



Structure de l'écoulement de Rayleigh-Benard en cavité cartésienne de rapport de forme modéré

Anne Sergent, Patrick Le Quéré

► To cite this version:

Anne Sergent, Patrick Le Quéré. Structure de l'écoulement de Rayleigh-Benard en cavité cartésienne de rapport de forme modéré. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03361609

HAL Id: hal-03361609

<https://hal.science/hal-03361609>

Submitted on 1 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Transition de l'écoulement à grande échelle en convection turbulente de Rayleigh-Bénard dans une cavité rectangulaire

Anne Sergent* & Patrick Le Quéré

CNRS - LIMSI, BP 133, 91403 Orsay Cedex

* Université Pierre et Marie Curie - Paris 6, 75005 Paris
sergent@limsi.fr

Résumé :

Nous étudions numériquement l'évolution de l'écoulement moyen de convection turbulente pour de hauts nombres de Rayleigh ($10^7 \leq Ra \leq 10^{10}$) dans une cellule de Rayleigh-Bénard rectangulaire de rapport de forme 5 remplie d'air. Des transitions de l'écoulement moyen entre différents états stables sur de longues périodes et obtenus sans intervention extérieure sont observées. Différentes structures de l'écoulement à grande échelle à deux, trois et quatre rouleaux sont décrites pour un Ra fixé.

Abstract :

Numerical simulations of turbulent Rayleigh-Bénard convection are performed in an air-filled rectangular cavity of 5 aspect-ratio at high Rayleigh numbers ($10^7 \leq Ra \leq 10^{10}$). Transitions between different global flows without any external intervention are observed on very long times. Two, three or four rolls structures of the mean flow can appear at a fixed Ra .

Mots-clefs :

convection ; Rayleigh-Bénard ; turbulence ; simulation des grandes échelles

1 Introduction

La convection de Rayleigh-Bénard est connue pour présenter une grande variété de motifs pouvant persister jusqu'au régime turbulent (Hartlep et al., 2005). Celui-ci est le siège d'un mouvement à grande échelle appelé *mouvement moyen* qui oscille et parfois disparaît momentanément, sur de longues périodes de l'ordre de plusieurs centaines de temps de retournement des grosses structures, comme cela a été montré en cavité cylindrique de rapport de forme (D/L_x) de l'ordre de 1 ou 1/2 (voir par exemple Castaing et al. (1989); Resagk et al. (2006)). Dans une cavité de rapport de forme proche de 1, l'écoulement moyen remplit celle-ci jusqu'à de hauts nombres de Rayleigh (Ra). Mais pour une cavité de rapport de forme 1/2, la structure de cet écoulement moyen peut être modifiée par une augmentation du nombre de Rayleigh, passant ainsi d'une organisation à un rouleau à une organisation à deux rouleaux superposés (Verzicco and Camussi, 2003; Chillá et al., 2004). Ces deux types d'écoulements peuvent coexister sur une certaine plage de Ra . La plupart de ces études expérimentales ou numériques ont été réalisées dans des cavités de petit rapport de forme. Or Hartlep et al. (2003, 2005) ont montré numériquement pour $Ra \leq 10^7$ au sein d'une couche de fluide de grande extension ($L_p/L_x \sim 10$) que la taille des grandes structures augmente avec Ra .

L'objectif de ce travail est d'étudier numériquement l'évolution de l'écoulement moyen pour des Ra plus élevés, et d'observer si ces oscillations ont une influence sur la structure de l'écoulement, les simulations nous permettant d'obtenir des informations quant aux champs tri-dimensionnels de température et vitesses difficilement accessibles expérimentalement.

2 Problème physique et méthodologie numérique

L'écoulement étudié dans cet article se développe dans une cellule parallélépipédique allongée de rapport de forme $A_y = L_y/L_x = 1$ et $A_z = L_z/L_x = 5$ suivant le schéma présenté sur la figure 1. Les parois horizontales sont isothermes et les parois verticales adiabatiques. Le volume d'air ($Pr = 0.71$) est chauffé par le bas et refroidi par le haut. Le fluide est considéré comme newtonien incompressible. Nous présentons ici les résultats pour trois nombres de Rayleigh (Ra) différents : 10^7 , 6.10^8 et 10^{10} . Cette configuration reproduit le dispositif expérimental existant à l'Université Technique d'Ilmenau (Allemagne) (Maystrenko et al., 2006).

