Prédiction numérique d'un écoulement dans une conduite à section carrée à l'aide d'un modèle non-linéaire de turbulence.

Hassan Naji, H. Gnanga, Gilmar Mompean

▶ **To cite this version:**

Hassan Naji, H. Gnanga, Gilmar Mompean. Prédiction numérique d'un écoulement dans une conduite à section carrée à l'aide d'un modèle non-linéaire de turbulence.. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03361728

HAL Id: hal-03361728
https://hal.science/hal-03361728

Submitted on 1 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Prédiction numérique d'un écoulement dans une conduite à section carrée à l'aide d'un modèle non-linéaire de turbulence.

H. Naji, H. Gnanga et G. Mompean

Université de Science et Technologique de Lille
Ecole polytechnique Universitaire de Lille
Laboratoire de Mécanique de Lille, LML UMR CNRS 8107
59655 Villeneuve d'Ascq, France
hassan.naji@polytech-lille.fr

Résumé :

Des modèles de turbulence explicites à contraintes algébriques non-linéaire ont été développés en tant que modèles d'extension aux modèles linéaires isotropes à viscosité turbulente. Parmi ces modèles, on peut citer celui proposé par Shih et al. (1995). Ce dernier a été élaboré en s'appuyant sur une condition de réalisabilité entre les contraintes turbulentes de Reynolds et sur la théorie de la distorsion rapide. Ce modèle a été appliqué au cas d'un écoulement incompressible dans une conduite carrée afin d'évaluer ses capacités prédictives. En analysant les contours des contraintes de Reynolds, on montre que les conditions de réalisabilité sont vérifiées. Afin de prendre en compte les effets de paroi, on a adjoint des fonctions d'amortissement. Les tracés des profils des contraintes de Reynolds prédits sont en bon accord avec ceux de la simulation numérique directe.

Abstract:

Explicit Algebraic Turbulent Stress Models (EASM) have been developed for the simulation of the incompressible three-dimensional Reynolds average Navier-Stokes equations. Among these models, one can cite that was derived by Shih et al. (1995). In the development of this model, the constraints based on rapid distortion theory and realizability are imposed. The paper deals with an a priori evaluation and improvement of this EASM in order to assess its predictive capabilities in the simulation of a fully turbulent flow through a straight square duct. According to our predictions, this model produces positives energy components and does not violate the Schwarz inequality between turbulent velocity components. In order to handle wall proximity effects, damping functions are introduced. The comparison of the numerical results with DNS shows a good agreement.

Mots-clefs :

Turbulence, modèles algébriques, modèles non-linéaires

1 Introduction

La majorité des écoulements d'intérêt technologique sont turbulents. Il semble maintenant acquis que, l'accès aux détails sur les variations temporelles des propriétés de ces écoulements, dues aux fluctuations du mouvement turbulent, est relativement difficile. Cependant, l'évolution des paramètres comme les champs de vitesse et de pression, évalués en moyenne sur un temps caractéristique suffisamment long devant celui du mouvement fluctuant, nous permet, par une approche statistique, de traiter les équations moyennées de Navier-Stokes (RANS). Ce traitement statistique introduit des corrélations entre les fluctuations de vitesses qui, lorsqu'elles sont évaluées en un point, forment le tenseur de Reynolds. Ces contraintes sont des inconnues dont la représentation approchée est à la base de la modélisation statistique de la turbulence, qui permet d'établir des relations constitutives. Celles-ci constituent le modèle de fermeture. Ce

modèle doit être rigoureusement choisi. Comme, il est maintenant admis que, sans modification, les modèles de fermeture conventionnels à viscosité turbulente sont mal adaptés dans le cas d'écoulements secondaires, il importe de faire appel à des modèles de fermeture au second ordre ou non-linéaires.

Dans cette étude, on se propose de modéliser le tenseur de Reynolds à l'aide d'un modèle non-linéaire de turbulence mis au point par Shih et al. (1995). Ce dernier fait parti des modèles d'extension aux modèles linéaires isotropes à viscosité turbulente, et est basé sur les deux conditions de réalisabilités qui sont la positivité des contraintes normales et le respect de l'inégalité de Schwarz pour les contraintes de cisaillement. Dans ce travail, nous avons entrepris une étude a priori de ce modèle. La figure 1 (cf. Naji et al. (2004)) résume la procédure du test a priori utilisé. Notons que ce test s'appuie sur les résultats de la simulation numérique directe (DNS) de Gavrilakis (1992).

