

Simulation numérique d'un écoulement turbulent tridimensionnel

Hassan Naji, A. Rechia, Gilmar Mompean

▶ **To cite this version:**

Hassan Naji, A. Rechia, Gilmar Mompean. Simulation numérique d'un écoulement turbulent tridimensionnel. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03361708

HAL Id: hal-03361708
https://hal.science/hal-03361708

Submitted on 1 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Simulation numérique d'un écoulement turbulent tridimensionnel

H. NAJI [1], A. RECHIA [2], G. MOMPEAN [1]

[1] *Laboratoire de Mécanique de Lille – UMR 8107, Polytech-Lille/USTL - 59655 V. d'Ascq, France*
[2] *Faculté des Sciences et Techniques de Tanger, B.P 416, Tanger, Maroc*
hassan.naji@polytech-lille.fr

Résumé

Le but de ce travail est la prédiction numérique de l'écoulement turbulent dans une conduite à section carrée. Cet écoulement présente une anisotropie entre les contraintes normales turbulentes et un écoulement secondaire induit par les coins de la conduite.

Nous entreprenons ici la simulation numérique de cet écoulement à l'aide d'un modèle de turbulence où des fonctions correctrices on été incorporées afin de mieux prédire le comportement prés des parois. Les simulations ont été menées au moyen de la méthode des volumes finis et les résultas obtenus sont ensuite comparés à une base de donnée obtenue par simulation numérique directe (DNS) disponible dans la littérature (cf. Gavrilakis (1992)).

À la lumière des résultats obtenus, on montre que le modèle utilisé reproduit correctement les caractéristiques moyennes de l'écoulement considéré.

Abstract

The aim of this work is to predict numerically the turbulent flow through a straight duct of square cross-section involving anisotropy between the normal Reynolds stresses and secondary motion induced by corners. The numerical simulation is performed with a near wall turbulence model where damping functions have been incorporated in order to better predict the behaviour near walls. Simulations have been carried out by finite volume method and results are compared with a data base obtained by direct numerical simulation (DNS) available in the literature *(see Gavrilakis(1992))*. In the light of the obtained results, it is found that the proposed model reproduces well average characteristics of this flow.

Mots clefs:Turbulence, écoulements secondaires, Méthode des Volumes finis.

1 Introduction

La prédiction numérique des écoulements turbulents tridimensionnels comportant des écoulements secondaires est de plus en plus utilisée en mécanique des fluides et dans les applications industrielles. L'écoulement turbulent anisotrope d'un fluide incompressible dans une conduite à section carrée en est un excellent exemple pour la simulation de la turbulence.

Selon Huser *et al.* 1994 et Falcomer *et al.* (2002), c'est l'équation du transport du rotationnel, $\Omega = \partial\overline{W}/\partial y - \partial\overline{V}/\partial z$, qui engendre des écoulements secondaires dans les coins de la conduite. Cette équation peut s'écrire comme suit:

$$\overline{V}\partial\Omega/\partial y + \overline{W}\partial\Omega/\partial z = \partial(\overline{v^2} - \overline{w^2})/\partial y\partial z + \partial^2\overline{vw}/\partial z^2 - \partial^2\overline{vw}/\partial y^2 + \nu\nabla^2\Omega$$

où $\overline{V}$ et $\overline{W}$ sont respectivement les composantes tangentielle et normale de la vitesse moyenne, $\overline{v^2}$, $\overline{w^2}$ et $\overline{vw}$ sont respectivement les contraintes normales et tangentielle de Reynolds et ν la viscosité cinématique du fluide. Le terme de production $\partial(\overline{v^2} - \overline{w^2})/\partial y\partial z$ joue un rôle crucial dans la génération des écoulements secondaires.

Il est bien connu que le modèle $k-\varepsilon$ classique permet une prédiction de bon nombre d'écoulements de façon raisonnable mais il peut aussi conduire à de mauvaises prédictions des écoulements anisotropes avec ou sans écoulements secondaires. Afin de s'affranchir de ces inconvénients, nous y avons introduit des fonctions correctrices f_μ de type de Van Driest. Cette procédure a été utilisée par différents auteurs et a donné lieu à d'intéressants résultats (cf. Naji *et al.* (2004)). Dans ce papier, nous présentons les résultats numériques de la résolution numérique des équations de Reynolds auxquelles on a adjoint un modèle modifié $k-\varepsilon-f_\mu$ pour l'écoulement turbulent dans une conduite à section carrée.

