rayon sur les bords ; ceux-ci sont calculer grâce au schéma temporel.

Pour la condition initiale, on utilise les valeurs de l'écoulement dans le cas où il n'y aurait pas d'érosion, avec un rayon initial  $R_0$  supposé constant.

A l'entrée du tube on ne peut imposer à la fois la pression et le débit, c'est pourquoi on distinguera deux cas de calcul (PI et DI déjà cités).

## 4 Résultat

### 4.1 Suspension diluée

La suspension diluée correspond au cas le plus simple mais utile pour vérification du modèle. En effet nous disposons de solution analytique dans ce cas ; et l'on peut montrer que le rayon et la vitesse sont constants suivant l'axe du tube durant tout le calcul. De même le profil de pression et le profil de concentration sont linéaires. Ce qui permet de recoller aux données expérimentales et aux premier modèle 0D élaborés.

Notre modèle repose parfaitement sur ces données, mais il est intéressant de voir ce qui se passe en utilisant les mêmes paramètres (conduisant à des concentrations faibles) mais d'utiliser la formulation complète de la contrainte de cisaillement. On s'aperçoit alors que le système ne réagit pas de la même manière au début lorsque la concentration est maximale mais les valeurs asymptotiques restent les mêmes.

### 4.2 Suspension dense à débit constant

Ici nous réglons les paramètres pour une plus forte érosion et ainsi obtenir des maxima de concentration proches de la compacité du sol. Le cas à débit constant est rapide à calculer car il ne fait pas intervenir le schéma de Newton, et les pas de temps ne font que grandir au cours du calcul car l'erreur diminue au cours du calcul.

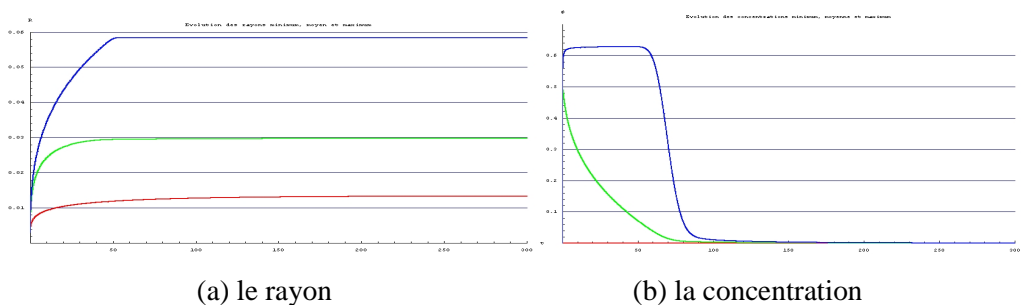


FIG. 2 – Evolution du rayon et de la concentration minimum, maximum et moyen.

On a toujours une asymptote horizontale à la fin sur le rayon mais les rayons minimum, moyen et maximum ne sont plus égaux comme dans le cas dilué. La concentration passe par un maximum car à débit imposé et le rayon augmentant, la vitesse du fluide diminue et donc la contrainte de cisaillement ce qui a pour effet de ralentir puis stopper l'érosion et donc l'apport de particules dans le fluide. Le transport devient alors prédominant et la concentration diminue.

L'écart entre le rayon maximum et minimum à la fin s'explique par l'influence de la concentration sur le flux d'érosion, en effet, avec une forte concentration, l'érosion est bien plus forte et érode le tube bien plus, si bien que lorsque la concentration retombe, la contrainte de cisaillement est bien en dessous du seuil d'érosion.

### 4.3 Suspension dense à gradient de pression constant

Le cas de calcul à débit imposé est utile pour sa simplicité et rapidité de calcul, mais le cas le plus naturel est lorsque l'on impose un gradient de pression entre l'amont et l'aval de notre ouvrage (cf. FIG. 1).

Pour ce cas de calcul, on se place dans le cas à forte concentration avec l'expression complète de la contrainte de cisaillement.