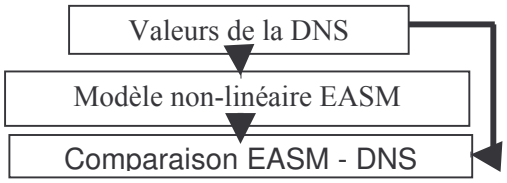

FIG. 1 – Schéma du test a priori.

Le principe de ce test est le suivant : les valeurs moyennes du champ de vitesse (U ,V ,W) et des grandeurs turbulentes tels que l'énergie cinétique et le taux de dissipation turbulent issues de la simulation numérique directe sont injectées dans la relation explicite algébrique non-linéaire constituant le modèle. Ainsi, les contraintes de Reynolds peuvent être déterminées et ensuite, on peut procéder à la comparaison entre les valeurs simulées et celles de la DNS.

2 Modélisation du tenseur de Reynolds

Dans ce travail, Le modèle algébrique explicite non linéaire évalué, est celui mis au point par Shih et al. (1995). Ce modèle a été développé en s'appuyant sur les techniques utilisées en mécanique des milieux continus pour établir une relation constitutive du milieu. En effet, à partir d'une formulation générale du modèle à viscosité turbulente du type Boussinesq $\overline{u_i u_j} = 2k\delta_{ij}/3 - \nu_t(U_{i,j} + U_{j,i})$, une relation constitutive non-linéaire générale, équation (1.1), est mathématiquement dérivée en employant le théorème de Cayley Hamilton et les principes des invariants (Pope (1975), Shih et al. (1995)). celle-ci peut s'écrire :

$$
\begin{aligned}
\overline{u_i u_j} = {} & 2k\delta_{ij}/3 + 2a_2k^2(U_{i,j} + U_{j,i} - 2U_{k,k}\delta_{ij}/3)/\varepsilon \\
& + 2a_4k^3(U_{i,j}^2 + U_{j,i}^2 - 2\Pi_1\delta_{ij}/3)/\varepsilon^2 + 2a_6k^3(U_{i,k}U_{j,k} - \Pi_2\delta_{ij}/3)/\varepsilon^2 \\
& + 2a_7k^3(U_{k,i}U_{k,j} - \Pi_2\delta_{ij}/3)/\varepsilon^2 + 2a_8k^4(U_{i,k}U_{j,k}^2 + U_{i,k}^2U_{j,k} - 2\Pi_3\delta_{ij}/3)/\varepsilon^3 \\
& + 2a_{10}k^4(U_{k,i}U_{k,j}^2 + U_{k,j}U_{k,i}^2 - 2\Pi_3\delta_{ij}/3)/\varepsilon^3 \\
& + 2a_{12}k^5(U_{i,k}^2U_{j,k}^2 - \Pi_4\delta_{ij}/3)/\varepsilon^4 + 2a_{13}k^5(U_{k,i}^2U_{k,j}^2 - \Pi_4\delta_{ij}/3)/\varepsilon^3 \\
& + 2a_{14}k^5(U_{i,k}U_{l,k}U_{l,j}^2 + U_{j,k}U_{l,k}U_{l,i}^2 - 2\Pi_5\delta_{ij}/3)/\varepsilon^4 \\
& + 2a_{16}k^6(U_{i,k}U_{l,k}^2U_{l,j}^2 + U_{j,k}U_{l,k}^2U_{l,i}^2 - 2\Pi_6\delta_{ij}/3)/\varepsilon^5 \\
& + 2a_{18}k^7(U_{i,k}U_{l,k}U_{l,m}^2U_{j,m}^2 + U_{j,k}U_{l,k}U_{l,m}^2U_{i,m}^2 - 2\Pi_7\delta_{ij}/3)/\varepsilon^6
\end{aligned}
\qquad (1.1)
$$

où $\Pi_1 = U_{i,k}U_{k,i}$, $\Pi_2 = U_{i,k}U_{i,k}$, $\Pi_3 = U_{i,k}U^2_{i,k}$, $\Pi_4 = U^2_{i,k}U^2_{i,k}$, $\Pi_5 = U_{i,k}U_{l,k}U^2_{l,i}$, $\Pi_6 = U_{i,k}U^2_{l,k}U^2_{l,i}$ et $\Pi_7 = U_{i,k}U_{l,k}U^2_{l,m}U^2_{i,m}$