2 Équations de conservation

Dans un traitement statistique classique, ce sont les équations dites de Reynolds (RANS) qui gouvernent le comportement de tout fluide incompressible. Celles-ci peuvent s'écrire :

$$\partial \overline{U}_i / \partial x_i = 0 \tag{1}$$

$$\partial \overline{U}_i / \partial t + \partial(\overline{U_i}\ \overline{U_j}) / \partial x_j = -1/\rho\, \partial \overline{P} / \partial x_j + \partial(\nu\, \partial \overline{U}_i / \partial x_j - \overline{u_i\, u_j}) / \partial x_j \tag{2}$$

où $\overline{U}_i$ est la vitesse moyenne, $\overline{P}$ est la pression moyenne, ρ est la densité du fluide, ν est sa viscosité cinématique et $\tau_{ij} = \overline{u_i\, u_j}$ est le tenseur de Reynolds qui doit être modélisé afin de fermer le système (1)-(2). La modélisation la plus simple encore très largement utilisée est d'adopter la loi de comportement $\tau_{ij} = 2k\delta_{ij}/3 - \nu_t \overline{S}_{ij}$ où $\overline{S}_{ij} = (\partial \overline{U}_i / \partial x_j + \partial \overline{U}_j / \partial x_i)/2$ est le tenseur taux de déformation moyen, k est l'énergie cinétique de turbulence et ν_t est la viscosité turbulente. La fermeture des équations (1)-(2) est assurée en posant $\nu_t = C_\mu k^2/\varepsilon$ (3) où C_μ *est* une constante et ε est le taux de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence k.

Les grandeurs k et ε sont calculées à partir des deux équations de transport suivantes (cf. Speziale *et al.* (1995)):

$$dk/dt = \Delta(\nu_t k/\sigma_k) + 2\nu_t \nabla \overline{U}_i (\nabla \overline{U}_i + \nabla^T \overline{U}_j) - \varepsilon \tag{4}$$

$$d\varepsilon/dt = \Delta(\nu_t \varepsilon/\sigma_\varepsilon) + 2C_{\varepsilon 1}\nu_t \varepsilon \nabla \overline{U}_i (\nabla \overline{U}_i + \nabla^T \overline{U}_j)/k - C_{\varepsilon 2}\varepsilon^2/k \tag{5}$$

où d/dt est la dérivée matérielle. Les constantes, telles qu'elles sont utilisées en pratique, sont celles préconisées par Launder et Spalding en 1974: $C_\mu = 0.09$; $C_{\varepsilon 1} = 1.44$; $C_{\varepsilon 2} = 1.92$; $\sigma_k = 1.0$ et $\sigma_\varepsilon = 1.3$.

Pour un nombre de Reynolds élevé, et afin d'améliorer le comportement du modèle classique $k-\varepsilon$ dans les régions de proche paroi, nous avons modifié l'expression de la viscosité turbulente en y introduisant des fonctions correctrices f_μ selon l'expression $\nu_t = C_\mu f_\mu\, k^2/\varepsilon$ (cf. Lam *et al.* (1981)) avec $f_\mu = (1 - a\exp(-bz^+))(1 - a\exp(-by^+))$ (6)

où '**a**' et '**b**' sont des constantes, qui peuvent prendre différentes valeurs pour chaque élément du tenseur des contraintes de Reynolds τ_{ij} (cf. Naji *et al.* (2004)); $y^+ = u_\tau y/\nu$ et $z^+ = u_\tau z/\nu$ sont les coordonnées en unité de paroi basées sur la vitesse de frottement u_τ.

