



Écoulement d'un fluide visqueux autour d'un disque en incidence frontale

Franck Auguste, David Fabre, Jacques Magnaudet

► To cite this version:

Franck Auguste, David Fabre, Jacques Magnaudet. Écoulement d'un fluide visqueux autour d'un disque en incidence frontale. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03362031

HAL Id: hal-03362031

<https://hal.science/hal-03362031>

Submitted on 1 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Ecoulement d'un fluide visqueux autour d'un disque en incidence frontale

Franck AUGUSTE, David FABRE & Jacques MAGNAUDET

UMR 5502 CNRS-INP-UPS
Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse
Allée du professeur Camille Soula
auguste@imft.fr ; fabred@imft.fr ; magnau@imft.fr

Résumé :

Cette étude met en évidence, par la simulation numérique, les différents régimes hydrodynamiques de l'écoulement autour d'un disque en incidence frontale, pour une gamme de nombres de Reynolds allant de 0 à 130. On confronte les champs de vitesse, de pression et de vorticité obtenus en écoulement de Stokes avec les solutions théoriques. Pour des valeurs modérées du nombre de Reynolds, le sillage présente une zone de recirculation axisymétrique et stationnaire. A partir de $Re \approx 115$, la symétrie axiale se brise au profit d'une symétrie plane. L'obstacle subit alors une force transverse et un couple non-nuls. L'instationnarité apparaît pour $Re \approx 123$ où un nouveau régime hydrodynamique complexe se met en place.

Abstract :

We study the viscous flow past a circular flat disk in an unbounded domain for Reynolds numbers between 0 and 130 using direct numerical simulation. We compare the velocity, pressure and vorticity fields obtained in the Stokes regime with theoretical solutions. For moderate Reynolds number, the wake exhibits a steady axisymmetric toroidal eddy. Beyond $Re \approx 115$, the axial symmetry breaks down and a steady flow with a planar symmetry emerges, leading to a lift force and a torque on the body. Unsteadiness is detected beyond $Re \approx 123$ where a new hydrodynamic regime with complex properties sets in.

Mots-clefs :

disque ; sillage ; instabilité

1 Introduction

Nous nous intéressons à la dynamique des corps mobiles en mouvement dans un fluide visqueux. Les processus physiques mis en jeu dans ce contexte sont complexes et la compréhension des instabilités de sillage derrière un corps fixe est une étape nécessaire. Pour s'en convaincre, Il suffit de savoir que le seuil (basé sur le nombre de Reynolds $Re = \frac{2U_0 R_0}{\nu}$, construit sur la vitesse incidente U_0 et le rayon de l'obstacle R_0) d'apparition de mouvements oscillatoires dans le cas de corps mobiles peu aplatis est proche de celui de l'instabilité du sillage du corps fixe correspondant ; la nature du sillage derrière un corps fixe joue donc un rôle important dans la génération des trajectoires suivies par les corps libres.

Plusieurs études numériques ont été menées sur la stabilité du sillage d'une sphère solide fixe (Natarajan & Acrivos (1993), Johnson & Patel (1999), ...). Celles-ci ont permis de mettre en évidence différents régimes hydrodynamiques en fonction du nombre de Reynolds ainsi que les bifurcations associées. Au contraire, pour les obstacles cylindriques d'envergure finie ou ellipsoïdaux aplatis, la littérature est bien moins riche. Observe-t-on la même évolution du sillage pour ces corps ? Le disque, qui correspond à la limite des obstacles précédemment cités, par sa capacité à générer des trajectoires surprenantes (zigzag, virevolte) lorsqu'il est libre de se mouvoir, paraît donc être un choix judicieux.

Dans un fluide au repos, lorsque la viscosité est suffisante, on constate qu'un disque tombant (ou montant) sous l'effet de la gravité suit une trajectoire rectiligne parallèle à son axe de révolution. De ce fait, on se propose ici de cartographier les différents régimes hydrodynamiques observables derrière un disque fixe en incidence frontale dans un fluide visqueux ($Re < 130$).

