



**HAL**  
open science

## F. R. Pitts, 1965, A Graph Theoric Approach to Historical Geography. Version bilingue et commentée

Forrest R. Pitts, Laurent Beauguitte

### ► To cite this version:

Forrest R. Pitts, Laurent Beauguitte. F. R. Pitts, 1965, A Graph Theoric Approach to Historical Geography. Version bilingue et commentée. 2021. hal-03361392v2

**HAL Id: hal-03361392**

**<https://hal.science/hal-03361392v2>**

Submitted on 1 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

F. R. Pitts, 1965, A Graph Theoric Approach to  
Historical Geography  
The Professional Geographer 17(5), p. 15-20  
Version bilingue et commentée

groupe f.m.r.



Août 2021

Version traduite et commentée par Laurent Beauquitte, CNRS, UMR Géographie-cités.

## Présentation

Cet article de 1965 est régulièrement cité par les géographes mais il l'est également en *social network analysis*, en physique, en archéologie, en mathématiques, en histoire, etc. Cela s'explique à la fois par le caractère pluridisciplinaire de l'article et par la publication d'une relecture de cet article dans la revue centrale en analyse de réseau, *Social Networks* (Pitts, 1978). Dans l'article de 1978, le réseau analysé est le même mais Pitts utilise la distance euclidienne et non topologique comme ici et il mesure le *stress* (Shimbel, 1953) et l'intermédiarité (Freeman, 1977). Une autre raison pouvant expliquer les citations de cet article hors de la seule géographie est le fait que Pitts ait connu Linton Freeman à l'université d'Hawaï en 1969-1973, il lui a notamment fait connaître les modèles de diffusion d'Hägerstrand (Faust et Butts, 2018).

Il s'agit à notre connaissance du deuxième article de géographie anglophone s'affirmant dès le titre comme « graph theoretic », le premier étant un article de Nystuen et Dacey paru en 1961 (A graph theory interpretation of nodal regions, *Papers of the Regional Science Association*<sup>1</sup>).

Contrairement aux premiers articles géographiques mobilisant la théorie des graphes, Pitts ne s'appesantit pas sur le passage du réseau fluvial au graphe et ne cite pas les ouvrages de théorie des graphes (nulle mention ici de Berge ou de König). L'article est beaucoup plus rapide sur la méthode, ce qui est logique, les étapes ayant longuement été détaillées dans des articles antérieurs (cf par exemple Prihar, 1956). Considérer un réseau comme un graphe est devenu en quelques années une pratique habituelle et la méthode est présentée dans les premiers manuels d'analyse spatiale (cf par exemple Haggett, 1965).

### Références

Faust, Katie et Butts, Carter Butts, 2018, « In Memoriam : Linton C. Freeman », *Connections*, 38(1) [en ligne](#).

Freeman, Linton C., 1977, « A set of measures of centrality based on betweenness », *Sociometry*, 40(1) : 35-41.

Haggett, Peter, 1965, *Locational Analysis in Human Geography*, Londres : Edward Arnold.

Pitts, Forrest R., 1978, « The medieval river trade network of Russia revisited », *Social networks*, 1(3) : 285-292.

Shimbel, Alfonso, 1953, « Structural parameters of communication networks », *The bulletin of mathematical biophysics*, 15(4) : 501-507.

---

1. La traduction de cet article est en cours.

Les numéros entre crochets dans la version anglaise correspondent à la pagination de l'article paru en 1965. Toutes les notes en bleu dans la traduction française sont du traducteur.

## A Graph Theoric Approach to Historical Geography

Forrest R. Pitts  
*University of Hawaii*

[15] Graph theory is a general branch of topology, dealing with connections between points, however we define the term *connections*. The application in this paper of one portion of graph theory, *connectivity analysis*, provides a method of quantifying some of our intuitive notions about the advantages which “central position” brings to a city and about the roles of cities whose close spatial association reinforces mutual growth. (1)

The specific problem I have posed here is that of measuring the centrality of early Moscow, as seen exclusively from the configuration (Fig. 1) of the river-based network of trade in the 12th and 13th centuries. (2) A somewhat generalized planar graph of that network (Fig. 2) forms the basis of two short analyses.

Russian historians often attribute the dominance of Moscow to its strategic position on trade routes, and the following series of quotations from Blum (3) and from Kluchevsky (4) may serve as examples of widely held opinions. Blum states :

The success of the Muscovite house seems best to be explained by a combination of the favorable geographical location of Moscow and lots of good luck. Their capital lay at the intersection of important overland routes, while the Moscow River, on whose banks the city rose, connected the two chief river systems of European Russia. (p. 67)

Merchants came there from all parts of Russia and from abroad to buy and sell, and foreign visitors from the latter fifteenth century on were impressed by the amount of business activity they observed. From Moscow merchandise was shipped in every direction, sometimes traveling hundreds of miles before reaching its destination. (p. 125)

After giving details of the various “highways” running through Moscow, Kluchevsky continues :

Thus Moscow arose at the point of intersection of three great land roads - a geographical position which conferred important economic advantages upon the city and its neighborhood. . . Boyars always followed the currents of popular migration, so that their genealogical records are evidence that at that period [time of Daniel, youngest son of Alexander Nevsky, circa 1270 A. D.] the general trend was toward Moscow. This steady influx into the city, as into a central reservoir, of all the Russian popular forces

threatened by external foes was primarily due to the geographical position of Moscow. (p. 276) Immunity from attack, so rare in those days [circa 1240-1360], caused the eastward movement of Russian colonization to become reversed. That is to say, settlers began to flow back from the old-established colonies of Rostov to the unoccupied lands of the Principality of Moscow. This constituted the first condition which, arising out of the geographical position of Moscow, contributed to the successful settlement of the Muscovite region . . . Another condition which . . . contributed to the growth of the Principality was the fact that Moscow stood upon a river which had always - even from the most ancient times - been possessed of great commercial importance . . . a waterway connecting the system of the Middle Oka with the system of the Upper Volga . . . By thus making Moscow the point where two great popular movements intersected one another - namely, a movement of colonization northeastwards and a movement of commerce southwestwards, the city's geographical position conferred great economic advantages upon the Muscovite Prince. A large population attracted to his appanage meant a large number of direct taxpayers, while the movement of a large volume of commercial traffic on the Moskva meant a stimulation of popular industry in his dominions and a large flow of transit-dues into his treasury. (p. 278)