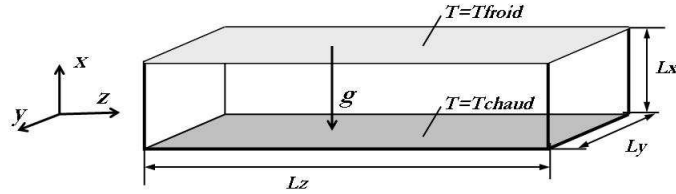


FIG. 1 – Schéma de la cellule.

Une première approche consiste à simuler l'écoulement suivant une méthode de simulation des grandes échelles par intégration numérique des équations de Navier-Stokes filtrées avec l'approximation de Boussinesq (hypothèse non valable pour le plus haut Ra retenu si l'on considère les dimensions de la cellule expérimentale) :

$$\frac{D\bar{\mathbf{u}}}{Dt} = -\nabla\bar{p} + PrRa^{-\frac{1}{2}}\nabla \cdot (\nabla\bar{\mathbf{u}} + (\nabla\bar{\mathbf{u}})^t) - \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}} + Pr\bar{\theta}\bar{\mathbf{x}} \quad ; \quad \nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0$$

$$\frac{D\bar{\theta}}{Dt} = Ra^{-\frac{1}{2}}\nabla^2\bar{\theta} - \nabla \cdot \bar{\boldsymbol{\tau}}_\theta$$

où $\mathbf{u} = (u, v, w)$ est le vecteur vitesse, p la pression modifiée et θ la température sans dimension. Ces équations ont été rendues sans dimension à partir des grandeurs de référence suivantes : la vitesse de convection naturelle $U_{conv} = \alpha\sqrt{Ra}/L_x$, la distance entre les plaques isothermes L_x , et leur différence de température $\Delta\theta = T_{chaud} - T_{froid}$. α est la diffusivité moléculaire. La température sans dimension est définie telle que $-0.5 \leq \theta \leq 0.5$.

L'application du filtrage ($\bar{\cdot}$) aux équations introduit dans les équations deux termes supplémentaires à modéliser, le tenseur des contraintes de sous-maille $\boldsymbol{\tau}$ ($\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$) et le flux de chaleur de sous-maille $\boldsymbol{\tau}_\theta$ ($\tau_{\theta j} = \overline{\theta u_j} - \bar{\theta} \bar{u}_j$). Notre expérience précédente concernant la simulation d'écoulements de convection naturelle turbulente (Sergent et al., 2003, 2006) nous a conduit à retenir une modélisation implicite des transferts d'énergie cinétique de sous-maille par l'emploi du schéma de discrétisation QUICK pour les termes non-linéaires de l'équation de conservation de la quantité de mouvement : le tenseur des contraintes de sous-maille n'est donc pas modélisé explicitement. En revanche, une hypothèse de premier gradient est appliquée au vecteur du flux de chaleur de sous-maille : $\boldsymbol{\tau}_\theta = -\alpha_{SGS}\nabla\bar{\theta}$, où α_{SGS} est la diffusivité de sous-maille. α_{SGS} est le plus souvent calculée à partir d'une viscosité de sous-maille ν_{SGS} grâce à l'analogie de Reynolds $\alpha_{SGS} = \nu_{SGS}/Pr_{SGS}$ où Pr_{SGS} est le nombre de Prandtl de sous-maille, considéré constant ou bien calculé dynamiquement (Germano et al., 1991; Lilly, 1992). Ne calculant pas de viscosité de sous-maille, nous avons proposé un modèle local de diffusivité de sous-maille de type Echelles Mixtes, basé à la fois sur les petites échelles cinétiques et thermiques (Sergent et al., 2003) :

$$\alpha_{SGS} = C_\alpha \frac{\bar{\Delta}^2}{\Delta\theta} |\bar{T}|^{\frac{1}{2}} |\Phi_c|^{\frac{1}{4}}$$