Dans une première partie, on présente la méthodologie employée et l'outil de simulation numérique utilisé. Les sections suivantes sont consacrées à l'évolution du sillage en fonction du nombre de Reynolds : on s'attache à retrouver les solutions analytiques et asymptotiques en écoulement de Stokes (Tanzosh & Stone (1996), Moffat (1964)); on confronte ensuite les résultats obtenus lorsque la zone de recirculation reste axisymétrique et stationnaire aux travaux de Roos & Willmarth (1971) et Natarajan & Acrivos (1993). On étudie ensuite la perte de la symétrie axiale liée à une bifurcation fourche. Enfin, on met en évidence l'apparition de l'instationnarité.

2 Outil de simulation

Le code de simulation est identique à celui utilisé par Magnaudet & Mougin (2007). Des tests de validation ont été effectués sur l'influence du confinement, la finesse de la discrétisation spatiale de la couche limite de l'obstacle et du sillage proche. Le maillage curviligne orthogonal retenu pour la plupart des calculs, possède $96 \times 64 \times 32$ cellules suivant les directions x , r et θ respectivement. Les mailles les plus petites sont situées à proximité de l'arête du disque et ont pour dimension $\Delta x = \Delta y = \frac{R_0}{50}$, où R_0 est le rayon du disque. Dans la zone située derrière l'obstacle ($d \approx 2R_0$), la taille des cellules est constante selon x et vaut $\Delta x = \frac{R_0}{5}$. Les mailles sont ensuite espacées suivant une progression géométrique. les bords du domaine sont distants de $20R_0$ ($40R_0$ en aval du disque) pour minimiser l'impact du confinement. Pour les simulations à faible nombre de Reynolds, nous avons utilisé un maillage différent en augmentant la raison appliquée à la croissance des mailles loin de l'obstacle afin de prendre en compte l'étendue de la zone d'influence des effets visqueux. D'autre part, la comparaison avec le cas d'un cylindre d'une maille d'épaisseur a démontré la capacité du code à traiter le cas du disque infiniment mince.

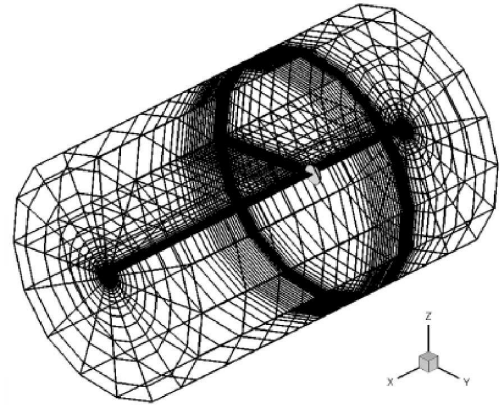


FIG. 1 – Construction du maillage

3 Ecoulement de Stokes

Pour $Re \ll 1$, la forme de la fonction de courant ψ a été donnée par Tanzosh & Stone (1996). Les coordonnées ellipsoïdales (t , c) et les coordonnées cylindriques (x et r) sont liées par :

$$x = R_0 t c \quad , \quad r = R_0 \sqrt{(1+t^2)(1-c^2)}. \quad (1)$$

Le champ de vitesse autour du disque s'écrit :

$$U_x = \frac{2U_0}{\pi} \left(\cot^{-1} t + \frac{tc^2}{c^2 + t^2} \right) \quad , \quad U_r = \frac{2U_0}{\pi} \sqrt{\frac{1-c^2}{1+t^2}} \frac{tc^2}{c^2 + t^2}. \quad (2)$$