L'équation (1.1) obtenue contient onze coefficients indéterminés a_p. Ceux-ci sont en général des fonctions scalaires des taux de déformation et de rotation. Plusieurs méthodes sont utilisées pour déterminer ces coefficients (Pope (1975), Rodi (1992), Gatski et al. (1992)). Pour prendre en compte les effets de l'anisotropie sur l'écoulement moyen, Shih et al. (1995) ont suggéré une relation quadratique des contraintes de Reynolds. Cette dernière est obtenue en appliquant la contrainte de réalisabilité et la théorie de la distorsion rapide (RDT). L'application de ces conditions permet de simplifier l'équation générale en laissant de côté certains termes non linéaires et les effets visqueux (Cf. Piquet (2005)). On obtient ainsi une équation algébrique non linéaire simple des tensions de Reynolds :

$$\overline{u_i u_j} = 2k\delta_{ij}/3 - C_\mu k^2 2S^*_{ij}/\varepsilon + 2C_2 k^3(-S^*_{ik}\Omega^*_{kj} + \Omega^*_{ik}S^*_{kj})/\varepsilon^2 \qquad (1.2)$$

où $S^*_{ij} = S_{ij} - (S_{kk}\delta_{ij}/3)$, $\Omega^*_{ij} = \Omega_{ij}$, $S_{ij} = (U_{i,j} + U_{j,i})/2$, $\Omega_{ij} = (U_{i,j} - U_{j,i})/2$ et où les coefficients C_μ et C_2 sont des fonctions des taux de déformations S_{ij} et de rotations Ω_{ij}. Ils sont définis comme suit : $C_\mu = (A_0 + A^*_s U^* k/\varepsilon)^{-1}$ et $C_2 = (1 - 9C^2_\mu(S^*k/\varepsilon)^2)^{\frac{1}{2}} * (C_0 + 6(S^*k/\varepsilon)(\Omega^*k/\varepsilon))^{-1}$ avec $A_0 = 6.5$, $C_0 = 1.0$, $U^* = (S^*_{ij}S^*_{ij} + \Omega^*_{ij}\Omega^*_{ij})^{\frac{1}{2}}$, $S^* = (S^*_{ij}S^*_{ij})^{\frac{1}{2}}$, $\Omega^* = (\Omega^*_{ij}\Omega^*_{ij})^{\frac{1}{2}}$ et $A^*_s \in [\sqrt{6}/2, \sqrt{6}]$

3 Simulation numérique directe

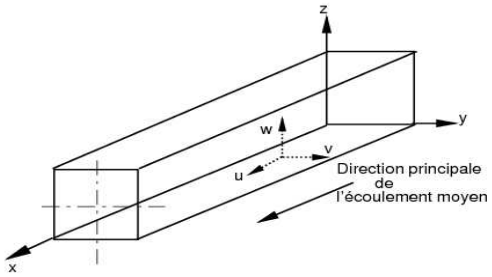

FIG. 2 – système de coordonnées et géométrie de la conduite carrée

Dans ce travail, les résultats issus du test a priori sont comparés à ceux de la DNS de Gavrilakis (1992), obtenus dans le cas d'un écoulement turbulent tridimensionnel dans une conduite à section carrée. Dans la mise en œuvre de la DNS, les équations de Navier Stokes sont discrétisées spatialement à l'aide d'un schéma mixte basé sur des différences finies pour les variables de l'écoulement suivant le plan (y, z) et en série de Fourrier selon la direction principale de l'écoulement (x). La discrétisation temporelle s'effectue selon la méthode d'Adams-Basforth du second ordre. Ce qui permet de calculer toutes les échelles de temps convectives et visqueuses des simulations et de négliger les erreurs dues aux pas de temps. Les nombres de Reynolds basés sur la vitesse moyenne de l'écoulement et sur la vitesse de frottement sont respectivement égales à $R_e = \overline{U_m} 2h/\nu = 4800$ et $R^+_e = u_\tau 2h/\nu = 320$. On notera que ν est la viscosité cinétique et $2h$ la hauteur de la conduite carrée (figure 2).