où $\bar{\Delta}$ est la taille du filtre implicite, $C_\alpha = 0.5$ une constante. Le scalaire $|\bar{T}|$ représente les interactions entre le gradient de température et les vitesses de déformation de l'écoulement : $|\bar{T}| = \sqrt{2\bar{T}_i\bar{T}_i}$ avec $T_i = \frac{\partial\bar{\theta}}{\partial x_j}\bar{S}_{ij}$ et $\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_i})$. Le flux de chaleur estimé à la coupure est obtenu en appliquant l'hypothèse de similarité d'échelles : $\Phi_c = \frac{1}{2}\overline{u_i\theta'}u_i\theta'$ avec $\overline{u_i\theta'} = \overline{u_i}\bar{\theta} - \tilde{u}_i\tilde{\theta}$, où $(\tilde{\Delta})$ est un filtre test plus grand que le filtre implicite. Ce modèle faisant intervenir les échelles de sous-maille, il s'adapte de lui-même aux caractéristiques locales de l'écoulement et s'annule dans les zones bien résolues et aux parois.

L'intégration en temps des équations est réalisée suivant une méthode de prédiction-projection à pas fractionné (voir Gadoin et al. (2001) pour une description détaillée). Le schéma temporel associe un schéma Euler retardé d'ordre deux pour la dérivation en temps, une formulation implicite des termes diffusifs et une extrapolation explicite de type Adams-Bashforth pour les termes non linéaires. Le code de type volume-finis à maillage décalé emploie des schémas centrés d'ordre deux, exceptés les termes non-linéaires de l'équation de conservation de la quantité de mouvement où un schéma QUICK est appliqué, introduisant une diffusion numérique supplémentaire qui modélise les transferts d'énergie cinétique turbulente de manière implicite.

Ce code de calcul associé à la modélisation décrite ci-dessus a été validé dans la cas de la cavité différentiellement chauffée (Sergent et al., 2003; Salat et al., 2004) et en convection de Rayleigh-Bénard (Sergent et al., 2006). En particulier, un comportement suivant la loi d'échelles en $2/7$ du transfert de chaleur ($Nu \sim Ra^{2/7}$, Nu : nombre de Nusselt) a pu être observé sur plusieurs décades dans le cas de la convection de Rayleigh-Bénard dans une couche de fluide bi-périodique (voir figure 2).

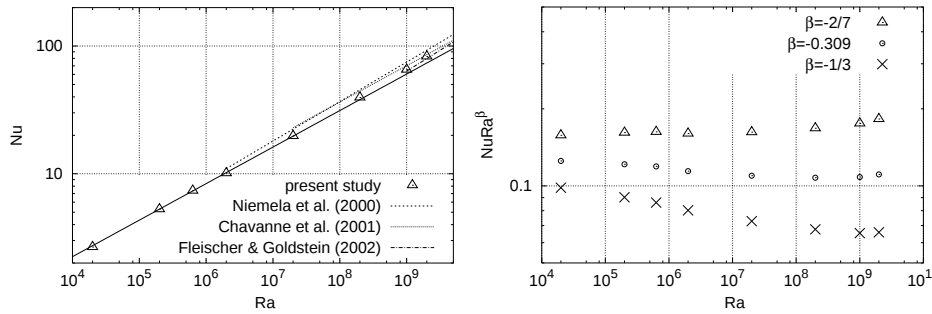


FIG. 2 – Gauche : Nombre de Nusselt en fonction de Ra , comparaison avec des résultats expérimentaux. Droite : Nombre de Nusselt compensé en fonction de Ra , résultats issus de nos calculs.

3 Résultats

Les points du maillage ($N_x = 50$, $N_y = 34$, $N_z = 130$) sont distribués régulièrement dans le plan horizontal et resserrés verticalement près des parois isothermes, afin de conserver au moins 5 points de discrétisation dans les couches limites. Les calculs ont été réalisés sur un super-calculateur de type vectoriel avec des performances de l'ordre de 5.5 GFlops. Dans un premier temps, nous présentons les transitions entre états stables obtenus sur de longues périodes sans intervention extérieure pour trois Ra différents. Puis nous décrivons les différentes structures de l'écoulement moyen ainsi observées pour un Ra fixé.