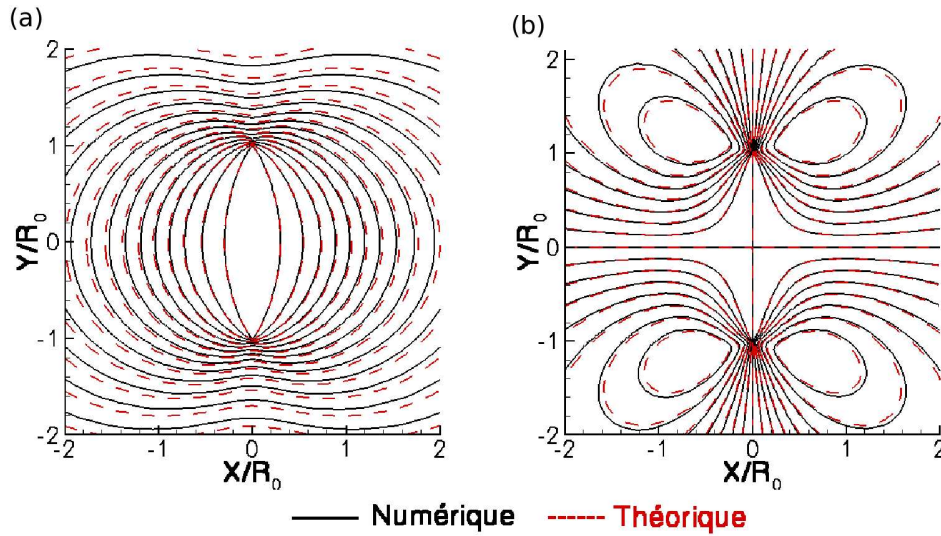


FIG. 2 – Champ de vitesse autour du disque pour $Re = 0.01$; (a) Iso-vitesses longitudinales $\frac{U_x}{U_0} \in [0 : 1]$; (b) Iso-vitesses radiales $\frac{U_r}{U_0} \in [-0.14 : 0.14]$.

La figure 2 montre la consistance des résultats numériques avec les solutions théoriques pour le champ de vitesse. Le coefficient de traînée est obtenu par intégration des contraintes sur la surface de l'obstacle et vaut $C_x = \frac{F_x}{\frac{1}{2}\rho R_0^2 U_0^2} = \frac{64}{\pi Re}$ (Lamb (1932)).

L'incertitude relative sur le coefficient de traînée est de l'ordre de 1%. Les faibles écarts observés peuvent être expliqués par les effets de confinement limitant le domaine de calcul à l'"infini" et par la difficulté à obtenir un état convergé (temps de simulation) du fait de la très faible vitesse de propagation des effets visqueux.

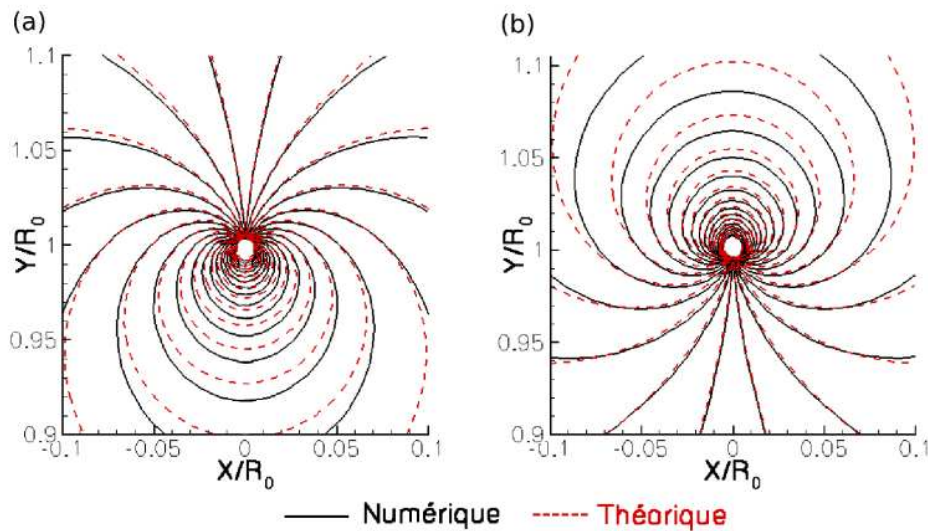


FIG. 3 – Champs de vorticité et de pression autour du disque pour $Re = 0.01$; (a) Iso-vorticités $\frac{\Omega_\theta R_0}{U_0} \in [-0.1 : 0.1]$ - (b) Iso-pressions $\frac{P R_0}{\mu U_0} \in [-10 : 10]$.