4 Résultats numériques et discussion

Le tenseur d'anisotropie b_{ij}, défini par $b_{ij} = \overline{u_i u_j}/(2k) - \delta_{ij}/3$, étant un indicateur important de l'aspect anisotrope des structures turbulentes de l'écoulement, on trace sur la figure 3

l'évolution du second invariant (II_b) en fonction du troisième (III_b). Ces invariants sont définis respectivement par $-II_b = b_{ij}b_{ji}/2$ et $III_b = b_{ij}b_{jk}b_{ki}/3$.

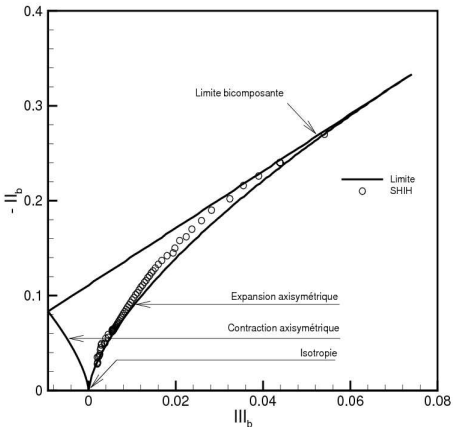

FIG. 3 – carte des second et troisième invariant

On constate que le modèle restitue le caractère turbulent de l'écoulement puisqu'il se situe à l'intérieur du domaine de validité des invariants.

Dans la zone proche de la paroi, la dynamique de l'écoulement est régie par la viscosité moléculaire. Afin de tenir compte des effets de parois, nous avons introduit des fonctions correctrices, de type Van Driest, pour les contraintes de Reynolds. Celles-ci sont de la forme $f_\mu = 1 - a\exp(-bz^+)$. Les constantes a et b peuvent prendre des valeurs propres à chaque contrainte. Le tableau 1 donne les valeurs ayant permis de corroborer la DNS.

	$\overline{uu}^+$	$\overline{vv}^+$	$\overline{ww}^+$	$-\overline{uv}^+$	$-\overline{uw}^+$
a	-4.5	-5	0.91	1.01	-0.75
b	0.038	0.015	0.05	0.04	0.045

TABLEAU. 1 – valeurs des constantes a et b des fonctions d'amortissement.

Il faut noter que Les quantités $\overline{u_i u_j}^+ = \overline{u_i u_j}/u_\tau^2$ ($1 \le i, j \le 3$) représentent les contraintes de Reynolds adimensionnelles basée sur la vitesse de frottement pariétale.

Parmi les conditions proposées généralement pour construire une fermeture, la condition de réalisabilité apparaît comme l'une des plus importantes. Afin de vérifier cette condition, on trace sur la figure 4 les contours des contraintes normales $\overline{u_i u_i}^+$ et des quantités $\overline{u_i u_j}^{+2} / \overline{u_i^2}^+ . \overline{u_j^2}^+$ ($1 \le i, j \le 3$). En examinant cette figure, on vérifie bien que les contraintes de Reynolds normales $\overline{uu}^+$ et $\overline{vv}^+$ sont toutes positives et que les quantités $\overline{uv}^{+2} / \overline{u^2}^+ . \overline{v^2}^+$ et $\overline{uw}^{+2} / \overline{u^2}^+ . \overline{w^2}^+$ respectent l'inégalité de Schwarz. Notons que la contrainte $\overline{ww}^+$ est aussi positive car elle se déduit de $\overline{vv}^+$ par symétrie par rapport à la première bissectrice (z = y). Quant à la quantité $\overline{vw}^{+2} / \overline{v^2}^+ . \overline{w^2}^+$, elle est négligeable tout en restant inférieure à 1.

