



HAL
open science

Diagramme de stabilité et effet de la stratification sur la stabilité de deux couches d'un même fluide supercritique

Keltoum Boutrouft, Sakir Amiroudine, Abdelhak Ambari

► **To cite this version:**

Keltoum Boutrouft, Sakir Amiroudine, Abdelhak Ambari. Diagramme de stabilité et effet de la stratification sur la stabilité de deux couches d'un même fluide supercritique. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. ⟨hal-03362057⟩

HAL Id: hal-03362057

<https://hal.science/hal-03362057v1>

Submitted on 1 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

DIAGRAMME DE STABILITE ET EFFET DE LA STRATIFICATION SUR LA STABILITE DE DEUX COUCHES D'UN MÊME FLUIDE SUPERCRIQUE

Keltoum Boutrouft, Sakir Amiroudine, Adelhak Ambari

*Laboratoire de Procédés Matériaux et Instrumentation
ENSAM, CER d'Angers
2, boulevard du Ronceray - B.P. 93525 49035 Angers
keltoum.boutrouft@angers.ensam.fr*

Résumé :

Nous avons modélisé numériquement la stabilité d'un système de deux couches d'un même fluide pur supercritique soumis à une différence de température initiale à l'interface. La grande compressibilité et la faible diffusivité thermique des fluides critiques entraînent une instabilité gravitationnelle de type Rayleigh-Taylor de la couche de diffusion. Cette instabilité est similaire à celle que l'on retrouve dans le cas de deux fluides miscibles à condition de remplacer le coefficient de diffusion moléculaire par celui de la diffusion thermique. Nous avons montré que, lorsque l'épaisseur de la couche inférieure devient plus petite que l'épaisseur de la couche de diffusion thermique basée sur le taux de croissance maximal alors le système devenait stable. Un diagramme de stabilité a été établi en fonction de trois paramètres : l'épaisseur de la couche inférieure, la différence de densité entre les deux couches et la distance au point critique. L'effet de la stratification initiale qui est important lorsque l'on se rapproche du point critique a montré une stabilisation de notre configuration de type Rayleigh-Taylor.

Abstract :

A numerical study of the stability in a two-layer system filled with a single pure supercritical fluid subjected to an initial temperature difference is performed. The very large compressibility and the very low heat diffusivity of near-critical fluids lead to a Rayleigh-Taylor like gravitational instability of the heat diffusion layer. This instability is similar to the one of two miscible fluids where molecular species diffusion coefficient is replaced by the heat diffusion coefficient in the dispersion relation. We have shown that when the thickness of the lower layer becomes smaller than the heat diffusion length based on the maximum growth rate, the system is stable. A linear stability diagram has been established as a function of three parameters: the thickness of the lower layer, the density difference between the two layers and the distance to the critical point. When the critical point is approached, the high initial stratification (due to the high compressibility) of this Rayleigh-Taylor like configuration has seen the effect of stabilizing the system.

Mots-clefs :

Stabilité Rayleigh-Taylor; Fluide Supercritique; Fluides Stratifiés

1 Introduction

Dans ce travail, un accent est mis sur les problèmes d'instabilités thermoconvectives dans les fluides supercritiques. La situation particulière de ces fluides dans le diagramme des phases leur confère des propriétés intermédiaires entre celles des liquides et des gaz; ce qui peut être mis à profit dans de nombreux procédés industriels (extraction, séparation...). Les coefficients de transport des fluides purs présentent des variations importantes au voisinage du point critique liquide-gaz. En particulier, la diffusivité thermique tend vers zéro tandis que la compressibilité

isotherme tend vers l'infini. On s'attend alors à ce que le transfert de chaleur se fasse très lentement mais le couplage thermoacoustique (ou effet piston) a montré qu'il pouvait se faire théoriquement très vite [Zappoli *et al.* (1990)]. Ces propriétés thermophysiques font varier de plusieurs ordres de grandeur les paramètres de similitude ouvrant ainsi un champ de recherche très large. Un diagramme de stabilité de cette configuration est établi en fonction de trois paramètres: la proximité du point critique, la différence de température imposée à l'interface entre les deux couches, et l'épaisseur de la couche inférieure. L'effet de la gravité devient aussi de plus en plus important à l'approche du point critique à cause de la très forte compressibilité de tels fluides. Celle-ci permet l'effondrement d'un tel système sous l'effet de son propre poids. La stratification initiale, due à cette forte compressibilité, sur la stabilité du système a été particulièrement étudiée et analysée.