These ideas are familiar to political geographers, who think of the rise of nations around a strategic *core area*. Karl Deutsch (5) generalizes these and other ideas into “uniformities of national growth.” Three of his eight “uniformities” interest us here :

2. The social mobilization of rural population in *core areas* of denser settlement and more intensive exchange.
3. The growth of *towns* and the growth of social mobility within them, and between town and country.
4. The growth of *basic communication grids*, [16] linking important rivers, towns, and trade routes in a flow of trampart, travel, and migration. (p. 172)

Deutsch distinguishes between population density and network of communication as determinants of core area growth : “It should be noted that the density that makes a core area is one of traffic and communication rather than mere numbers of passive villagers densely settled on the soil.” (p. 174) In applying his scheme to actual situations, Deutsch mentioned in passing the growth of early Russia.

All this is well and good, and not unfamiliar to most geographers, but others disagree with such “situational determinism,” and point out quite rightly the multitude of political, religious, and other factors that contribute

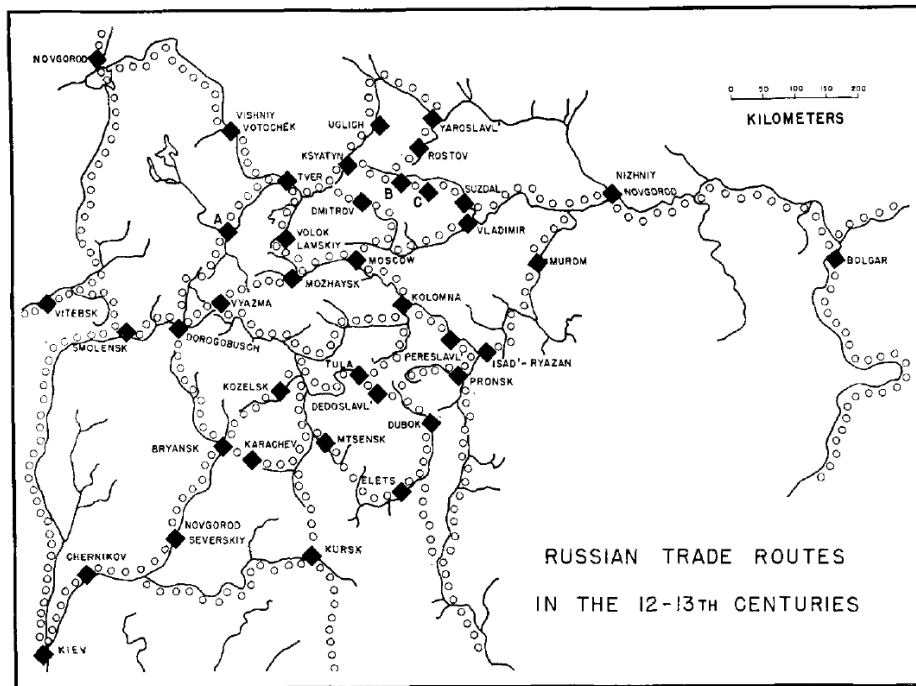


Figure 1.

to urban growth. Professor Gustave Alef of the University of Oregon is such a critic, and conversation with him over several years actually prompted the present inquiry.

The controversy seems to be at a standstill. Clearly we need a way of filtering out the centrality factor, the “situational determinant,” so that the variation in the remaining factors may be studied more closely. One way of doing just this is to call upon the resources of graph theory.

If we list by row and column all the 39 places on the river trade network in 12-13th century Russia, and place a “1” in those cells where a direct connection between two places exists, as in Figure 3, we shall have the primary information we need for analyzing the network. We need to know but one more thing, the *diameter* of the network. Defined as “the number of links in the shortest path between the furthest points,” it can easily be seen that the diameter here is 8.

When a *one-zero array* (connection matrix) such as Figure 3 is multiplied by itself to the diameter power, the figures in the cells represent the variety of ways in which one can get from one place to another (or between the same place on a “roundtrip” basis) in *precisely* the number of steps represented by the diameter. Here the numbers (Fig. 4) in a portion of the 8th power of Figure 3 represent all the different combinations of routes available in going

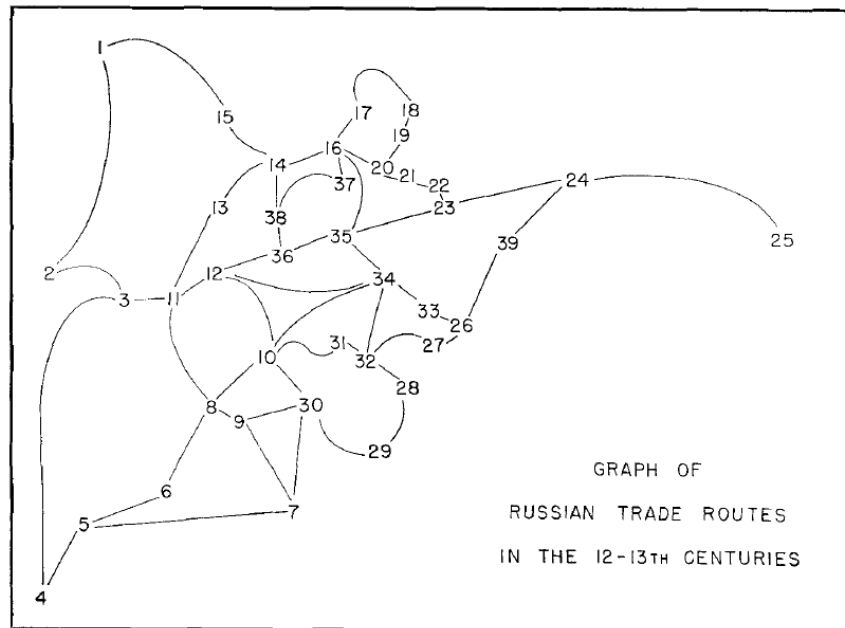


Figure 2.

between the first five places in the river network of 12-13th century Russia.