3 Méthode numérique

3.1 Discrétisation spatiale et temporelle.

La méthode utilisée pour résoudre les équations de Reynolds fermées (1), (2), (4), (5) et (6) est celle des volumes finis. Les équations de conservation sont intégrées sur un volume de

contrôle et le théorème de Gauss est utilisé pour transformer les intégrales de volume en intégrales de surfaces. Pour localiser les différentes variables, on utilise le concept du maillage entrelacé classique où la pression, l'énergie cinétique turbulente, la dissipation, les contraintes normales de Reynolds sont traitées au centre des volumes de contrôle, les vitesses sont évaluées au centre des faces et les tensions de cisaillement sont localisées aux coins.

Les termes d'advection sont évalués à l'aide du schéma QUICK de Leonard (1979)). L'algorithme utilisé consiste à calculer un écoulement permanent en réduisant les termes instationnaires des équations de conservations. Dans cette étude, nous utilisons la procédure de Harlow *et al.* (1965). Cette méthode consiste à exprimer la vitesse $\overline{U}_i^{(n+1)}$ à l'instant $(n+1)\Delta t$ en fonction de $p^{(n+1)}$ à partir des équations de conservation. On obtient ensuite une équation de Poisson à résoudre pour la pression $p^{(n+1)}$ et par combinaison avec l'équation de conservation de la quantité de mouvement, on obtient un nouveau champ de vitesses à l'instant $(n+1)\Delta t$ satisfaisant l'équation de conservation de la masse. La matrice du système linéaire en $p^{(n+1)}$ étant symétrique définie positive, elle est donc décomposée selon le procédé de Cholesky.

3.2 Domaine de calcul et conditions aux limites

La configuration géométrique de la conduite à section carrée est montrée sur la figure 1. Cette configuration ayant une symétrie centrale, notre étude s'est limitée au quart du domaine.

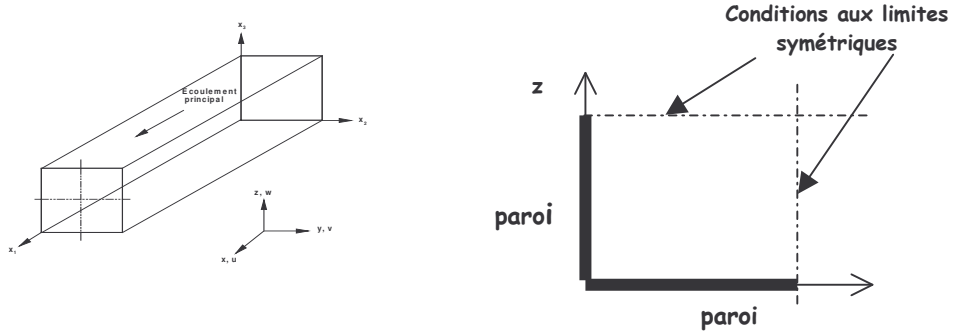


Figure 1 : Géométrie de la conduite et quart de la section.

A l'entrée de la conduite, nous avons imposé un profil uniforme de $\overline{U}$ et les valeurs de k et ε ont été initialisées à partir de la DNS disponible; les autres composantes de la vitesses sont prises nulles ($\overline{V}=0$ et $\overline{W}=0$) dans tout le domaine. À la sortie, une condition de Neumann a été adoptée pour toutes les variables.

Les valeurs aux limites pour k et ε, au premier nœud de maillage près de la paroi, ont été calculées en supposant que ce noeud était dans la sous-couche visqueuse caractérisée par $y^+ \prec 5$. Le maillage étant entrelacé, les conditions pariétales pour k et ε sont les suivantes : $\partial k / \partial y = 0$ ou $\partial k / \partial z = 0$ et $\varepsilon = \nu \partial^2 k / \partial y^2$ ou $\varepsilon = \nu \partial^2 k / \partial z^2$

Les calculs ont été effectués en utilisant un maillage ***41x41***, régulièrement espacé dans le plan normal. Un autre calcul a été réalisé avec un maillage ***21x21*** afin de vérifier l'indépendance du maillage vis à vis des valeurs obtenues. Aucune différence significative n'a été observée et l'erreur maximum est de 2% pour les composantes secondaires de la vitesse à $z/h = 0.16$.