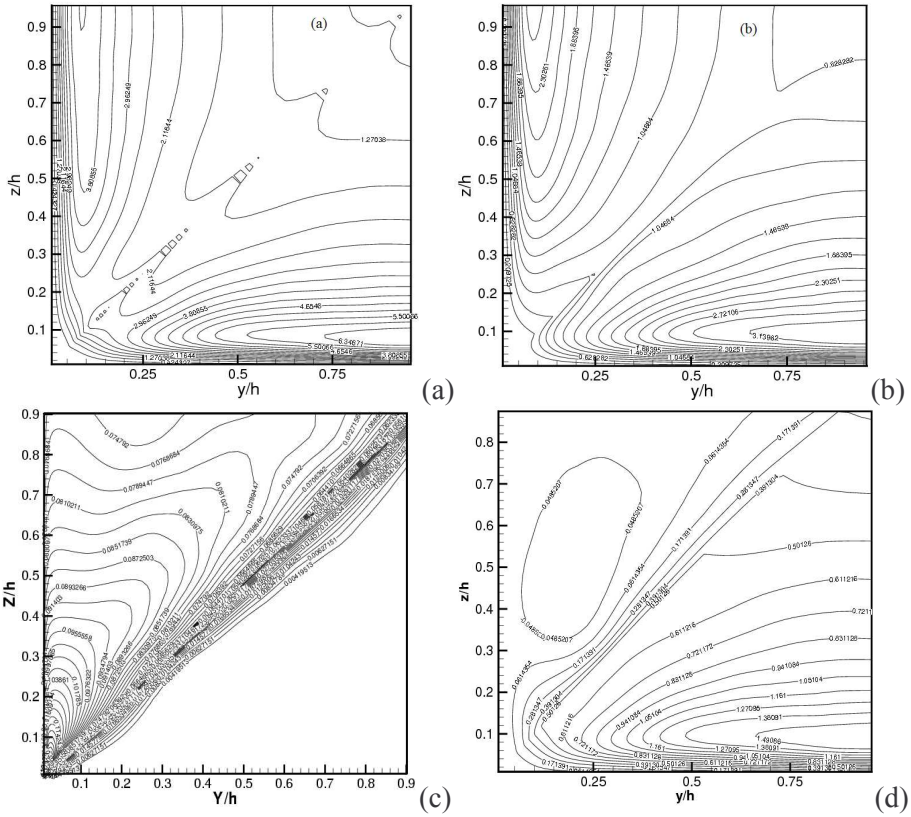

FIG. 4 – Contours des quantités: (a) $\overline{uu}^+$; (b) $\overline{vv}^+$; (c) $\overline{uv}^{+^2} / \overline{u}^{2^+}.\overline{v}^{2^+}$; (d) $\overline{uw}^{+^2} / \overline{u}^{2^+}.\overline{w}^{2^+}$

Sur les figures 5 et 6, on trace les évolutions des composantes normales et de cisaillement du tenseur de Reynolds respectivement en fonction de $z^+ = u_\tau z / \upsilon$ (distance en unité paroi) et de la bissectrice $d = \sqrt{(y^2 + z^2)} / h$ le long de $y / h = 0.9$.

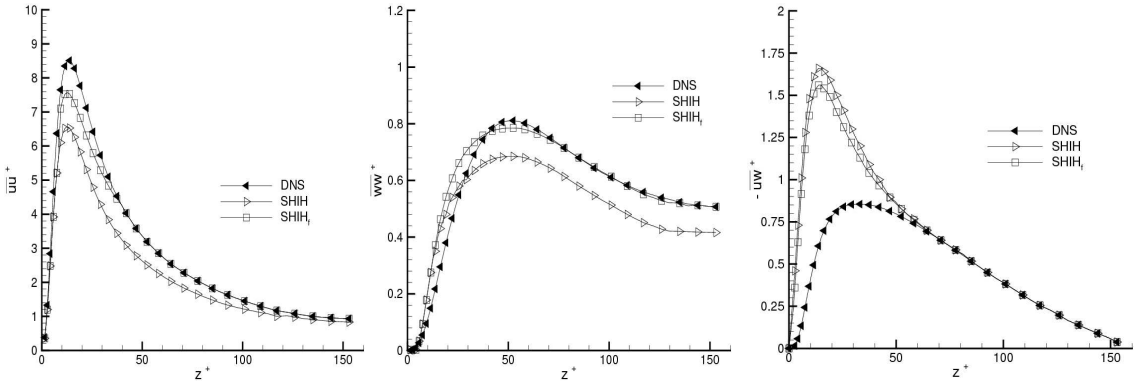

FIG. 5 – Profils des contraintes de Reynolds en fonction de la distance en unité de paroi.