Phrased in another way, the figures in the cells represent the total number of alternative paths between the two points, where each path taken has exactly eight links, no more and no less. Because the routes [18] permit two-way traffic, both the connection array and its solution matrix are symmetric about the main diagonal (zeros in Fig. 3). To obtain the *total* number of alternative paths for a place, we add across the diameter power array represented *in exemplo* by Figure 4. It is this sum which is the *connectivity measure* sought for each place in the network.

It should be noted that this number is derived from the array (Fig. 3) in which each direct link, however long or short in [19] actuality, is considered as being of length unity. The connectivity measures and the percentage each place contributes to the total connectivity of the network, are shown in the left-hand portion of Table 1. The five "most-connected" places are Kozelsk, 10; Kolomna, 34; Vyazma, 12; Bryansk, 8; and Moscow, 35. Thus we see that in an analysis of the simplest situation (i.e., "link - no link"), Moscow is not the place most thoroughly connected in the river network, as claimed by many Russian historians, but ranks fifth in the system.

Most geographers would protest that such a picture, however interesting, distorts reality to the extent of the redundant information on alternative routes. It would perhaps be more nearly realistic to look at the shortest path between places. A short-path matrix, represented *in exemplo* by Figure



|           | Novgorod | Vitebsk | Smolensk | Kiev | Chernikov |   |
|-----------|----------|---------|----------|------|-----------|---|
| Novgorod  | 0        | 1       |          |      |           |   |
| Vitebsk   | 1        | 0       | 1        |      |           |   |
| Smolensk  |          | 1       | 0        | 1    |           |   |
| Kiev      |          |         | 1        | 0    | 1         |   |
| Chernikov |          |         |          | 1    | 0         | 1 |

|           | Novgorod | Vitebsk | Smolensk | Kiev | Chernikov |
|-----------|----------|---------|----------|------|-----------|
| Novgorod  | 110      | 15      | 143      | 16   | 71        |
| Vitebsk   | 15       | 155     | 21       | 167  | 27        |
| Smolensk  | 143      | 21      | 560      | 32   | 418       |
| Kiev      | 16       | 167     | 32       | 257  | 84        |
| Chernikov | 71       | 27      | 418      | 84   | 513       |

Figure 3. Portion of Matrix of First-Order Connections for Graph of Russian Trade Routes in the 12-13th Centuries (left)

Figure 4. Numbers of Different Route Combinations Utilizable in Going Between Two Places, or from One Place “out and back” (right)

5, was calculated; the results are shown in the right-hand portion of Table 1. The figures given represent the total number of links to be traversed in getting from a settlement to *all* its neighbors, using in each case the shortest path (i.e., the path with minimum number of links).

A much different story is told this time! Moscow is the second most highly connected place in the network of settlements, outranked only by Kolomna, and with Kozelsk ranking fourth.

|           | Novgorod | Vitebsk | Smolensk | Kiev | Chernikov |
|-----------|----------|---------|----------|------|-----------|
| Novgorod  | 0        | 1       | 2        | 3    | 4         |
| Vitebsk   | 1        | 0       | 1        | 2    | 3         |
| Smolensk  | 2        | 1       | 0        | 1    | 2         |
| Kiev      | 3        | 2       | 1        | 0    | 1         |
| Chernikov | 4        | 3       | 2        | 1    | 0         |

Figure 5

Portion of Short-Path Matrix, Russian 12-13th Century River Trade Network

Table 1. Connectivity of Urban Places in 12-13th Century Russia

| Connection Array<br>Connectivity |     |      |    | Place Name         | Short-Path Array<br>Connectivity |     |                   |
|----------------------------------|-----|------|----|--------------------|----------------------------------|-----|-------------------|
| Actual Percentage                |     |      |    |                    | Actual Rank                      |     |                   |
| 2                                | 652 | 0.51 | 1  | Novgorod           | 1                                | 176 | 35                |
| 3                                | 574 | 0.68 | 2  | Vitebsk            | 2                                | 172 | 32                |
| 9                                | 521 | 1.82 | 3  | Smolensk           | 3                                | 148 | 17 <sup>1/2</sup> |
| 5                                | 303 | 1.01 | 4  | Kiev               | 4                                | 173 | 33                |
| 8                                | 691 | 1.66 | 5  | Chernikov          | 5                                | 181 | 36                |
| 10                               | 181 | 1.95 | 6  | Novgorod Severskiy | 6                                | 162 | 28                |
| 14                               | 703 | 2.81 | 7  | Kursk              | 7                                | 160 | 26                |
| 26                               | 898 | 5.15 | 8  | Bryansk            | 8                                | 130 | 9                 |
| 18                               | 662 | 3.57 | 9  | Karachev           | 9                                | 157 | 22 <sup>1/2</sup> |
| 41                               | 022 | 7.85 | 10 | Kozelsk            | 10                               | 116 | 4                 |
| 24                               | 001 | 4.59 | 11 | Dorogobusch        | 11                               | 121 | 7                 |
| 36                               | 292 | 6.94 | 12 | Vyazma             | 12                               | 113 | 3                 |
| 11                               | 282 | 2.16 | 13 | “A”                | 13                               | 132 | 11                |
| 14                               | 843 | 2.84 | 14 | Tver               | 14                               | 128 | 8                 |
| 5                                | 184 | 0.99 | 15 | Vishniy Totochek   | 15                               | 158 | 24                |
| 19                               | 451 | 3.72 | 16 | Ksyatyn            | 16                               | 118 | 5 <sup>1/2</sup>  |
| 6                                | 883 | 1.32 | 17 | Uglich             | 17                               | 152 | 20                |
| 3                                | 114 | 0.60 | 18 | Yaroslavl’         | 18                               | 184 | 38                |
| 3                                | 415 | 0.65 | 19 | Rostov             | 19                               | 182 | 37                |
| 8                                | 150 | 1.56 | 20 | “B”                | 20                               | 148 | 17 <sup>1/2</sup> |
| 3                                | 711 | 0.71 | 21 | “C”                | 21                               | 174 | 34                |
| 4                                | 249 | 0.81 | 22 | Suzdal             | 22                               | 163 | 29                |
| 10                               | 344 | 1.98 | 23 | Vladimir           | 23                               | 133 | 12                |
| 4                                | 518 | 0.86 | 24 | Nizhniy Novgorod   | 24                               | 161 | 27                |
| 1                                | 394 | 0.27 | 25 | Bolgar             | 25                               | 198 | 39                |
| 7                                | 101 | 1.36 | 26 | Isad’-Ryazan       | 26                               | 156 | 21                |
| 8                                | 135 | 1.56 | 27 | Pronsk             | 27                               | 159 | 25                |
| 8                                | 671 | 1.66 | 28 | Dubok              | 28                               | 157 | 22 <sup>1/2</sup> |
| 9                                | 248 | 1.77 | 29 | Elets              | 29                               | 170 | 30                |
| 23                               | 936 | 4.58 | 30 | Mtsensk            | 30                               | 141 | 15                |
| 17                               | 717 | 3.39 | 31 | Tula               | 31                               | 145 | 16                |
| 21                               | 015 | 4.02 | 32 | Dedoslavl’         | 32                               | 131 | 10                |
| 13                               | 414 | 2.57 | 33 | Pereslavl’         | 33                               | 134 | 13                |
| 39                               | 478 | 7.55 | 34 | Kolomna            | 34                               | 104 | 1                 |
| 26                               | 663 | 5.10 | 35 | MOSCOW             | 35                               | 107 | 2                 |
| 22                               | 016 | 4.21 | 36 | Mozhaysk           | 36                               | 118 | 5 <sup>1/2</sup>  |
| 9                                | 954 | 1.90 | 37 | Dmitrov            | 37                               | 151 | 19                |
| 13                               | 681 | 2.62 | 38 | Volok Lamskiy      | 38                               | 138 | 14                |
| 3                                | 515 | 0.67 | 39 | Murom              | 39                               | 171 | 31                |