TAB. 1 – Temps de mise en régime pour un écoulement autour de 20°C dans une cavité de hauteur 50cm ($\alpha = 2.22 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$). t_{ref} est le temps de référence basé sur les grandeurs L_x et U_{conv} .

Ra	t_{ref}	τ_0 [-]	τ_0	τ [-]	τ	$Nu(t > \tau)$
10^7	3.5611 s	~ 10	$\sim 36s$	$18 \cdot 10^3$	$\sim 18h$	16.5
$6 \cdot 10^8$	0.4597 s	~ 10	$\sim 5s$	$28 \cdot 10^3$	$\sim 3h35$	70
10^{10}	0.1126 s	~ 10	$\sim 1s$	$22 \cdot 10^3$	$\sim 41mn$	190

3.1 Transitions pour $Ra = 10^7, 6 \cdot 10^8$ et 10^{10}

Trois simulations numériques ont été effectuées à des Ra différents à partir d'une même condition initiale : la solution conductrice bruitée de manière aléatoire. Dans les trois cas, nous obtenons une transition sans intervention extérieure entre deux états stables sur de longues périodes. La figure 3 présente les évolutions temporelles de la température du point milieu de la cavité. Une nette transition intervient pour un temps $\tau \sim 20000$ unités de temps convectif, qui est beaucoup plus grand que le temps d'établissement de l'instationarité $\tau_0 \sim 10$. Les temps en seconde sont donnés dans le tableau 1, afin d'évaluer les ordres de grandeur du phénomène physique. Seule la première transition a été mise en évidence et le caractère stable du deuxième état ne peut pas être assuré du fait de la longueur des temps de calcul.

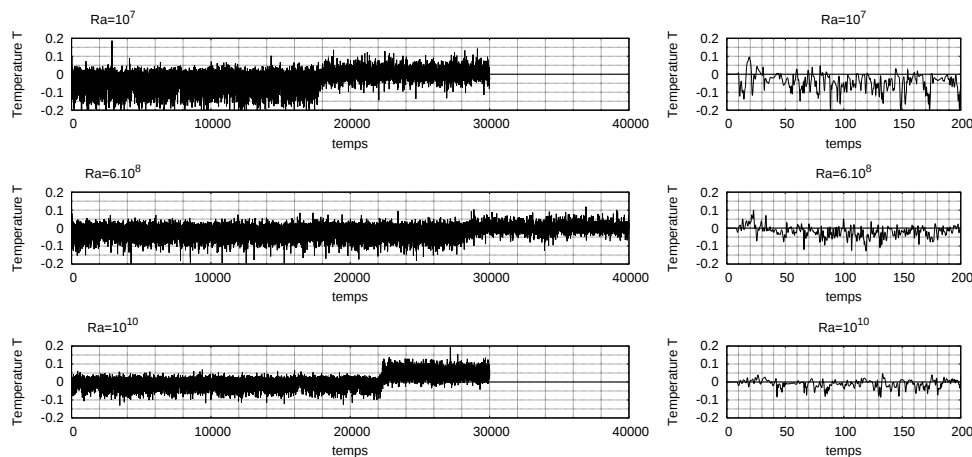


FIG. 3 – Evolutions temporelles de la température au point milieu de la cellule, pour la durée totale simulée (gauche), pendant les premiers milliers pas temps (droite).

Des transitions similaires ont été observées dans une cavité cylindrique remplie d'eau à 77°C ($Pr = 2$) et de rapport de forme 1/2 par Chillá et al. (2004) pour un temps de transition τ autour 300 heures à $Ra = 4 \cdot 10^{12}$. Ces transitions sont interprétées comme le signe du passage d'un écoulement moyen à un rouleau vers deux rouleaux superposés. Dans notre cas, le premier état moyen pour les trois Ra différents correspond à la solution stationnaire à 4 rouleaux juxtaposés, tandis que le second état moyen mis en évidence est une solution à trois rouleaux pour $Ra = 10^7$ et $6 \cdot 10^8$, et à deux rouleaux pour $Ra = 10^{10}$. La taille des cellules augmente donc avec Ra comme indiqué par Hartlep et al. (2003).