Du fait de la symétrie par rapport à la première bissectrice, les quantité $\overline{vv}^+$ et $\overline{ww}^+$ sont égales par rapport à la bissectrice ainsi que $-\overline{uv}^+$ et $-\overline{uw}^+$ (Cf. figure 6). On constate (Cf. figures 5 et 6), que l'accord entre les contraintes normales $\overline{uu}^+$, $\overline{vv}^+$ et $\overline{ww}^+$ prédites par le modèle SHIH et celles de la DNS est satisfaisant. Cependant, on constate que l'introduction des fonctions correctrices améliore significativement la prédiction (modèle $SHIH_f$).

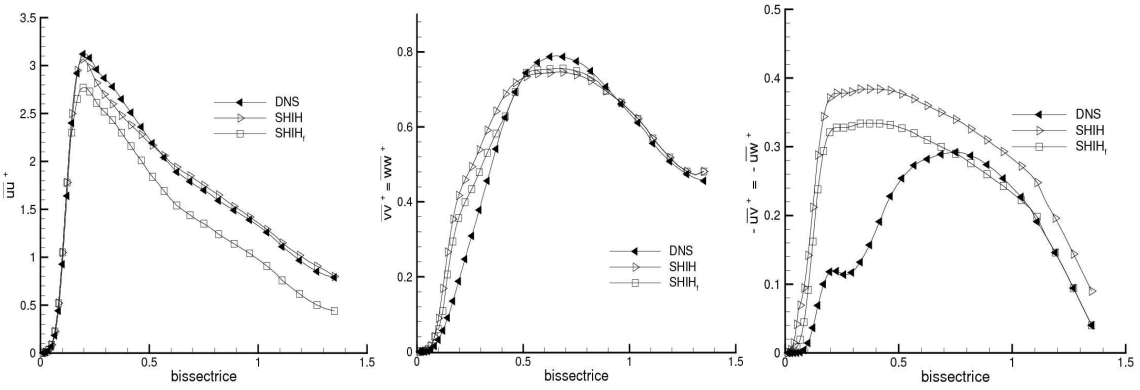

FIG. 6 – Profils des contraintes de Reynolds en fonction de la bissectrice.

Quant aux contraintes de cisaillement $-\overline{uv}^+$ et $-\overline{uw}^+$, un désaccord avec la DNS près des parois ($z^+ \leq 50$, figure 5) et du coin ($d \leq 0.7$, figure 6) subsiste. En effet, les modèles (SHIH et SHIH$_f$) surestiment le maximum de ces quantités. Mais l'évolution de ces tensions se compare bien à la DNS et ce loin des parois ($z^+ \geq 50$) et du coin ($0.7 \leq d$).

5 Conclusions

Dans ce travail, l'aptitude d'un modèle non linéaire de turbulence à prédire des écoulements turbulents tridimensionnels de fluide newtonien incompressible a été étudiée. L'état turbulent d'un tel écoulement est validé en examinant la carte des second et troisième invariant dans le plan Lumley. Les hypothèses de réalisabilité, qui sont à la base de l'élaboration du modèle, sont vérifiées. Les profils des évolutions des contraintes de Reynolds prédites sont en bon accord avec ceux de la DNS via l'introduction de fonctions d'amortissement.

Références

Gatski, T. B. & Speziale, C. G., 1992, On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows, NASA CR 189725 and ICASE Report N°.92_58

Gavrilakis, S., 1992, Numerical simulation of low-Reynolds-Number Turbulent Flow through a Straight Square Duct, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 244, 101-129.

Naji, H., Mompean, G. & EL Yahyaoui, O., 2004, Evaluation of Explicit Algebraic Stress Models using Direct Numerical Simulations, J. of Turbulence 5, 38.

Piquet, J., 2005, Structure des développements de distorsion rapide à petit temps en turbulence homogène, C. R. Mécanique 33, 257-263.

Pope, S. B., 1975, A more general effective-viscosity hypothesis, J. Fluid Mech. 72, 331-340

Rodi, W., 1992, The prediction of free turbulent boundary layer by us of two-equation model of turbulence, Ph.D. thesis, University of London.

Shih, T. H., Zhu, J. & Lumley, J., 1995, A new Reynolds stress algebraic equation model, Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., vo1. 125, 287-302.