SUMMARY. We have looked at the disputed question of the centrality of Moscow in 12th and 13th century Russia, and by two applications of graph theory, programmed for computers, (6) have come up with two related but slightly different answers. Use of actual distances in a network-flow framework (7) would also give related but not too unlike results.

The value of the graph theoretic approach as an exploratory technique in historical geography lies in extending it to other modes of transport, and over periods of time. Each place on a railnet, for example, has a connectivity value different from that same place's value on a roadnet. In the connection array case, the connectivity values for each mode of communication may be added to get the cumulative connectivity for each place at any point in time, and these could appropriately be summed over the time periods during which they have been operative. Such measures could then be related to size of urban population, and places with important deviations from values predicted by the "situational determinant" be thus isolated for further study.

(1) Revision of a paper prepared for the annual meeting, Association of Pacific Coast Geographers, Los Angeles, June 12-14, 1963. The papers which most directly influenced me in preparing this study are by William L. Garrison, "Connectivity of the Interstate Highway System," *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, Vol. 6, pp. 121-137, 1960 ; and David L. Huff, "A Topological Model of Consumer Space Preferences," *idem.*, pp. 159-173.

(2) Fig. 1 is a redrawing and transliteration of plate 121, p. 156 from A. L. Mongayt, *Staraya Ryazan*, Vol. 49 in *Material'i issledovaniya po arkheologii SSSR*, Akademii Nauk SSSR, Moskva, 1955. Prof. Gustave Alef brought this series to my attention.

(3) Jerome Blum, *Landlord and Peasant in Russia from the Ninth to the Nineteenth Century*, Princeton University Press, 1961.

(4) V. O. Kulchevsky, *A History of Russia*, Vol. 1, E. P. Dutton and Co., New York, 1911. Translated by C. J. Hogarth.

[20] (5) Karl Deutsch, "The Growth of Nations : Some Recurrent Patterns of Political and Social Integration," *World Politics*, Vol. 5, No. 2 (January 1953), pp. 168-195.

(6) Free computer time for the matrix-powering leading to results in Table I was provided by the Statistical Laboratory and Computing Center, University of Oregon ; that for the short-path calculations was provided by the Computation and Data Processing Center, University of Pittsburgh.

(7) Appropriate formulas for network-flow calculations are given in Lester R. Ford, Jr., and D. R. Fulkerson, *Flows in Networks*, Princeton University Press, 1962.

## Une approche de la géographie historique par la théorie des graphes

*Université d'Hawaï*

La théorie des graphes est une branche de la topologie qui traite des connexions entre les points, quelle que soit la définition que nous donnons au terme *connexions*. L'application dans cet article d'une partie de la théorie des graphes, *l'analyse de la connectivité*, fournit une méthode pour quantifier certaines de nos notions intuitives sur les avantages que la « position centrale » apporte à une ville et sur les rôles des villes dont l'intensité des interactions spatiales renforce la croissance mutuelle (1).

Le problème spécifique exposé ici est celui de la mesure de la centralité de l'ancienne Moscou, vue exclusivement à partir de la configuration (figure 1) du réseau commercial fluvial aux XII<sup>e</sup> et XIII<sup>e</sup> siècles (2). Un graphe planaire quelque peu généralisé de ce réseau (figure 2) constitue la base de deux courtes analyses.

Les historiens russes attribuent souvent la domination de Moscou à sa position stratégique sur les routes commerciales et les séries de citations suivantes de Blum (3) et de Kluchevsky (4) peuvent servir d'exemples d'opinions largement répandues. Blum déclare :

Le succès de la maison moscovite semble s'expliquer par la combinaison de la situation géographique favorable de Moscou et de beaucoup de chance. Leur capitale se trouvait à l'intersection d'importantes routes terrestres, tandis que le fleuve Moscou, sur les rives duquel la ville s'élevait, reliait les deux principaux systèmes fluviaux de la Russie européenne (p. 67).