3 Position du problème

3.1 Cas sans stratification initiale: conditions initiales et aux limites du problème

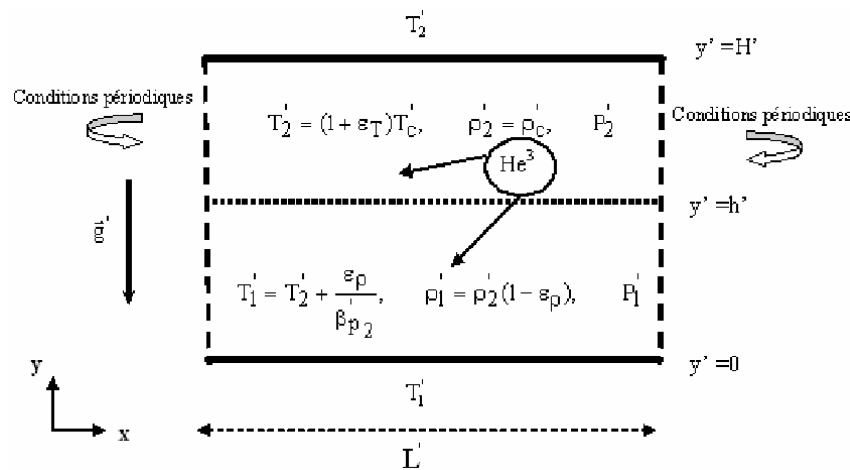


FIG. 1 – Le modèle géométrique et ses conditions à l'instant initial sans prise en compte de la stratification.

Considérons une cavité rectangulaire (voir Figure 1) de hauteur H' et de longueur $L' = \lambda'$, où λ' est la longueur d'onde, contenant un fluide supercritique (He^3) soumis à un champ de pesanteur $\vec{g}' = (0, -g')$. A l'instant initial, le fluide est maintenu, dans la partie supérieure de la cavité de hauteur $H' - h'$, à une température $T_2' = (1 + \varepsilon_T)T_c'$ proche de T_c' où $(\varepsilon_T = (T_2' - T_c')/T_c' \ll 1)$ et à une densité $\rho_2' = \rho_c'$. Dans la partie inférieure de hauteur h' , on impose une densité $\rho_1' = (1 - \varepsilon_\rho)\rho_2'$ où $\varepsilon_\rho = \frac{\rho_2' - \rho_1'}{\rho_c'}$ est imposé: le fluide dans la couche

inférieure est donc moins dense que celui qui est au-dessus ($\rho_1' < \rho_2'$); dans ces conditions la température T_1' est déterminée par l'équation d'état (voir Section 3.2). Dans les notations, l'indice « c » indique les quantités prises au point critique, et l'exposant « ' » indique les quantités dimensionnelles.

3.2 Modèle mathématique : équations adimensionnelles

On considère que le fluide est compressible, visqueux, newtonien et conducteur de la chaleur et obéit à une équation d'état linéarisée. Les équations adimensionnelles décrivant l'évolution du fluide supercritique (ici l'Hélium3) dans la configuration donnée dans le paragraphe précédent sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{\mathbf{V}}) = 0 \\ \rho \left[\frac{\partial \bar{\mathbf{V}}}{\partial t} + (\bar{\mathbf{V}} \cdot \nabla) \bar{\mathbf{V}} \right] = -\bar{\mathbf{V}} P + \frac{1}{\text{Re}} \left[\Delta \bar{\mathbf{V}} + \frac{1}{3} \bar{\nabla} (\bar{\mathbf{V}} \cdot \bar{\mathbf{V}}) \right] - \frac{1}{\text{Fr}^2} \rho \bar{\mathbf{j}} \\ \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{\mathbf{V}} \cdot \bar{\nabla} T \right) = \beta_{p_2} \text{Ec} T \frac{dP}{dt} + \frac{1}{\text{Re Pr}} \bar{\nabla} \cdot [\bar{\nabla} T] + \frac{\text{Ec}}{\text{Re}} \Phi \\ \rho = \rho_2 + \chi_{T_2} (P - P_2) - \beta_{p_2} (T - T_2) \end{array} \right.$$

avec $\Phi = V_{i,j} V_{j,i} + V_{i,j} V_{i,j} - \frac{2}{3} V_{i,i} V_{j,j}$ correspondant à la dissipation visqueuse, $\beta_{p_2} = \beta'_{p_2} T'_c$

