



HAL
open science

Simulation numérique directe de l'ascension d'une particule avec transferts de chaleur.

Aurélie Maunoury, Cédric Le Bot, Eric Arquis

► **To cite this version:**

Aurélie Maunoury, Cédric Le Bot, Eric Arquis. Simulation numérique directe de l'ascension d'une particule avec transferts de chaleur.. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03361770

HAL Id: hal-03361770

<https://hal.science/hal-03361770>

Submitted on 1 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Simulation numérique directe de l'ascension d'une particule avec transferts de chaleur.

Aurélie Maunoury, Cédric Le Bot, Eric Arquis

Laboratoire Transferts Ecoulements Fluides Energétique (TREFLE)
16 avenue Pey- Berland – 33607 PESSAC
maunoury@enscpb.fr

Résumé:

Nous faisons l'étude de l'ascension d'une particule ayant une température différente de celle du fluide. Pour cela, nous simulons en 2D le mouvement d'un solide dans un fluide où nous considérons le fluide comme Newtonien et la particule comme indéformable par une approche eulérienne. De plus, nous nous plaçons dans le cas d'un régime laminaire de Stokes. Nous commençons par valider notre méthode numérique en comparant les résultats issus de la simulation numérique de l'ascension d'une particule ayant une température fixe et différente de celle du fluide avec ceux obtenus à l'aide de méthodes analytiques ou empiriques adaptées à notre cas. Puis, nous comparons les résultats issus de la simulation ci-dessus avec ceux obtenus à l'aide de la simulation numérique de l'ascension d'une particule ayant une température initiale différente de celle du fluide et évoluant au cours du temps.

Abstract:

We study the rising of a single particle coupled with heat transfer due to temperature differences between solid and liquids phases. To achieve our goals, the two-phase flow is investigated by Numerical Simulation in two-dimensional domain. In this paper we set a Newtonian liquid phase, and assume that incompressibility could be enforced locally in both phases. On the one hand, we consider a particle with fixed temperature, rising by buoyancy in a warmer fluid. In two-dimensions, our prediction is compared to the terminal particle velocity, determined in the analogous isothermal situation by Faxén in a former work. The global Nusselt number is then compared to the one coming from a correlation. On the other hand, the same simulation is performed, where the particle temperature is now free to evolve in time as long as thermal equilibrium between solid and liquid is not achieved. As a matter of conclusion, we discuss the differences on particle velocity and heat transfer, between both situations.

Mots-clefs :

Simulation numérique ; écoulement diphasique liquide- solide ; convection.

1 Introduction

L'ascension ou la sédimentation de particules est présente dans de nombreux domaines industriels tels que la métallurgie, l'agroalimentaire... L'une de ses applications industrielles concerne le transport de froid, celui-ci s'effectue par exemple, par l'intermédiaire de mélanges constitués de particules de glace dispersées dans une solution aqueuse communément appelés coulis de glace.

L'ascension comme la sédimentation reste encore mal définie tant d'un point de vue expérimental que numérique, bien que plusieurs études (Vanroyen (2004), Pan (1999)) aient permis de quantifier et qualifier les écoulements générés en fonction des paramètres physiques et géométriques (viscosité, taille des particules...). Notre but est de prendre en compte les

échanges de chaleur générés par une différence de température entre le fluide et la particule. Pour le moment, les travaux sur ce sujet se limitent à la simulation numérique d'une particule sédimentant dans un environnement isotherme (Pianet *et al* (2003)). La prise en compte des transferts thermiques reste en effet difficile d'un point de vue expérimental à cause de la faible taille de la particule dans le fluide ambiant. La simulation numérique d'écoulements non isothermes permet ainsi de donner des informations concernant l'évolution des températures et flux de chaleur entre la particule et le fluide.