Les marchands venaient de toutes les régions de Russie et de l'étranger pour acheter et vendre et les visiteurs étrangers, à partir de la fin du XV<sup>e</sup> siècle, étaient impressionnés par l'activité commerciale qu'ils observaient. Depuis Moscou, les marchandises étaient expédiées dans toutes les directions, parcourant parfois des centaines de kilomètres avant d'atteindre leur destination (p. 125).

Après avoir donné des détails sur les différentes « autoroutes » qui traversent Moscou, Kluchevsky poursuit :

Ainsi, Moscou est née au point d'intersection de trois grandes routes terrestres - une position géographique qui a conféré d'importants avantages économiques à la ville et à ses environs. ... Les boyards<sup>2</sup> ont toujours suivi les courants de migration populaire, de sorte que leurs archives généalogiques prouvent qu'à

---

2. [Aristocrates des pays orthodoxes d'Europe de l'Est \(source : wikipédia\)](#).

cette époque [époque de Daniel, fils cadet d'Alexandre Nevsky, vers 1270 après J.-C.], la tendance générale était en direction de Moscou. Cet afflux régulier dans la ville, comme dans un réservoir central, de toutes les forces populaires russes menacées par des ennemis extérieurs était principalement dû à la position géographique de Moscou (p. 276). L'immunité contre les attaques, si rare à cette époque [vers 1240-1360], a provoqué un renversement du mouvement de colonisation russe vers l'est. En d'autres termes, les colons ont commencé à refluer des anciennes colonies de Rostov vers les terres inoccupées de la principauté de Moscou. C'est la première condition qui, du fait de la position géographique de Moscou, a contribué à la réussite de la colonisation de la région moscovite... Une autre condition qui a contribué à l'essor de la Principauté est le fait que Moscou se trouve sur un fleuve qui a toujours eu - même aux temps les plus anciens - une grande importance commerciale... : une voie d'eau reliant le système de l'Oka moyen au système de la Volga supérieure... En faisant ainsi de Moscou le point d'intersection de deux grands mouvements populaires - à savoir un mouvement de colonisation vers le nord-est et un mouvement de commerce vers le sud-ouest, la position géographique de la ville a conféré de grands avantages économiques au prince moscovite. Une population importante attirée dans son domaine signifiait un grand nombre de contribuables directs, tandis qu'un volume important de trafic commercial sur la Moskva signifiait une stimulation de l'industrie populaire dans ses dominions et un apport important de droits de transit dans son trésor (p. 278).

Ces idées sont familières aux géographes du politique, qui pensent à la croissance des nations autour d'une *zone centrale* stratégique. Karl Deutsch<sup>3</sup> (5) généralise ces idées et évoque les « uniformités de croissance nationale ». Trois de ses huit « uniformités » nous intéressent ici :

2. La mobilisation sociale de la population rurale dans des *zones centrales* de peuplement plus dense et d'échanges plus intenses.
3. La croissance des *villes* et l'accroissement de la mobilité sociale en leur sein, et entre ville et campagne.
4. La croissance des *réseaux de communication de base*, reliant les rivières, les villes et les routes commerciales importantes dans un flux de transport, de voyage et de migration (p. 172).

Deutsch fait la distinction entre la densité de population et le réseau de communication comme déterminants de la croissance des zones centrales : « Il

---

3. [Chercheur en science politique, spécialiste des relations internationales.](#)

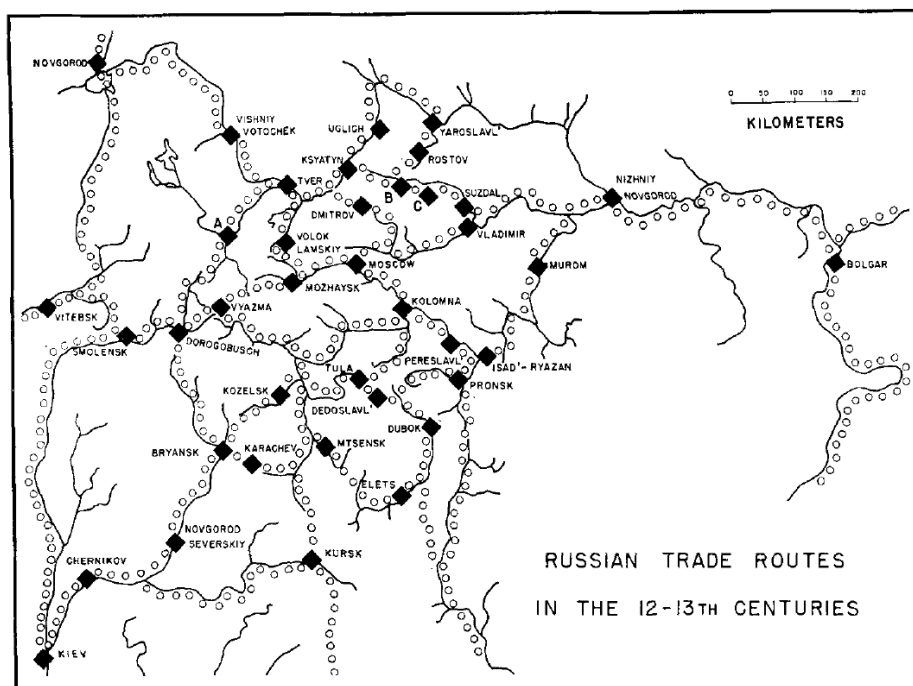


Figure 1.

faut noter que la densité qui fait une zone centrale est celle de la circulation et de la communication plutôt que le simple nombre de villageois passifs installés densément sur le sol (p. 174). En appliquant son schéma à des situations réelles, Deutsch mentionne en passant la croissance de la Russie primitive.

Tout cela est bien beau et n'est pas inconnu de la plupart des géographes mais certains ne sont pas d'accord avec ce « déterminisme situationnel » et soulignent à juste titre la multitude de facteurs politiques, religieux et autres qui contribuent à la croissance urbaine. Le professeur Gustave Alef de l'université de l'Oregon est l'un de ces critiques et nos échanges depuis plusieurs années ont suscité la présente enquête<sup>4</sup>.