le coefficient d'expansion thermique et $\chi_{T_2} = \chi'_{T_2} \rho'_c C'^2$ la compressibilité isotherme. Ces deux coefficients divergent à l'approche du point critique avec approximativement le même exposant critique [Stanley (1971)]. Pour les autres nombres adimensionnels, ils sont définis : $\text{Fr} = C' / \sqrt{H' g'}$ (nombre de Froude), $\text{Pr} = \nu' / D'$ (nombre de Prandtl), $\text{Re} = H' C' / \nu'$ (nombre de Reynolds), $\text{Ec} = C'^2 / (C'_p T'_c)$ (nombre d'Eckert). On définit D' le coefficient de diffusivité thermique, ν' la viscosité, C' la vitesse du son du fluide supercritique, et C'_p la capacité calorifique à pression constante. Ces quantités physiques sont interpolées à partir des résultats expérimentaux [Boutrouft (2006)]. Pour une proximité donnée du point critique, toutes les propriétés sont supposées constantes puisque la différence de température entre les deux couches est très faible. Notre équation d'état est donc linéaire. Les équations ci-dessus sont résolues par la méthode numérique des volumes finis avec l'algorithme de couplage vitesse-pression SIMPLER [Amiroudine *et al.* (2001)].

3.3 Equations stratifiées

Un fluide très compressible s'effondre sous son propre poids, pour former de grands gradients de densité, comme le font l'atmosphère ou les océans sur de grandes échelles. Pour les fluides proches de leur point critique la compressibilité diverge au point critique, on peut obtenir une stratification en densité identique à celle obtenue dans les couches atmosphériques, mais cette fois-ci dans des cellules de dimensions millimétriques. Cette stratification est gouvernée par un bilan hydrostatique entre le gradient de pression et la force de gravité, soit $\frac{dP}{dy} + \frac{\rho}{\text{Fr}^2} = 0$ et par le fait que l'équation d'état doit être satisfaite. Afin de résoudre ce système

d'équations, deux conditions doivent être fournies afin de fermer le problème :

(i) on écrit que la densité moyenne est égale à la densité critique, soit

$$\rho_c = \frac{1}{H} \left[\int_0^h \rho_1(y) dy + \int_h^H \rho_2(y) dy \right] \text{ avec } (h = \frac{h'}{H'}), \text{ (ii) et on impose une différence de densité à}$$

l'interface $\rho_2(h^+) - \rho_2(h^-) = \varepsilon_p$. En imposant la continuité des pressions à l'interface ($y=h$) :

$P_1(h^-) = P_2(h^+)$ on obtient l'expression de la température $T_1 = \frac{e^{-\frac{h}{y^*}}}{\beta_{p_2}} (C_2 - C_1) + T_2$ dans le domaine inférieur. Les champs de densité et pression s'écrivent finalement sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \rho_1(y) = C_1 e^{-y/y^*} \\ \rho_2(y) = C_2 e^{-y/y^*} \end{cases} \quad \begin{cases} P_1(y) = \frac{1}{\chi_{T_2}} [C_1 e^{-y/y^*} - \rho_0 + \beta_{p_2} (T_1 - T_2)] + P_2 \\ P_2(y) = \frac{1}{\chi_{T_2}} [C_2 e^{-y/y^*} - \rho_0] + P_2 \end{cases}$$

$$\text{où } y^* = Fr^2 / \chi_{T_2} = 1 / \left(\chi_{T_2}' \rho_c' g' H' \right), \quad C_1 = \frac{-\frac{1}{y^*} - \varepsilon_\rho e^{\frac{h}{y^*}} (e^{-\frac{1}{y^*}} - e^{-\frac{h}{y^*}})}{e^{-\frac{1}{y^*}} - 1} \quad \text{et } C_2 = C_1 + \varepsilon_\rho e^{\frac{h}{y^*}}.$$

Le paramètre y^* est un paramètre primordial dans l'interprétation des effets de stratification (voir Tableau 1). Pour une valeur fixée de la densité critique ρ_c' , lorsque la compressibilité χ_{T_2}' ou la hauteur de la couche de fluide est importante, la stratification devient importante, sinon elle a un effet négligeable.