Nous nous proposons d'aborder dans ce travail l'ascension d'une particule ayant une température plus froide que celle du fluide. Deux configurations ont été retenues : la première consiste en une particule dont la température homogène est imposée et constante au cours du temps. La deuxième configuration correspond à une particule dont on définit seulement initialement la température (homogène).

2 Méthodologie numérique

L'étude physique repose sur la détermination des vitesses d'écoulement du fluide et de la particule en tenant compte des échanges de chaleur entre les deux milieux. La modélisation numérique utilisée pour cette étude repose sur une méthode un fluide (One-Fluid Method) Caltagirone *et al* (2001) dans le cadre d'une approche eulérienne. L'écoulement et les transferts thermiques de la particule sont résolus au cours du temps.

L'étude de l'écoulement diphasique (liquide-solide) se limitera aux fluides newtoniens incompressibles. On traduit ce problème par l'équation de conservation de la masse (1) liée à la vitesse u et de conservation de quantité de mouvement (2) où ρ est la masse volumique, g l'accélération de la gravité et μ la viscosité:

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho(u \cdot \nabla)u = \rho g - \nabla p + \nabla \cdot (\mu(\nabla u + \nabla' u)) \quad (2)$$

L'équation (2) est résolue par une méthode du Lagrangien Augmenté (Glowinski *et al* (1989)) (couplage entre vitesse et pression) dans lequel un algorithme itératif de minimisation permet d'assurer la contrainte d'incompressibilité (1). Les termes convectifs sont discrétisés au premier ordre (schéma upwind).

Notre étude porte sur les problèmes d'écoulements diphasiques à phases séparées. Afin de déterminer la position de chaque phase (liquide et particule) au cours du temps, une équation d'advection est résolue (3).

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \cdot \nabla C = 0 \quad (3)$$

La variable C , (fonction de phase) définit les zones correspondant au fluide ($C=0$) et celle de la particule solide ($C=1$). L'interface liquide-solide se situe dans la zone espérée d'extension nulle où $0 < C < 1$. Cette équation est résolue par un schéma VOF (Volume Of Fluid). Celui-ci permet de reconstruire par morceaux la fonction C au cours du temps (Breil (2001)). Les caractéristiques physiques des milieux sont réactualisées en fonction de cette variable C de manière linéaire :

$$\text{Var} = C \cdot \text{var}_{\text{particule}} + (1-C) \cdot \text{var}_{\text{fluide}} \quad (4)$$

Les transferts thermiques sont pris en compte à l'aide de l'équation de l'énergie (4). Celle-ci sera réalisée à l'aide d'un schéma upwind.

$$\rho \cdot c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \quad (5)$$

3 Analyse des résultats

La première étape de cette étude consiste à vérifier notre simulation par comparaison à des cas analytiques ou empiriques.

3.1 Validation de la méthode en 2D

3.1.1 Approche de Faxën

On travaillera ici avec des nombres de Reynolds particulières $Re_p \ll 1$. Dans ce cas, les forces de frottements visqueux sont prépondérantes devant les forces inertielles. Ceci nous permet de négliger le terme convectif $(\rho(u \cdot \nabla)u)$, très faible devant le terme visqueux $(\nabla \cdot (\mu(\nabla u + \nabla^t u)))$.

L'approche de Faxën (Happel *et al* (1991)) se base sur les équations d'Oseen et propose une solution analytique de la valeur de la vitesse d'ascension U_p . L'expression de la vitesse d'ascension du modèle de Faxën qui dépend du rayon a et de la demi-largeur du domaine l est obtenue en égalisant la force de traînée à la force de flottabilité :

$$U_p = \frac{(\rho_f - \rho_p) \cdot a^2 \cdot g \cdot \left[\ln\left(\frac{l}{a}\right) - 0.9157 + 1.7244 \cdot \left(\frac{a}{l}\right)^2 - 1.7302 \cdot \left(\frac{a}{l}\right)^4 \right]}{4\mu_f} \quad (6)$$

Il faut noter que l'approche de Faxën n'est valable que pour des valeurs de confinement $\left(\frac{a}{l}\right) < 0.4$ et pour des $Re_p \leq O(1)$.