La controverse semble être au point mort. Il est clair que nous avons besoin d'un moyen de filtrer le facteur de centralité, le « déterminant situationnel », afin que la variation des autres facteurs puisse être étudiée de plus près. L'un des moyens d'y parvenir est de faire appel aux ressources de la théorie des graphes.

Si nous plaçons en ligne et en colonne les 39 lieux du réseau commercial

4. Dans son article de 1978, Pitts indique que Gustave Alef, après avoir lu cet article de 1965, lui aurait déclaré que ses résultats n'étaient pas de l'histoire (« [he] told me that my results were not history »).

fluvial de la Russie des XII<sup>e</sup> et XIII<sup>e</sup> siècles<sup>5</sup> et que nous plaçons un « 1 » dans les cellules où il existe une connexion directe entre deux lieux, comme dans la figure 3, nous aurons les informations primaires dont nous avons besoin pour analyser le réseau. Il ne nous reste qu'une chose à savoir, le diamètre du réseau. Défini comme « le nombre de liens dans le chemin le plus court entre les points les plus éloignés », on peut facilement voir que le diamètre est ici de 8<sup>6</sup>.

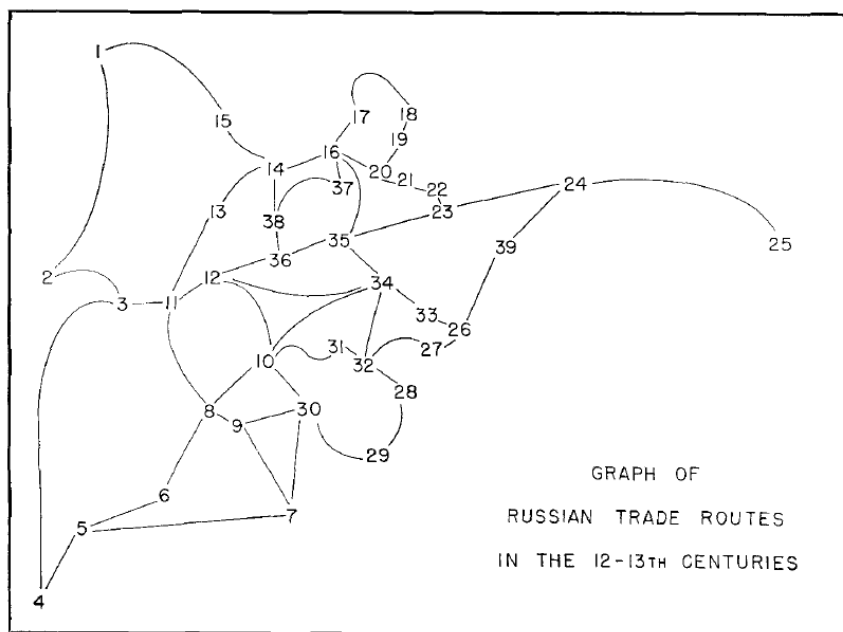


Figure 2.

Lorsqu'un *tableau booléen 0-1* (matrice de connexion) tel celui de la figure 3 est multiplié par lui-même à la puissance du diamètre, les chiffres dans les cellules représentent la variété des moyens par lesquels on peut aller d'un endroit à un autre (ou au même endroit avec un « aller-retour ») en *précisément* le nombre de pas représenté par le diamètre. Les nombres de la figure 4 correspondent à la matrice de la figure 3 élevée à la puissance 8 ; ils représentent toutes les différentes combinaisons de routes disponibles pour aller entre les cinq premiers endroits du réseau fluvial de la Russie des XII<sup>e</sup> et XIII<sup>e</sup> siècles.

Formulé autrement, les nombres dans les cellules représentent le nombre total de chemins alternatifs entre les deux points, où chaque chemin emprunté a exactement huit liens, ni plus ni moins. Comme les routes permettent

5. La justification des lieux retenus et celle des limites du réseau manquent.

6. Les moyens mathématiques permettant de déterminer le diamètre d'un graphe sont connus, il est surprenant que Pitts évoque un simple examen visuel.

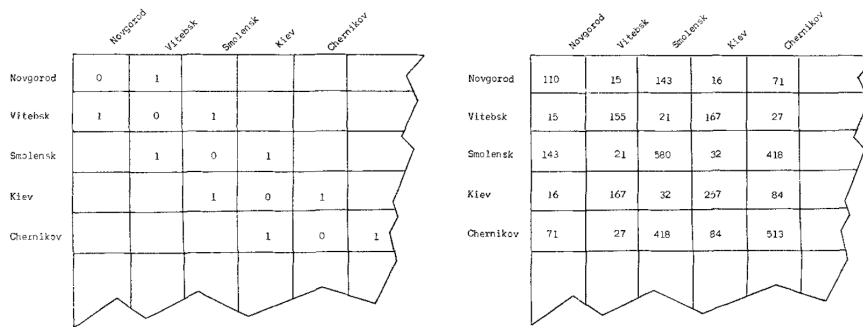


Figure 3. Portion de la matrice des connexions d'ordre un pour le graphe des routes commerciales russes aux XII<sup>e</sup> et XIII<sup>e</sup> siècles (gauche)

Figure 4. Nombre de combinaisons de routes différentes utilisables pour se rendre d'un endroit à l'autre (droite)

un trafic bidirectionnel, le tableau de connexions et sa matrice de solution sont symétriques par rapport à la diagonale principale (zéros sur la figure 3). Pour obtenir le nombre *total* de chemins alternatifs pour un lieu, nous additionnons en ligne ou en colonne le tableau de puissance 8. C'est cette somme qui constitue la *mesure de connectivité* recherchée pour chaque lieu du réseau.

Il convient de noter que ce nombre est dérivé du réseau (figure 3) dans lequel chaque lien direct, aussi long ou court soit-il dans la réalité, est considéré comme étant de longueur unitaire. Les mesures de connectivité et la contribution de chaque endroit exprimée en pourcentage de la connectivité totale du réseau sont indiquées dans la partie gauche du tableau 1. Les cinq endroits « les plus connectés » sont Kozelsk (10), Kolomna (34), Vyazma (12), Bryansk (8) et Moscou (35). Ainsi, nous voyons que dans une analyse de la situation la plus simple (c'est-à-dire « lien - absence de lien »), Moscou n'est pas le lieu le plus connecté dans le réseau fluvial, comme le prétendent de nombreux historiens russes, mais se classe cinquième dans le système.