ε_T	0.0005	0.001	0.005	0.008	0.01	0.08
$1/y^*$	$6.32 \cdot 10^{-3}$	$2.8 \cdot 10^{-3}$	$4.1 \cdot 10^{-4}$	$2.34 \cdot 10^{-4}$	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$1.51 \cdot 10^{-5}$

TAB. 1 – Valeur de la stratification $1/y^*$ en fonction de la distance au point critique ε_T , pour une cellule de ($H'=1\text{mm}$)

4 Résultats

L'analyse de la stabilité linéaire de l'interface de diffusion thermique présentée entre les deux moitiés de la cavité est établie dans Amiroudine (2005) par l'analyse de la dynamique de croissance des fluctuations qui sont simulées par l'introduction d'une perturbation initiale sinusoïdale et de faible amplitude A sur le champ de vitesse verticale (v):

$$v(0 \leq x \leq L, y = h, t = 0) = A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right). \text{ La dynamique de la croissance des fluctuations, c'est-à-dire le calcul du taux de croissance des instabilités } \sigma \text{ en fonction du nombre d'onde } k = \frac{2\pi}{\lambda},$$

est évalué numériquement par une analyse linéaire ($A\sigma/g \leq 1$) en considérant le profil plateau de l'évolution temporelle de ce taux de croissance σ qui est :

$$\sigma = \frac{\ln(v_1/v_2)}{t_1 - t_2}, \text{ où } v_1 \text{ et } v_2 \text{ sont les composantes verticales de la vitesse aux temps } t=t_1 \text{ et } t=t_2 \text{ respectivement. Le nombre d'onde de coupure est donc déterminé et comparé aux valeurs théoriques évaluées par Duff } et \text{ al. (1962) qui ont pris en compte en plus de la viscosité cinématique } \nu, \text{ le coefficient de diffusion massique } D' \text{ et leur modèle heuristique donne la relation de dispersion suivante:}$$

$$\sigma' = \sqrt{A_t g' k' + \nu'^2 k'^4} - (\nu' + D') k'^2 \quad \text{où } A_t = (\rho'_2 - \rho'_1) / (\rho'_2 + \rho'_1) \text{ est le nombre d'Atwood, et } k' \text{ le}$$

nombre d'onde. Dans notre étude, on a remplacé le coefficient de diffusion massique entre les deux fluides par le coefficient de diffusion thermique.

La Figure 2 représente la variation de l'épaisseur relative de la couche de diffusion δ/h en fonction de ε_T et ce pour différentes valeurs de h et de ε_p . On rappelle que l'épaisseur de la couche de diffusion δ' est estimée à partir du taux de croissance maximal et du coefficient de diffusion thermique $\delta' = \sqrt{D'/\sigma'_{\max}}$. Lorsque l'épaisseur de cette couche de diffusion devient plus grande que l'épaisseur de la couche inférieure (ou lorsque $\delta/h > 1$) alors la configuration est stable sinon elle reste instable. La limite de stabilité est clairement identifiée par la ligne horizontale : le cas stable apparaît pour des valeurs faibles de l'épaisseur de la couche inférieure et de la différence de densité entre les deux couches. La Figure 3 présente des résultats d'une branche de la courbe du taux de croissance en fonction du nombre d'onde, très proche du point critique ($\varepsilon_T = 5 \times 10^{-3}$) et pour différentes valeurs de ε_p . Dans le cas où la stratification initiale est prise en compte, pour les petites valeurs de différence de densité ($\varepsilon_p = 10^{-4}$), l'interface entre les deux couches est stable ($\sigma' < 0$), et pour les grandes valeurs de ce paramètre de contrôle ($\varepsilon_p = 10^{-3}$, 10^{-2}), le système est instable. Par ailleurs on montre aussi les champs de température pour deux différences de densité initiale ($\varepsilon_p = 10^{-2}$ et $\varepsilon_p = 10^{-4}$) et dans le cas d'une même longueur d'onde $\lambda' = 1$ mm et approximativement au même temps $t' \cong 1$ s. On voit que dans le cas $\varepsilon_p = 10^{-2}$, le système est bien instable, ce qui n'est pas le cas pour $\varepsilon_p = 10^{-4}$ où pour ce temps la configuration reste stable. L'effet de la stratification initiale peut se voir dans le cas $\varepsilon_p = 10^{-4}$ avec et sans cette stratification initiale. On peut remarquer que le cas avec stratification initiale est stable comparé à celui sans stratification qui est instable. En fait, la densité sur la paroi inférieure devient plus grande que celle à la paroi supérieure. La configuration est alors globalement stable même si à l'interface, une petite différence de densité « instable » existe.