4 Résultats numériques et confrontation

Dans cette partie, nous montrons nos résultats de la simulation numérique utilisant le modèle linéaire $k-\varepsilon$ avec et sans les fonctions correctrices. La DNS de Gavrilakis (1992) a été

réalisée pour un nombre de Reynolds de 4800 basé sur le diamètre hydraulique de la conduite (2h) et la vitesse moyenne d'écoulement $\overline{U}_o$ ($R_e = \overline{U}_o 2h/\nu$). Le nombre de Reynolds basé sur la vitesse de frottement u_τ, $R_e^+ = u_\tau 2h/\nu$, vaut dans ce cas 320.

Les profiles de la vitesse moyenne de l'écoulement principale $\overline{U}$ pour différentes sections sont présentés sur les figures 2(a)-(c) respectivement pour $y/h = 0.1, 0.5$ et 1.0 . On observe sur la figure 2(a) prés de la proie ($y/h = 0.1$), que le profil de vitesse obtenue par la DNS et le modèle $k-\varepsilon-f\mu$ montrent une forte distorsion induite par l'écoulement secondaire. Quant au modèle $k-\varepsilon$, il ne peut prédire cet effet dans cette région. Par contre, à partir de $y/h = 0.55$, les profils sont en très bon accord et pour $y/h = 1.0$ (centre de la section, figure 5c), la comparaison des profils obtenus par le modèle $k-\varepsilon-f\mu$ avec ceux de la DNS est excellente.

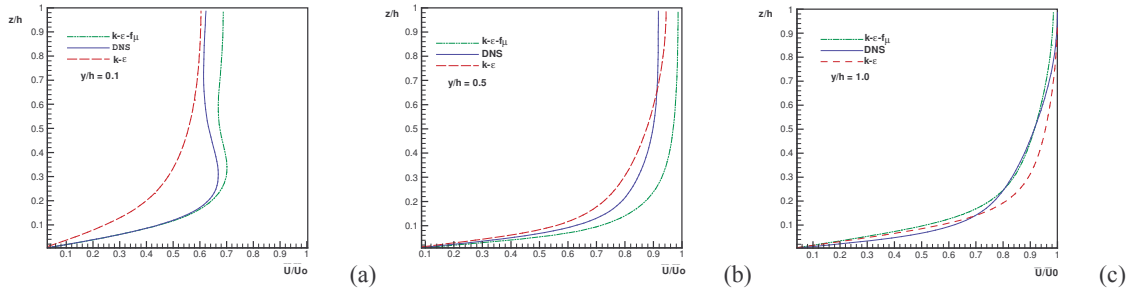


Figure 2: Profils de $\overline{U}/\overline{U_0}$: (a) y/h=0.1, (b) y/h=0.5, (c) y/h=1.0

La comparaison de la vitesse $\overline{V}$ obtenue par les deux modèles et la DNS est montrée sur les figure 3(a) et 3(b) pour les sections $z/h = 0.1$ et $z/h = 0.8$ respectivement.

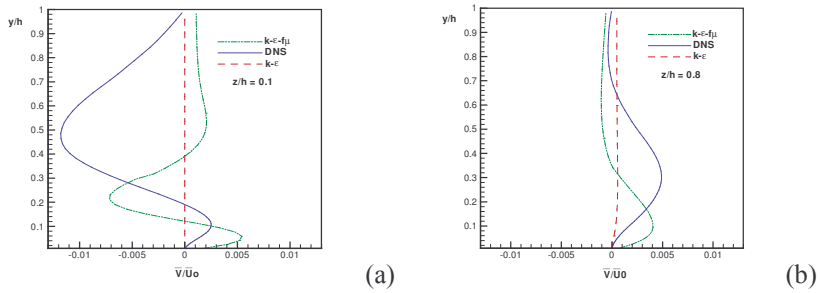
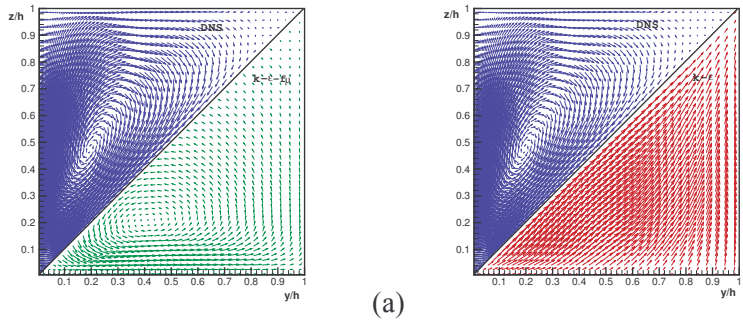


Figure 3: Profils de la vitesse $\overline{V}$ pour **:** (a) z/h=0.1 et (b) z/h=0.8.