La plupart des géographes protesteraient contre le fait qu'un tel tableau, aussi intéressant soit-il, déforme la réalité dans la mesure où les informations sur les itinéraires alternatifs sont redondantes. Il serait peut-être plus réaliste d'examiner le chemin le plus court entre les lieux<sup>7</sup>. Une matrice des chemins les plus courts, représentée par la figure 5, a été calculée ; les résultats sont indiqués dans la partie droite du tableau 1. Les nombres représentent le nombre total de liens à parcourir pour aller d'un établissement à *tous* ses voisins, en utilisant dans chaque cas le chemin le plus court (c'est-à-dire le chemin avec le nombre minimum de liens).

Cette fois, l'histoire est bien différente ! Moscou est la deuxième ville la

7. Comme ce que proposait Shimbel dans son article de 1953.



plus connectée du réseau, devancée seulement par Kolomna, et Kozelsk se classe quatrième.

|           | Novgorod | Vitebsk | Smolensk | Kiev | Chernikov |
|-----------|----------|---------|----------|------|-----------|
| Novgorod  | 0        | 1       | 2        | 3    | 4         |
| Vitebsk   | 1        | 0       | 1        | 2    | 3         |
| Smolensk  | 2        | 1       | 0        | 1    | 2         |
| Kiev      | 3        | 2       | 1        | 0    | 1         |
| Chernikov | 4        | 3       | 2        | 1    | 0         |

Figure 5

Extrait de la matrice des plus courts chemins, réseau commercial fluvial russe des XII<sup>e</sup> et XIII<sup>e</sup> siècles.

Tableau 1. Connectivité des lieux urbains dans la Russie des XII<sup>e</sup> et XIII<sup>e</sup> siècles

| Matrice de connexion |      |    | Nom des lieux      | Matrice                 |     |                   |
|----------------------|------|----|--------------------|-------------------------|-----|-------------------|
| Connectivité         |      |    |                    | des plus courts chemins |     |                   |
| Pourcentage réel     |      |    |                    | Rang réel               |     |                   |
| 2 652                | 0.51 | 1  | Novgorod           | 1                       | 176 | 35                |
| 3 574                | 0.68 | 2  | Vitebsk            | 2                       | 172 | 32                |
| 9 521                | 1.82 | 3  | Smolensk           | 3                       | 148 | 17 <sup>1/2</sup> |
| 5 303                | 1.01 | 4  | Kiev               | 4                       | 173 | 33                |
| 8 691                | 1.66 | 5  | Chernikov          | 5                       | 181 | 36                |
| 10 181               | 1.95 | 6  | Novgorod Severskiy | 6                       | 162 | 28                |
| 14 703               | 2.81 | 7  | Kursk              | 7                       | 160 | 26                |
| 26 898               | 5.15 | 8  | Bryansk            | 8                       | 130 | 9                 |
| 18 662               | 3.57 | 9  | Karachev           | 9                       | 157 | 22 <sup>1/2</sup> |
| 41 022               | 7.85 | 10 | Kozelsk            | 10                      | 116 | 4                 |
| 24 001               | 4.59 | 11 | Dorogobusch        | 11                      | 121 | 7                 |
| 36 292               | 6.94 | 12 | Vyazma             | 12                      | 113 | 3                 |
| 11 282               | 2.16 | 13 | "A"                | 13                      | 132 | 11                |
| 14 843               | 2.84 | 14 | Tver               | 14                      | 128 | 8                 |
| 5 184                | 0.99 | 15 | Vishniy Totochek   | 15                      | 158 | 24                |
| 19 451               | 3.72 | 16 | Ksyatyn            | 16                      | 118 | 5 <sup>1/2</sup>  |
| 6 883                | 1.32 | 17 | Uglich             | 17                      | 152 | 20                |
| 3 114                | 0.60 | 18 | Yaroslavl'         | 18                      | 184 | 38                |
| 3 415                | 0.65 | 19 | Rostov             | 19                      | 182 | 37                |
| 8 150                | 1.56 | 20 | "B"                | 20                      | 148 | 17 <sup>1/2</sup> |
| 3 711                | 0.71 | 21 | "C"                | 21                      | 174 | 34                |
| 4 249                | 0.81 | 22 | Suzdal             | 22                      | 163 | 29                |
| 10 344               | 1.98 | 23 | Vladimir           | 23                      | 133 | 12                |
| 4 518                | 0.86 | 24 | Nizhniy Novgorod   | 24                      | 161 | 27                |
| 1 394                | 0.27 | 25 | Bolgar             | 25                      | 198 | 39                |
| 7 101                | 1.36 | 26 | Isad'-Ryazan       | 26                      | 156 | 21                |
| 8 135                | 1.56 | 27 | Pronsk             | 27                      | 159 | 25                |
| 8 671                | 1.66 | 28 | Dubok              | 28                      | 157 | 22 <sup>1/2</sup> |
| 9 248                | 1.77 | 29 | Elets              | 29                      | 170 | 30                |
| 23 936               | 4.58 | 30 | Mtsensk            | 30                      | 141 | 15                |
| 17 717               | 3.39 | 31 | Tula               | 31                      | 145 | 16                |
| 21 015               | 4.02 | 32 | Dedoslavl'         | 32                      | 131 | 10                |
| 13 414               | 2.57 | 33 | Pereslavl'         | 33                      | 134 | 13                |
| 39 478               | 7.55 | 34 | Kolomna            | 34                      | 104 | 1                 |
| 26 663               | 5.10 | 35 | MOSCOW             | 35                      | 107 | 2                 |
| 22 016               | 4.21 | 36 | Mozhaysk           | 36                      | 118 | 5 <sup>1/2</sup>  |
| 9 954                | 1.90 | 37 | Dmitrov            | 37                      | 151 | 19                |
| 13 681               | 2.62 | 38 | Volok Lamskiy      | 38                      | 138 | 14                |
| 3 515                | 0.67 | 39 | Murom              | 39                      | 171 | 31                |

RÉSUMÉ. Nous avons examiné la question controversée de la centralité de Moscou dans la Russie des XII<sup>e</sup> et XIII<sup>e</sup> siècles et, par deux applications de la théorie des graphes, programmées par ordinateur (6), nous avons obtenu deux réponses connexes mais légèrement différentes. L'utilisation des distances réelles de la structure du réseau (7) donnerait des résultats similaires.