On considère en 2D une particule solide cylindrique d'un rayon de 0,01 m effectuant une ascension dans un liquide. Afin de diminuer le nombre de mailles et par conséquent le temps de calcul, nous avons choisi de simuler uniquement la moitié du domaine. Le domaine de calcul est un rectangle de rapport de forme hauteur/largeur = 2,5 avec un rapport de confinement $K = \frac{a}{l} = 0,1$. Afin d'obtenir un nombre de Reynolds particulière de l'ordre de 10^{-2} , la gravité est imposée à $9,81 \cdot 10^{-2} \text{ m.s}^{-2}$, ce qui limite le champ de vitesse. Le maillage de 60×510 est à pas exponentiel et raffiné au niveau de la particule comme vous pouvez le voir (cf figure 1). Cela permet ainsi d'avoir 40 mailles sur le diamètre du cylindre. Nous avons choisi un pas de temps de 10^{-1} s.

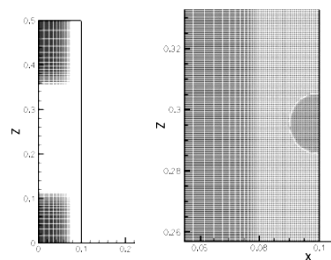


FIG. 1 – Représentation du maillage sur le domaine (à gauche) et au niveau de la particule (à droite).

Les propriétés du fluide et de la particule sont répertoriées dans le tableau 1. Le fluide correspond à de la glycérine et le solide à du polypropylène. Le solide a une température plus froide de $10 \text{ }^\circ\text{C}$ par rapport au liquide. Dans un premier temps, afin de valider notre code, la

température de la particule est homogène et constante au cours du temps. Les conditions limites choisies pour cette étude sont :

- sur la limite inférieure, on impose une vitesse nulle et un flux de température normal nul (condition de Neuman)
- sur la limite supérieure, on impose une vitesse nulle et un flux de température normal nul (condition de Neuman)
- sur la limite gauche, on impose une vitesse nulle et un flux de température normal nul (condition de Neuman)
- sur la limite droite, on impose une condition de symétrie et un flux de température normal nul (condition de Neuman).

Les caractéristiques du fluide varient avec la température. Cependant une première étude (Maunoury *et al* (2006)) a montré que la variation de température du fluide autour de la particule perturbe très légèrement les caractéristiques du fluide et par conséquent l'hydrodynamique. Nous pouvons remarquer d'après le tableau 2 que la vitesse asymptotique calculée numériquement correspond bien à la vitesse analytique issue de l'approche de Faxën avec une précision inférieure à 5%.

	ρ ($kg.m^{-3}$)	μ ($Pa.s$)	c_p ($J.kg^{-1}.K^{-1}$)	λ ($W.m^{-1}.K^{-1}$)	β (K^{-1})
Liquide à 20 °C	1260	1.5	2428	0.285	$5*10^{-4}$
Solide à 10 °C	910	$1.5*10^3$	1900	0.33	—

Tableau 1 : Caractéristiques physiques du fluide et de la particule.

3.1.2 Corrélation du nombre de Nusselt

La simulation numérique définie ci-dessus correspond à la configuration d'un cylindre horizontal isotherme. Dont le nombre de Nusselt global empirique issu d'une corrélation (Morgan (1975)) a pour expression :

$$Nu = 1.02Ra_p^{0.148} \quad (7)$$

Nous estimons tout d'abord le nombre de Richardson (Ri) afin de déterminer le type de convection. Dans notre cas, nous avons $Ri \cong 15$, ce qui correspond à un phénomène de convection naturelle (Walsh *et al* (2006)).