Cette figure montre bien qu'il y a un bon accord qualitatif entre la DNS et le modèle $k-\varepsilon-f\mu$. Pour $z/h = 0.8$, nous notons que cette composante de vitesse ($\overline{V}$ **)** est globalement bien prédite par le modèle $k-\varepsilon-f\mu$, alors que pour $z/h = 0.1$, elle est largement sous-estimée. Il faut bien dire que cette zone est le siège d'écoulements secondaires anisotropes et non homogènes. Aussi, on constate que cette différence diminue quand le rapport z/h augmente. A nouveau, le modèle $k-\varepsilon$ classique ne permet pas l'obtention de l'écoulement secondaire, $(\overline{V} = 0)$, et ce pour toutes les valeurs de z/h .

Pour bien mettre en évidence l'écoulement secondaire, nous présentons le champ de vitesses $\left(\overline{V}, \overline{W}\right)$ de l'écoulement secondaire dans le quart de la conduite (cf. figure 4). Les résultats de la DNS sont présentés à gauche de la diagonale et ceux des modèles sont présentés à droite. Nous constatons que le modèle modifié permet à la fois de localiser la structure tourbillonnaire induite

par l'écoulement secondaire près de la paroi et de reproduire raisonnablement l'écoulement secondaire obtenu par Gavrilakis (1992).



(a) (b)

Figure 4: Champ de vitesses de l'écoulement secondaire. Quart de la conduite. DNS (côté gauche) et $k-\varepsilon-f\mu$ ou $k-\varepsilon$ (côté droit).

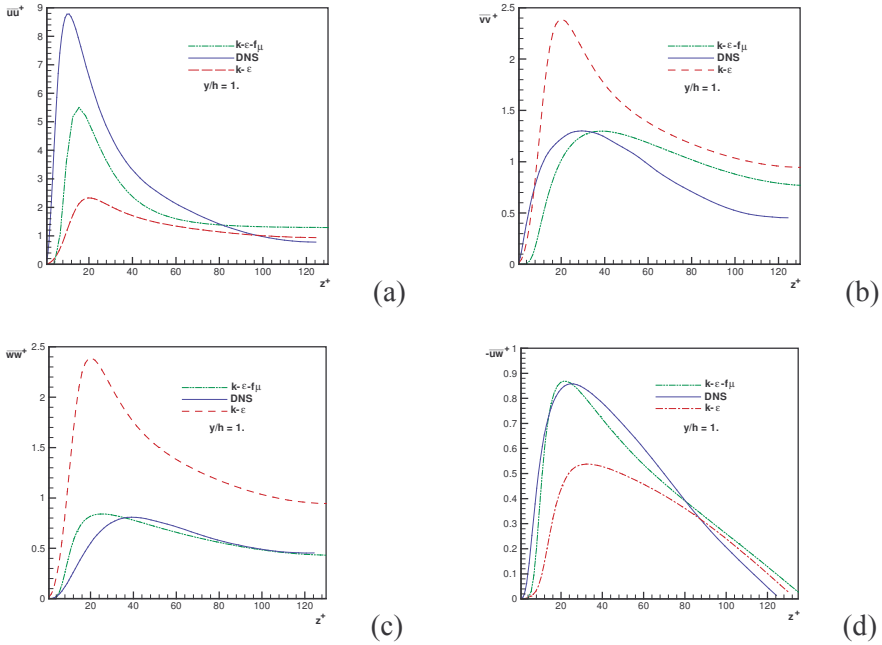
Nous donnons dans le tableau 2, les valeurs des constantes 'a' et 'b' des fonctions correctrices f_μ qui permettent d'assurer un bon calcul des contraintes de Reynolds.