La valeur de l'approche de la théorie des graphes en tant que technique exploratoire de la géographie historique réside dans son extension à d'autres modes de transport et à des périodes de temps. Chaque lieu sur un réseau ferroviaire, par exemple, a une valeur de connectivité différente de celle de ce même lieu sur un réseau routier. Dans le cas d'un réseau de connexion, les valeurs de connectivité pour chaque mode de communication peuvent être additionnées pour obtenir la connectivité cumulée pour chaque lieu à un moment donné et ces valeurs pourraient être additionnées sur les périodes de temps pendant lesquelles elles ont été opérationnelles. Ces mesures pourraient alors être mises en relation avec la taille de la population urbaine et les lieux présentant des écarts importants par rapport aux valeurs prédites par le « déterminant situationnel » pourraient ainsi être isolés en vue d'une étude plus approfondie<sup>8</sup>.

(1) Version révisée d'un papier présenté au meeting annuel de l'Association of Pacific Coast Geographers, Los Angeles, 12-14 juin 1963<sup>9</sup>. Les articles qui m'ont influencé le plus directement pour cette étude sont celui de William L. Garrison, "Connectivity of the Interstate Highway System," *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, Vol. 6, pp. 121-137, 1960 et celui de David L. Huff, "A Topological Model of Consumer Space Preferences," *idem.*, pp. 159-173<sup>10</sup>.

(2) La figure 1 est une version redessinée et traduite de la planche 121, p. 156 de A. L. Mongayt, *Staraya Ryazan*, Vol. 49 in *Material'i issledovaniya po arkheologii SSSR*, Akademii Nauk SSSR, Moskva, 1955. Le professeur Gustave Alef a attiré mon attention sur cette série.

(3) Jerome Blum, *Landlord and Peasant in Russia from the Ninth to the Nineteenth Century*, Princeton University Press, 1961<sup>11</sup>.

---

8. C'est à peu près le programme qu'applique Karel Kinsky dans sa thèse de 1963 *The Structure of Transportation Networks* (comparaison des centralités autoroutières et ferroviaires, relation entre centralité et indicateurs économiques et démographiques).

9. La liste complète des communications et des participant.e.s (Judith A. Zink semble être la seule femme parmi les 28 noms cités) est disponible dans *Yearbook of the Association of Pacific Coast Geographers*, 1963, vol. 25, p. 55-56.

10. David L. Huff présente dans son article la matrice d'adjacence et l'interprétation lorsqu'elle est élevée à la puissance  $n$  - l'expression *degree of connectivity* est utilisée; il cite notamment Festinger, Luce et Perry et Prihar. Dans le chapeau de l'article, il est précisé « The work reported upon there was conducted while the author was at the University of Washington. The author wishes to give special thanks to Professor William L. Garrison for his constructive criticism and helpful suggestions concerning the design of this study ».

11. L'ouvrage a été réédité à plusieurs reprises entre 1964 et 1972.

(4) V. O. Kulchevsky, *A History of Russia*, Vol. 1, E. P. Dutton and Co., New York, 1911. Traduit par C. J. Hogarth.

[20] (5) Karl Deutsch, "The Growth of Nations : Some Recurrent Patterns of Political and Social Integration," *World Politics*, Vol. 5, No. 2 (January 1953), pp. 168-195.

(6) Le temps d'ordinateur gratuit pour calculer la matrice conduisant aux résultats du tableau 1 a été fourni par le Statistical Laboratory and Computing Center de l'Université de l'Oregon ; celui pour les calculs des plus courts chemins a été fourni par le Computation and Data Processing Center de l'Université de Pittsburgh.

(7) Les formules appropriées pour calculer les flux dans les réseaux sont indiquées dans Lester R. Ford, Jr. et D. R. Fulkerson, *Flows in Networks*, Princeton University Press, 1962 <sup>12</sup>.

---

12. Contrairement à Garrison dans son article de 1960, Pitts semble avoir utilisé les algorithmes proposés par Ford et Fulkerson mais les résultats ne sont pas présentés.

groupe f.m.r.



La collection « [textes](#) » du groupe fmr (flux, matrices, réseaux) propose des rééditions bilingues d'articles consacrés à l'analyse de réseaux.

Parus

- L. Beauguitte, P. Beauguitte et P. Gourdon, 2021, « [William L. Garrison, 1960, Connectivity of the Interstate Highway System](#) ».
- L. Beauguitte et M. Maisonobe, 2021, « [Joseph B. Kruskal, 1956, On the Shortest Spanning Subtree of a Graph and the Traveling Salesman Problem](#) ».
- L. Beauguitte et M. Maisonobe, 2021, « [E.W. Dijkstra, 1959, A Note on Two Problems in Connexion with Graphs](#) ».
- L. Beauguitte, 2021, « [Alfonso Shimbel, 1951, Application of Matrix Algebra to Communications Nets](#) ».
- L. Beauguitte, 2021, « [Alfonso Shimbel, 1953, Structural Parameters of Communication Networks](#) ».
- L. Beauguitte, 2021, « [Z. Prihar, 1956, Topological Properties of Telecommunication Networks](#) ».
- L. Beauguitte et M. Maisonobe, 2021, « [Alex Bavelas, 1948, A Mathematical Model for Group Structures](#) ».
- L. Beauguitte et J. Fen-Chong, 2021, « [Alex Bavelas, 1950, Communication Patterns in Task-Oriented Groups](#) ».
- L. Beauguitte, 2021, « [Forrest R. Pitts, 1965, A Graph Theoric Approach to Historical Geography](#) ».