5 Conclusion

Nous avons effectué une simulation numérique pour l'étude de la stabilité de deux couches d'un même fluide supercritique, initialement soumis à une différence de densité au niveau de l'interface. Nous avons résolu les équations adimensionnelles avec des nombres caractéristiques dépendant tous de la proximité du point critique. Un diagramme de stabilité a été développé en fonction de trois paramètres principaux : la différence de densité initiale entre les deux couches, la proximité au point critique et l'épaisseur de la couche inférieure. Pour une taille H' donnée de la cellule, les résultats ont prouvé que la configuration peut être stabilisée pour trois raisons : (i) quand l'épaisseur de la couche de diffusion basée sur le taux de croissance maximum est plus grand que l'épaisseur de la couche inférieure, (ii) quand la différence de densité est suffisamment faible et (iii) quand le fluide est suffisamment loin du point critique. La stratification initiale devient très importante quand le point critique est approché et permet de stabiliser la configuration de type Rayleigh-Taylor pour des valeurs données des deux paramètres de contrôle : différence de densité initiale et proximité du point critique.

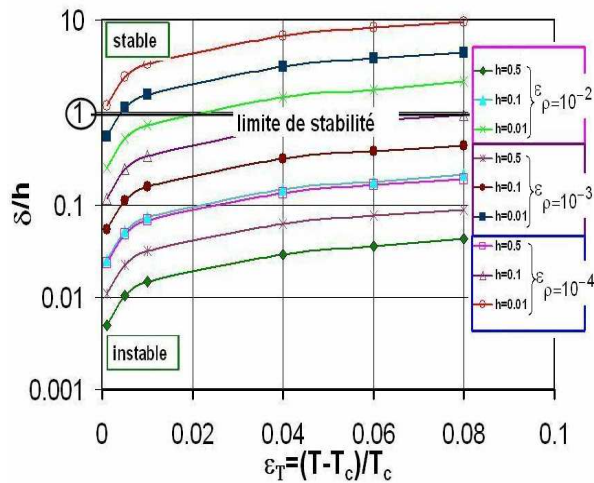


FIG. 2 – Diagramme de stabilité de δ/h en fonction de ε_T pour différentes valeurs de ε_p et de h .

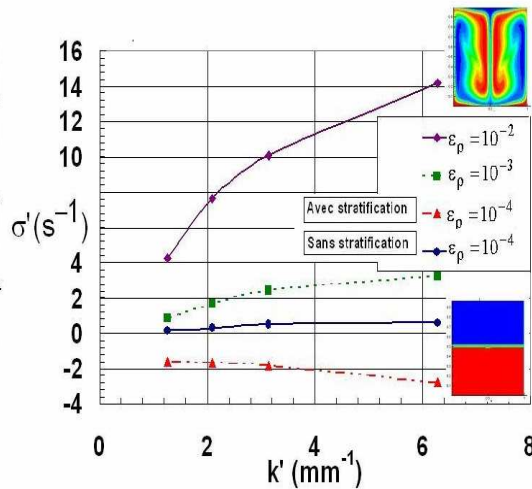


FIG. 3– Taux de croissance en fonction du nombre d'onde pour $\varepsilon_T = 5 \times 10^{-3}$ et différentes valeurs de ε_p avec $h=0.5$

Références

- Amiroudine S., Bontoux P., Larroudé P., Gilly B., Zappoli B. 2001 Direct numerical simulation of unsteady instabilities inside a near-critical fluid layer heated from below, *J. of Fluid Mech.*, Vol **442**, pp. 119-140
- Amiroudine S. Boutrouft K., Zappoli B. 2005 The stability analysis of two layers in a supercritical pure fluid: application to Rayleigh-Taylor like instabilities, *Phys. of Fluids.*, Vol.17, Issue 4
- Boutrouft K., 2006 Instabilités thermoconvectives de type Rayleigh-Taylor dans les fluides supercritiques, Thèse 3^{ème} cycle, ENSAM CER d'Angers.
- Duff R.E, Harlow F.H and Hirt C.W 1962 Effects of diffusion on interface instability between gases, *Phys. of Fluids* **5** (4), 417-425
- Stanley H.E. 1971, Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena, (Oxford University Press), New York
- Zappoli B., Bailly D., Garrabos Y., Le Neindre, B., P.Guernoun, and Beysens D. 1990 Anomalous heat transport by the piston effect in supercritical fluids under zero gravity. *Phys.Rev. A*, **41**(4) :2264-2267