Comme nous pouvons le remarquer dans le tableau 2, le nombre de Nusselt global issu de la simulation numérique correspond bien au nombre de Nusselt global issu de la corrélation adaptée à notre cas avec une précision inférieure à 5%.

	Simulation numérique	Empirique	Précision (%)
Vitesse asymptotique ($m.s^{-1}$)	$7.7*10^{-4}$	$8*10^{-4}$	3.8
Nombre de Nusselt Global	1.68	1.73	2.9

Tableau 2 : Comparaison des résultats numériques et analytiques.

3.2 Ascension d'une particule avec une température initiale différente de celle du fluide

Nous reprenons le cas développé au 3.1.1 mais cette fois-ci nous laissons la température de la particule libre, c'est-à-dire que la température de la particule n'est plus imposée mais seulement initialisée (10°C en dessous de la température initiale du fluide). Les échanges de chaleur impliquent ainsi son évolution au cours du temps. Nous conservons les mêmes

caractéristiques physiques et numériques que pour le cas développé au 3.1.1. Les résultats illustrés en tableau 3 montrent qu'il existe une légère différence entre les vitesses asymptotiques que nous pouvons attribuer aux oscillations numériques. Concernant les nombres de Nusselt, la valeur obtenue numériquement est plus importante dans le cas où la température de particule est initialisée que dans le cas où on l'impose. Par conséquent, la quantité de chaleur transmise par la particule au fluide est plus importante dans le cas où elle est libre.

Une série de simulations a été réalisée, en modifiant la capacité calorifique du fluide. Cette étude permet ainsi de déterminer l'influence du nombre de Prandtl sur la taille de la couche limite. La figure 2 représente l'évolution de la température aux alentours de la particule dans le cas où la température de la particule est homogène et constante pour la première ligne et dans le cas où la température de la particule est libre au cours du temps pour la deuxième ligne. Pour chaque cas, le nombre de Prandtl prend respectivement les valeurs 1000, 5000, 12800. Sur la figure 2, les pointillés blancs correspondent aux isovalues de la vitesse. D'après la figure 2, pour un même nombre de Prandtl, le profil de température du fluide à l'intérieur de la couche limite thermique définie par $\frac{T - T_\infty}{T_{interface} - T_\infty} < 0.99$, est plus étendu dans le cas où la température de

la particule est constante que lorsque celle-ci est libre au cours du temps. Cette constatation peut être expliquée par des conditions thermiques imposées à l'interface qui diffèrent entre les deux configurations. La température à l'interface est plus grande dans le cas où la température de la particule est homogène et constante que dans le cas où la température de la particule est libre au cours du temps, le champ de température du fluide est par conséquent plus perturbé par la paroi dans le premier cas. Un cas de référence a été proposé, basé sur un nombre de Prandtl $Pr = 1$. Par définition, les couches limites thermique et dynamique sont confondues, ce qui est vérifié dans nos simulations. Lorsque le nombre de Prandtl augmente, la diffusion de quantité de mouvement devient plus grande que la diffusion de quantité de chaleur. Cela signifie que la couche limite dynamique devient plus grande que la couche limite thermique. Cette étude ayant été réalisée en modifiant les propriétés thermiques du fluide (c_p), on observe que la couche limite thermique diminue lorsque le nombre de Prandtl augmente.