Le passage entre ces deux états se traduit par une augmentation momentanée des fluctuations de la vitesse horizontale (figure 4) particulièrement au niveau des couches limites visqueuses, qui se redistribuent ensuite au cœur de la cavité. L'épaisseur de la couche limite visqueuse

augmente au moment de la transition, avant de retrouver sa taille initiale. Au contraire, les profils verticaux moyens des fluctuations de température ne sont pas affectés par cette transition.

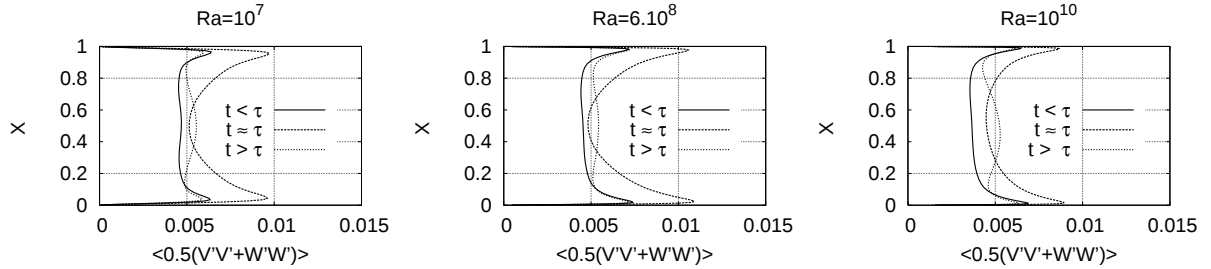


FIG. 4 – Profils verticaux moyennés en temps et dans le plan horizontal de la fluctuation de vitesse horizontale pour trois intervalles de temps différents : avant la transition, pendant et après la transition.

3.2 Structures de l'écoulement à $Ra = 6 \cdot 10^8$

Nous présentons trois états qui peuvent persister sur des temps longs de l'ordre de 20000 unités de temps convectif. Les deux premiers sont issus de la transition présentée ci-dessus, tandis qu'un écoulement moyen à deux rouleaux est obtenu lorsqu'on diminue Ra depuis la solution à deux rouleaux obtenue à $Ra = 10^{10}$ (figure 5). L'ensemble des rouleaux remplit la cavité par une adaptation de leur taille à la géométrie de la cavité. Cette organisation spatiale à grande échelle est aussi visible dans tout le volume de la cavité sur les champs instantanés (figure 6), malgré la superposition des petites échelles de l'écoulement.

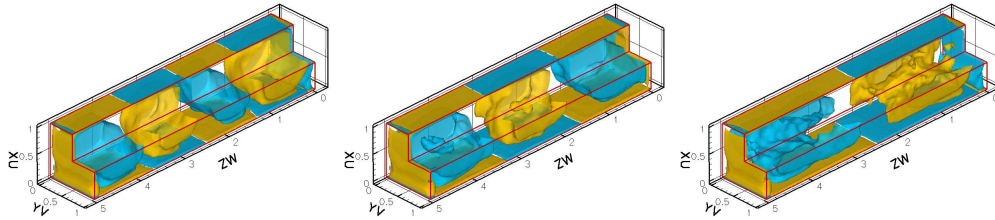


FIG. 5 – $Ra = 6 \cdot 10^8$. Champs moyens d'iso-vorticité $\Omega_y = \pm 0.3$.

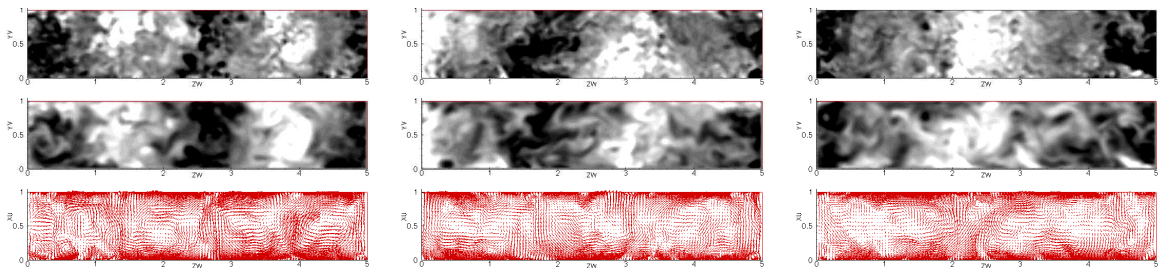


FIG. 6 – $Ra = 6 \cdot 10^8$. Champs horizontaux instantanés à mi-hauteur ($X=0.5$) de température (haut) $\theta = \pm 0.05$. ; de vitesse verticale (milieu) $U = \pm 0.15$. Champs verticaux instantanés des vecteurs vitesse dans le plan à mi-profondeur ($Y=0.5$). Solution à 4 (gauche), 3 (milieu) et 2 rouleaux (droite).