Une autre source d'erreur possible provient de la singularité de l'écoulement à l'arête du

disque dont le traitement numérique peut générer des erreurs malgré l'emploi d'un maillage décalé. On compare ici le traitement numérique de la singularité avec la solution asymptotique établie par Moffat (1964) pour une plaque plane semi-infinie. En coordonnées sphériques (ρ, ϕ, θ) où ρ est la distance radiale à la singularité et où $\phi = 0, 2\pi$ décrivent les deux parois de l'obstacle, cette solution conduit pour la vorticité azimutale Ω_θ et la pression P :

$$\Omega_\theta = 2 \frac{\sqrt{2}U_0}{\pi\sqrt{R_0}} \rho^{-\frac{1}{2}} \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \quad , \quad P = -2 \frac{\sqrt{2}U_0}{\pi\sqrt{R_0}} \mu \rho^{-\frac{1}{2}} \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \quad (3)$$

La figure 3 présente les isocontours de pression et de vorticité azimutale au voisinage de l'arête. Les champs obtenus sont en accord avec la solution asymptotique.

4 Sillage axisymétrique stationnaire

Pour $Re < 115$, le sillage est axisymétrique, stationnaire et reste stable vis à vis de perturbations numériques injectées en aval de l'obstacle. Ce sillage est caractérisé par une zone de recirculation prenant la forme d'un tourbillon toroïdal, représenté sur la figure 4(b) pour $Re = 100$. Le point remarquable est que ce tourbillon apparaît dès que l'on quitte le régime de Stokes, contrairement par exemple au cas de la sphère pour lequel il n'est observé qu'au-dessus de $Re \approx 20$. La longueur de la zone de recirculation, notée L_c , est représentée en fonction du nombre de Reynolds sur la figure 4(b).

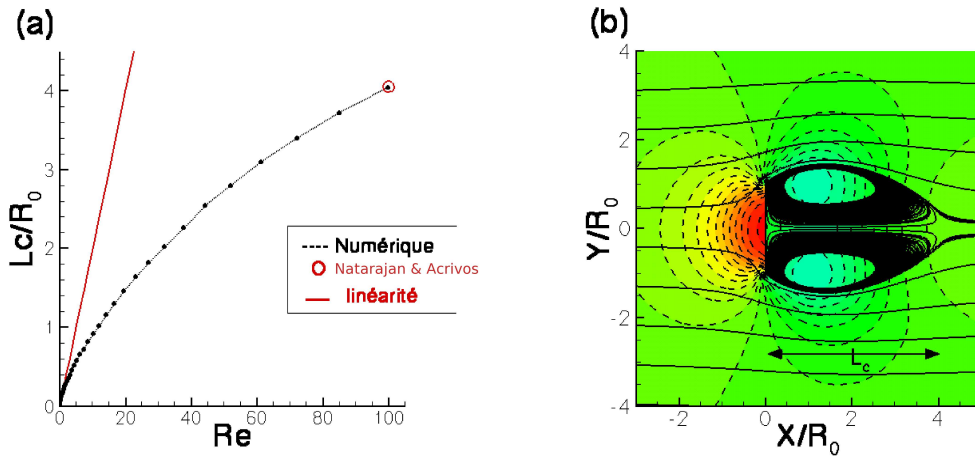


FIG. 4 – Structure du sillage proche pour $Re < 115$; (a) évolution de la longueur de recirculation avec Re ; (b) Champ de pression et lignes de courant pour $Re = 100$.

Dans la limite des faibles nombres de Reynolds, les résultats numériques suggèrent une dépendance linéaire entre L_c et Re (figure 4(a)). La valeur de L_c obtenue pour $Re = 100$ est consistante avec celle trouvée par Natarajan & Acrivos (1993). La figure 5(a) montre l'évolution avec le nombre de Reynolds de l'écart entre le coefficient de traînée déterminé numériquement et la solution en régime de Stokes. L'évolution du coefficient de traînée en fonction de Re (figure 5(b)) est en accord avec les résultats de l'étude expérimentale de Roos & Willmarth (1971).