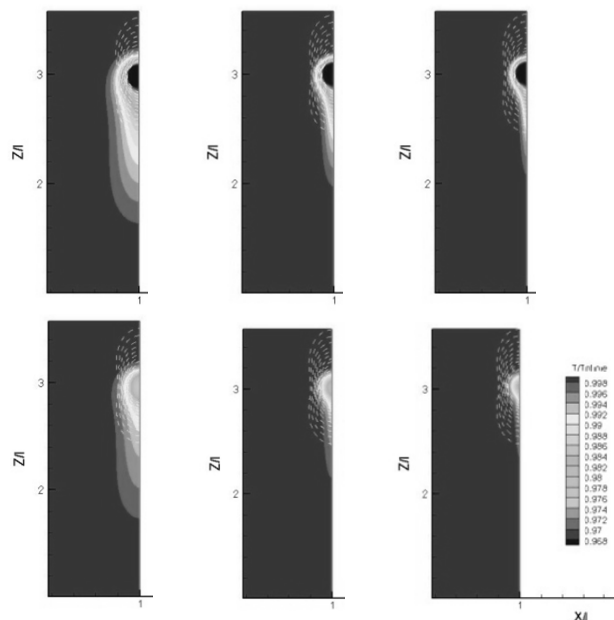


FIG. 2 – Evolution de la température et de la vitesse (pointillés) autour de la particule pour des nombres de Prandtl allant de gauche à droite de 1000, 5000 et 12800. Illustration du domaine de calcul équivalent à la moitié du domaine réel.

	Simulation où la température de la particule fixe	Simulation où la température de la particule libre
Vitesse asymptotique ($m.s^{-1}$)	$7.7*10^{-4}$	$7.78*10^{-4}$
Nombre de Nusselt Global	1.68	2.85

Tableau 3 : Comparaison des résultats entre les deux simulations numériques.

4 Conclusions

Nous avons validé notre méthode numérique en 2D, tant en terme de dynamique (vitesse d'ascension) que de thermique (nombre de Nusselt) dans le cas de la sédimentation d'une particule froide dans un fluide chaud, pour un régime à faible nombre de Reynolds. Afin de déterminer l'influence des effets thermiques, deux configurations ont été réalisées, l'une où la température de la particule est imposée, l'autre où elle est seulement initialisée. La comparaison de ces deux simulations a montré que la zone d'échanges thermique en est affectée. Ces différentes étapes vont nous permettre d'approcher de notre objectif final qui est de simuler l'ascension d'une particule avec changement de phase.

Références

- Breil, J. 2001 Modélisation du remplissage en propergol de Moteur à propulsion solide, Thèse de l'Université de Bordeaux I.
- Caltagirone, J.P., Vincent, S. 2001 Sur une méthode de pénalisation tensorielle pour la résolution des équations de Navier-Stokes, *C. R. Acad. Sci. Paris*.
- Glowinski, R., Le Tallec, P. 1989 Augmented Lagrangian and operator-splitting methods in nonlinear mechanics, *Studies in Applied in Mathematics*, **9**.
- Happel, J., Brenner, H. 1991 Low Reynolds number hydrodynamics, *Mechanics of fluids and transport processes*.
- Maunoury, A., Le Bot, C., Arquis, E. 2006 Sédimentation d'une particule dans un fluide thermiquement stratifié, *Congrès Français de Thermique SFT 2006* (Ile de Ré, 16-19 mai), 27-32.
- Morgan, V.T. 1975 The overall convective heat transfer from smooth circular cylinder, *Advances in Heat Transfer*, Academic Press, New York, 199-264.
- Pan, T.W. 1999 Numerical simulation of the motion of a ball falling in an incompressible viscous fluid, *C. R. Acad. Sci. Paris*, **327**, p. 1035-1038.
- Pianet, G., Ten Cate, A., Derksen, J.J., Arquis, E., 2007 Assessment of the 1-fluid method for DNS of particulate flows : sedimentation of a single sphere at moderate to high Reynolds numbers, *Journal of Computers and Fluids*, **36**, Issue 2, 359-375.
- Vanroyen, C. 2004 Interactions hydrodynamiques entre sphères dures en régime faiblement inertiel : modélisation et expérimentations appliquées à la sédimentation, Thèse de l'Université de Bordeaux I.
- Walsh, J.K., Weimer, A.W., Hrenya, C.M. 2006 Thermophoretic deposition of aerosol particles in laminar tube flow with mixed convection, *Aerosol Science* **37**, 715-734.