4 Conclusions

Nous présentons des simulations numériques de convection turbulente en cavité rectangulaire pour $Ra \leq 10^{10}$. Une organisation de l'écoulement à grande échelle est observée, avec une réduction du nombre de grandes structures à haut Ra . Une transition entre deux états stables sur de longues périodes apparaît sans intervention extérieure pour les trois Ra étudiés. Trois solutions différentes ont pu être observées pour un même nombre de Ra . La transition affecte l'organisation des fluctuations de vitesse au cœur de la cavité, alors que les fluctuations de température ne sont globalement pas influencées.

Les simulations numériques ont été réalisées sur le super-calculateur vectoriel NEC-SX8 de l'IDRIS-CNRS (projet i20070210326).

Références

- Castaing, B., Gunaratne, G., Heslot, F., Kadanoff, L., Libchaber, A., Thomae, S., Wu, X. Z., Zaleski, S., and Zanetti, G. (1989). Scaling of hard thermal turbulence in Rayleigh-Bénard convection. *J. Fluid Mech.*, 204 :1–30.
- Chillá, F., Rastello, M., Chaumat, S., and Castaing, B. (2004). Long relaxation times and tilt sensitivity in rayleigh Bénard turbulence. *Eur. Phys. J. B*, 40 :223–227.
- Gadoin, E., Le Quéré, P., and Daube, O. (2001). A general methodology for investigating flow instabilities in complex geometries : application to natural convection in enclosures. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 37 :175–208.
- Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., and Cabot, W. (1991). A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Phys. Fluids A*, 3(7) :1760–1765.
- Hartlep, T., Tilgner, A., and Busse, F. (2003). Large scale structures in Rayleigh-Bénard convection at high Rayleigh numbers. *Phys. Rev. Lett.*, 91(3) :064501.
- Hartlep, T., Tilgner, A., and Busse, F. (2005). Transition to turbulent convection in a fluid layer heated from below at moderate aspect ratio. *J. Fluid Mech.*, 554 :309–322.
- Lilly, D. (1992). A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. *Phys. Fluids A*, 4(3) :633–635.
- Maystrenko, A., Resagk, C., and Thess, A. (2006). Properties of thermal boundary layer in turbulent rayleigh- Bénard convection. In S. Jakirlic K. Hanjalic, Y. N., editor, *Proceedings of the Turbulent Heat and Mass Transfer 5*, Dubrovnik, Croatia. Begell House Inc.
- Resagk, C., du Puits, R., Thess, A., Dolzhansky, F. V., Grossmann, S., Araujo, F. F., and Lohse, D. (2006). Oscillations of the large scale wind in turbulent thermal convection. *Physics of Fluids*, 18(9) :095105.
- Salat, J., Xin, S., Joubert, P., Sergent, A., Penot, F., and Quéré, P. L. (2004). Experimental and numerical investigation of turbulent natural convection in a large air-filled cavity. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 25(5) :824–832.
- Sergent, A., Joubert, P., and Quéré, P. L. (2003). Development of a local subgrid diffusivity model for large eddy simulation of buoyancy driven flows : application to a square differentially heated cavity. *Num. Heat Transfer Part. A*, 44(8) :789–810.
- Sergent, A., Joubert, P., and Quéré, P. L. (2006). Large eddy simulation of Rayleigh-Bénard convection in an infinite plane channel using a mixed scale diffusivity model. *P. Comp. Fluid Dyn.*, 6(1–2–3) :40–49.
- Verzicco, R. and Camussi, R. (2003). Numerical experiments on strongly turbulent thermal convection ins slender cylinder cell. *J. Fluid Mech.*, 477 :19–49.