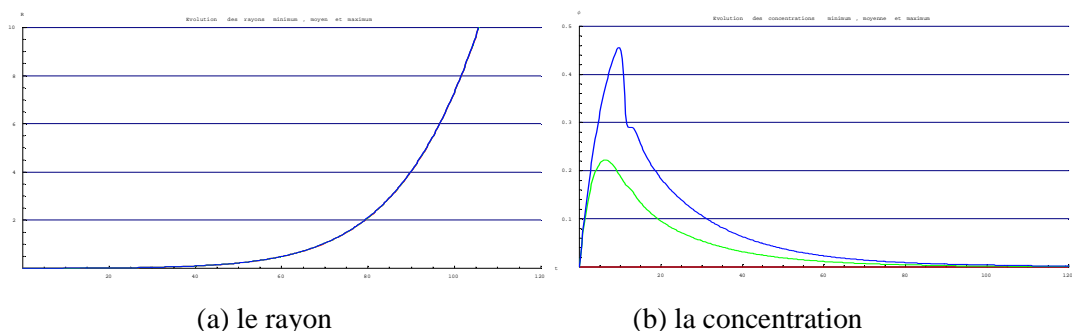
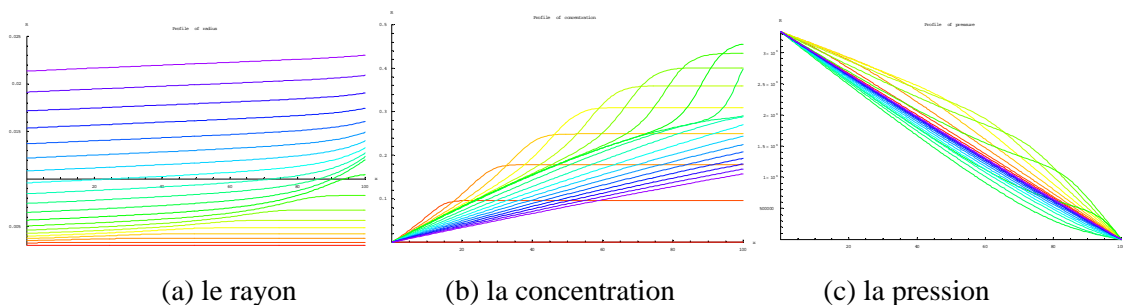


FIG. 3 – Evolution du rayon et de la concentration minimum, maximum et moyen.

On peut voir tout de suite que le rayon évolue de manière exponentielle et qu'il y a un temps de mise en place de la concentration. Les courbes de rayon semblent être confondues, mais il s'agit d'un phénomène d'échelle sur le graphique (le rayon maximum sur le graphique est de 10m soit le seuil d'arrêt du calcul). Il est nécessaire de fixer une limite pour notre calcul, celle-ci est donnée par notre hypothèse d'écoulement allongé : si le rayon devient trop grand, cette hypothèse n'est plus valable (on choisit  $R > 0.1L$  comme condition d'arrêt).

On voit ici que la concentration finit par diminuer alors que l'érosion augmente, c'est du au fait que le terme de transport des particules augmente plus fortement et, comme au cas précédent, devient prédominant sur l'érosion et évacue les particules.



(a) le rayon (b) la concentration (c) la pression  
 FIG. 4 – Evolution des profils de rayon, de la concentration et de pression.

En observant l'évolution des profils de pression, rayon et concentration dans le tube on s'aperçoit de l'influence locale de la concentration. Une fois la "vague" de forte concentration passée, Le système se comporte à nouveau comme en suspension diluée.

## 5 Conclusion

En conclusion nous avons put développer un modèle simple d'érosion de tube mais qui nous a permis de mettre en évidence l'influence de la concentration sur le taux d'érosion. Les profils de pression, rayon et concentration trouvés montre que leurs expressions sont non triviales, et qu'une étude bidimensionnelle représentera mieux les cellules de turbulence. Cependant, le transport des particules est prédominant en fin de calcul et conduit à un retour à de faibles concentrations.

## Références

- Barenblatt, G.I., Chorin, A.J., Prostokishin, V.M. 1997 Scaling laws for fully developed turbulent flow in pipes. *Applied Mechanics Reviews* **50(7)**, 413-429
- Bonelli, S. 1993 Contribution à la resolution de problèmes élastoplastiques de mécanique des sols et d'écoulements non saturés par methode des elements finis. *PhD thesis, Aix-Marseille II, Institut de Mécanique de Marseille.*
- Bonelli, S., Brivois, O., Borghi, R., Benahmed, N. 2006. On modelling of piping erosion. *Compte Rendu de Mécanique*, **89 n°334**, 555-559
- Chanson, H. 1999. The hydraulics of open channel flows: an introduction. *Butterworth-Heinemann*, Oxford U.K.
- Gondret, Ph., Petit, L., 1995 Viscosité de suspensions désordonnées et ordonnées de sphères solides : expériences et modèles. *C. R. Académie des Sciences Paris*, **321, Série Iib**, 25-31
- Julien, P.-Y., Lan, Y. 1991 Rheology of Hyperconcentration. *Journal of hydraulic engineering*, **117 num 3**, 346-353
- Quemada, D. 1977 Rheology of concentrated disperse systems and minimum energy dissipation principle – Viscosity-concentration relationship. *Rheol. Acta*, **16**, 82-94