5 Rupture de la symétrie axiale

Lorsque $Re_{c1} = 115$, la symétrie axiale du sillage se brise. La répartition des pressions et de la contrainte tangentielle visqueuse sur la face en aval du disque n'est plus centrée (figure

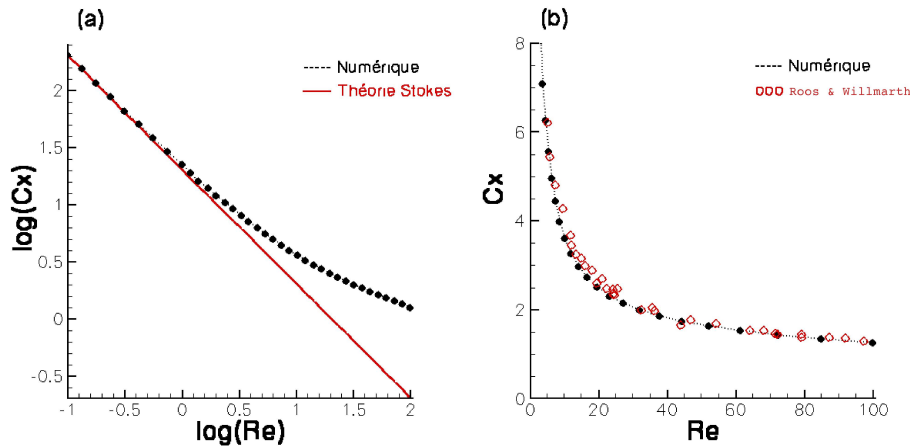


FIG. 5 – Evolution du coefficient de traînée avec Re ; (a) en échelle log-log ; (b) en échelle linéaire.

6(a)) mais conserve un plan de symétrie. Une paire de tourbillons longitudinaux contra-rotatifs s'est développée dans le sillage. Au niveau de l'arête du disque, deux autres tourbillons de même type mais de faible extension recouvrent les précédents (figure 7(a)). Cette bifurcation de l'écoulement s'accompagne de l'apparition d'une force transverse et d'un couple non-nuls et indépendants du temps sur le disque. L'orientation de cette force transverse résulte simplement du choix de la perturbation numérique initiale introduite en aval de l'obstacle.

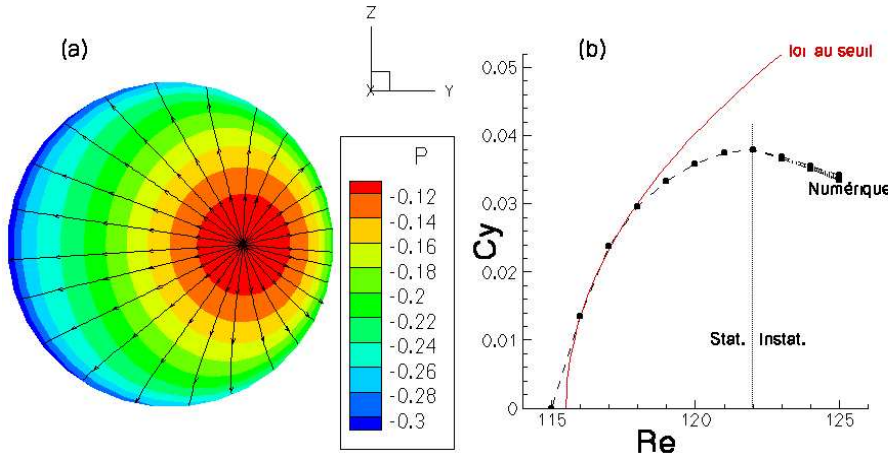


FIG. 6 – Evolution de l'écoulement après la rupture de la symétrie axiale ; (a) champ de pression et lignes de courant sur la face aval du disque à $Re = 121$; (b) diagramme de bifurcation dans le plan (Re, C_y) .