Tableau 2

Valeurs des constantes 'a' et 'b' des fonctions correctrices f_μ

	$\overline{uu}^+$	$\overline{vv}^+$	$\overline{ww}^+$	$-\overline{uw}^+$
a	**-4.16**	**1.**	**0.5**	**-0.5**
b	**0.06**	**0.05**	**0.001**	**0.047**

Les profils des contraintes normales adimensionnelles $\overline{uu}^+$, $\overline{vv}^+$, $\overline{ww}^+$ et de cisaillement turbulent $-\overline{uw}^+ = -\overline{uw}/u_\tau^2$, en fonction z^+ ($z^+ = u_\tau z/\nu$) sont présentés dans la figure 5(a)-(d) pour la section $y/h = 1.0$.



(a) (b)

(c) (d)

Figure 5: Profils des contraintes de Reynolds pour y/h=1.0. $\overline{uu}^+$ (a), $\overline{vv}^+$ (b), $\overline{ww}^+$ (c), $-\overline{uw}^+$ (d).

On peut dire que le modèle $k-\varepsilon-f\mu$ donne un meilleur accord global avec les profils de la DNS. A nouveau, le modèle $k-\varepsilon$ ne permet pas d'obtenir de bons résultats. En particulier, il sous-estime le maximum des contraintes normales $\overline{uu}^{+}$ (figure 5a) d'environs 70% alors que le modèle utilisé permet de réduire cette erreur jusqu'à 35% environ. En ce qui concerne les contraintes normales $\overline{vv}^{+}$ et $\overline{ww}^{+}$, les résultats obtenus à l'aide du modèle $k-\varepsilon-f\mu$ sont en bon accord avec les résultats de la DNS. Notons que pour la contrainte $\overline{vv}^{+}$, un écart apparaît pour $z^{+}\succ 50$ et que pour la contrainte $\overline{ww}^{+}$, il y a une légère différence pour $z^{+}\prec 20$. Quant au profil de la contrainte $-\overline{uw}^{+}$ (figure 5d) la comparaison DNS/modèle modifié est très bonne.

5 Conclusion

L'étude numérique d'un écoulement turbulent dans une conduite à section carrée a été menée au moyen d'un modèle $k-\varepsilon$ modifié par l'adjonction de fonctions de parois. Dans cette configuration, nous avons réussi à valider ce modèle en comparant les profils des vitesses et des contraintes de Reynolds avec ceux donnés par la simulation directe (DNS).

L'un des points importants à noter ici est la mise en évidence de l'écoulement secondaire par le modèle $k-\varepsilon-f\mu$ considéré. Ceci constitue un résultat non trivial et qui n'était pas attendu eu égard à la simplicité du modèle et à la dynamique d'un tel écoulement. On a également montré que ce modèle permet une bonne prédiction des caractéristiques moyennes de l'écoulement.

Références

Gavrilakis S. 1992 Numerical simulation of turbulent low-Reynolds-Number flow through a straight square duct, J. Fluid Mech., 244, 101-129.

Falcomer L. and Armenio Vicenzo 2002 Large-eddy simulation of secondary flow over longitudinally ridged walls, Journal of Turbulence 3, 008.

Harlow F.H. and Welch J.E. 1965 Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow or fluid with free surface, Phys. Fluids, 8, 2182-2189.

]Huser A. Biringen S. and Hatay F.F. 1994 Direct numerical simulation of turbulent flow in a square duct: Reynolds stress budgets, Physics of Fluids, 6 (9), 3144-3152.

Lam C.K.G. and Bremhorst K.A. 1981 A modified form of the $k-\varepsilon$ model predicting wall turbulence, J. of Fluids. Eng., 103, 456-460.

Leonard B.P. 1979 A stable accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation, Comput. Meth. Appl. Mech. Eng. 19, 59-88.

Naji H., Mompean G. and El Yahyaoui O. 2007 Evaluation of explicit algebraic stress models using direct numerical simulations, Journal of Turbulence 5, 38.

Speziale C.G. and Abid R. 1995 Near wall integration of Reynolds stress turbulence closures with no wall damping, AIAA Journal, 33 (10), 1947-7.