Le coefficient de portance associée à cette force transverse, défini par $C_y = \frac{F_y}{\frac{1}{2}\pi\rho R_0^2 U_0^2}$, est représenté en fonction du nombre de Reynolds sur la figure 6(b). On constate que C_y suit, à proximité du seuil, une loi de la forme $C_y = a\sqrt{Re - Re_{c1}}$. Une régression aux moindres carrés fournit les paramètres $a = 0.019$ et $Re_{c1} = 115.5$. Ce comportement est caractéristique d'une bifurcation de type fourche. Cette bifurcation est ici régulière car la valeur propre instable qui lui est associée est réelle, conduisant à un nouvel état stationnaire. La nature de cette bifurcation ainsi que la valeur du seuil correspondant sont en accord avec les résultats de l'étude de stabilité linéaire de Natarajan & Acrivos (1993) qui ont obtenu $Re_{c1} = 116.5$.

6 Vers l'instationnarité

Pour des nombres de Reynolds supérieurs à $Re_{c_2} = 123$, on observe une perte de stationnarité du sillage. Cette valeur du seuil est consistante avec celle obtenue par Natarajan & Acrivos (1993) ($Re_{c_2} = 125.6$). L'instabilité de sillage correspondante est caractérisée par une reconnexion périodique des tourbillons longitudinaux internes et externes de même signe situés juste à l'arrière du disque. L'analyse de ce régime hydrodynamique complexe est en cours.

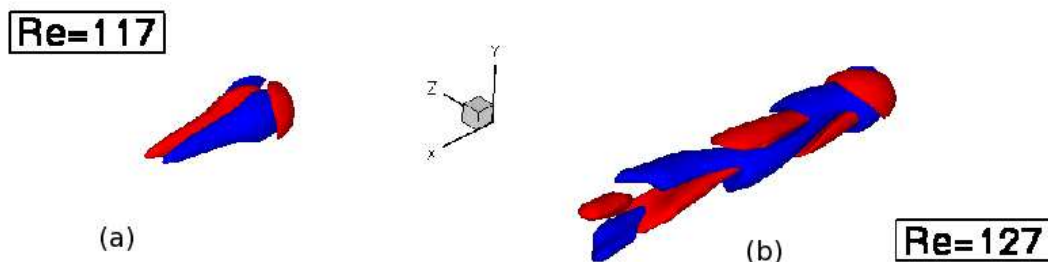


FIG. 7 – Isosurfaces de vorticité longitudinale. (a) $Re = 117$; (b) $Re = 127$

7 Conclusion

La simulation directe de l'écoulement autour d'un disque infiniment mince nous a permis de confirmer des résultats existants mais aussi d'en obtenir de nouveaux. Nous avons par exemple confirmé les solutions analytiques correspondant au régime de Stokes, ceci malgré la présence d'une singularité sur l'arête du disque. Nous avons établi que le décollement apparaît à l'ar re du disque à tout nombre de Reynolds. Les résultats correspondants au régime où le sillage est stationnaire et axisymétrique sont consistants avec les travaux antérieurs sur le sujet, tout comme les deux premiers seuils auxquels apparaissent respectivement la brisure de la symétrie axiale et celle de la stationnarité. Nous allons maintenant poursuivre l'exploration et la cartographie des régimes hydrodynamiques pour des nombres de Reynolds supérieurs.

Références

- Johnson T.A. & Patel V.C. 1999 Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300 *J. Fluid Mech.* **378** 19-70
- Lamb, Sir H. 1932 *Hydrodynamics* Dover, 6th ed.
- Moffat H.K. 1964 Viscous and resistive edies near a sharp corner *J. Fluid Mech.* **18** 1-18
- Magnaudet J. & Mougin G. 2007 Wake instability of a fixed spheroidal bubble *J. Fluid. Mech.* **572** 311-338
- Natarajan R. & Acrivos A. 1993 The instability of the steady flow past spheres and disks *Journ. Fluid. Mech.* **254** 323-344
- Roos F. & Willmarth W.W. 1971 Some experimental results on sphere and disk drag *AIAA Journ.* **9-2** 285-291
- Tanzosh J.P. & Stone H.A. 1996 A general approach for analyzing the arbitrary motion of a circular disk in a Stokes flow *Chem. Eng. Comm.* **148-150** 333-346