



**HAL**  
open science

## Modélisation micromécanique du comportement d'un milieu viscoplastique à deux populations de cavités pressurisées

Jérôme Julien, Mihail Garajeu, Jean-Claude Michel

► **To cite this version:**

Jérôme Julien, Mihail Garajeu, Jean-Claude Michel. Modélisation micromécanique du comportement d'un milieu viscoplastique à deux populations de cavités pressurisées. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03361150

**HAL Id: hal-03361150**

**<https://hal.science/hal-03361150v1>**

Submitted on 1 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Modélisation micromécanique du comportement viscoplastique d'un milieu à deux populations de cavités pressurisées

Jérôme JULIEN<sup>1,2</sup>, Jean-Claude MICHEL<sup>2</sup> & Mihail GARAJEU<sup>3</sup>

<sup>1</sup>EDF-R&D / MMC  
Site des Renardières  
77818 Moret-sur-Loing  
jerome.julien@edf.fr

<sup>2</sup>CNRS-LMA  
31 chemin Joseph Aiguier  
13402 Marseille Cedex 20  
michel@lma.cnrs-mrs.fr

<sup>3</sup>Aix-Marseille Université  
EA 2596  
13397 Marseille Cedex 20  
mihai.garajeu@univ-cezanne.fr

### Résumé :

*Cette étude propose un modèle de comportement micromécanique pour un combustible nucléaire, vu comme un milieu viscoplastique poreux à double population de cavités pressurisées de tailles différentes. La modélisation suppose qu'à l'échelle inférieure une première étape d'homogénéisation a été déjà réalisée. La deuxième étape, qui constitue le coeur du travail, est basée sur l'utilisation d'un Volume Élémentaire Représentatif (V.E.R.) simplifié : une sphère creuse contenant en son centre une cavité pressurisée entourée d'une matrice viscoplastique compressible dont le comportement résulte de la première étape d'homogénéisation. La non linéarité du comportement de la matrice est traitée par linéarisation sécante modifiée et discrétisation par couches concentriques avec des modules sécants constants dans chacune d'elles. Les prédictions du modèle sont discutées.*

### Abstract :

*This study presents a micromechanical model for nuclear fuel, seen as a viscoplastic porous material containing two populations of pressurized cavities of different sizes. The modelling supposes that, at the lower size scale, a first step of homogenization is realised. At the higher size scale, the second step of homogenization, which is the aim of this work, is based on a simplified Representative Volume Element (R.V.E.): a hollow sphere containing a pressurized cavity surrounded by a viscoplastic compressible matrix. The non linear behaviour of the matrix, which is obtained as the result of the first step of homogenization, is managed by using a modified secant linearisation procedure and the discretisation of the R.V.E. in concentric layers. Each layer has constant secant moduli. Results are discussed.*

### Mots-clefs :

**double porosité ; viscoplasticité ; approche sécante modifiée**

## 1 Contexte

Le combustible nucléaire des Réacteurs à Eau Pressurisée se présente sous forme de petits cylindres (les pastilles) empilés dans un tube pour former le crayon combustible. Lors de l'irradiation, les pastilles et la gaine du crayon vont entrer en contact et, suite aux sollicitations entraînant la déformation de la pastille, la gaine va se déformer. Ce phénomène, qui peut conduire à la rupture de la gaine dans certaines situations, limite la conduite des centrales puisqu'il faut assurer l'intégrité de la gaine (première barrière de confinement) tout au long de l'irradiation.

Le programme de qualification mis en place consiste à réaliser dans un réacteur expérimental une rampe de puissance c'est-à-dire une rapide montée en puissance du crayon suivie d'un temps de maintien de quelques heures et de vérifier l'étanchéité du crayon. A l'issue de la rampe, la profilométrie du crayon est mesurée et le combustible à l'intérieur du crayon est analysé.

Parallèlement à ce programme expérimental, la rampe de puissance est également l'objet de simulations numériques couplant différentes disciplines. Ces simulations ont mis en évidence

que le gonflement gazeux au sein des pastilles combustibles est un phénomène qui doit être pris en compte durant la rampe de puissance au même plan que le fluage de la pastille. Ce gonflement gazeux est dû à la présence de cavités dans la pastille combustible. De manière plus précise, il a pu être mis en évidence deux populations de cavités : les pores de fabrication et les bulles dues au gonflement gazeux. Les pores de fabrication sont des cavités qui résultent du processus de fabrication du combustible. Quant aux bulles, elles sont de tailles inférieures aux pores de fabrication et apparaissent au cours de l'irradiation. De plus, au cours de la rampe de puissance, ces deux populations de cavités sont alimentées en produits de fission par des phénomènes de diffusion.

Les deux populations de cavités jouent un rôle important dans le comportement mécanique du combustible. L'objectif de ce travail est de proposer un modèle de comportement mécanique de ce milieu poreux avec deux populations de cavités sous pression.

Dans la section suivante, on présente la modélisation du comportement viscoplastique d'un milieu à double porosité. Les prédictions du modèle proposé sont discutées dans la section 3.

## 2 Modèle de comportement mécanique d'un milieu viscoplastique à double population de cavités pressurisées

Afin de pouvoir étudier ce problème, il a été nécessaire de poser quelques hypothèses basées sur des résultats de simulation issus d'un code de calcul physico-chimique traitant les phénomènes de diffusion de lacunes et de produits de fission. Un schéma de l'état de la micro-structure du combustible (représenté sur la figure 1) montre deux types de populations de cavités. Nous avons fait l'hypothèse de la séparation d'échelle entre ces deux populations. Dans la suite du papier, nous parlerons donc de porosité primaire (indiquée par la lettre  $p$ ) pour les plus grosses cavités et de porosité secondaire (indiquée par la lettre  $s$ ) pour les plus petites cavités (celles à l'échelle inférieure).

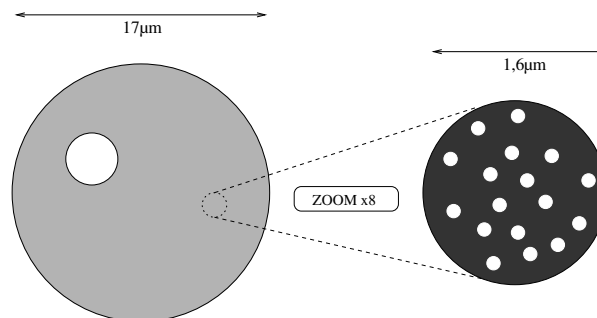


FIG. 1 – Schéma de la microstructure du combustible

L'hypothèse de séparation d'échelle nous permet de traiter les deux populations de cavités de manière distincte. Ainsi, le comportement des petites cavités, noyées dans une matrice viscoplastique, est modélisé lors d'une étape d'homogénéisation préalable. Il est défini, à l'échelle de la porosité primaire, à l'aide d'un potentiel thermodynamique prenant en compte la fraction volumique de la porosité secondaire et la pression interne des petites cavités.

Pour prendre en compte la deuxième population de cavités, on considère un V.E.R. simplifié (figure 2) constitué d'une sphère creuse contenant en son centre une seule cavité, entourée d'une matrice viscoplastique compressible dont le comportement a été obtenu lors de la première étape d'homogénéisation.

On note  $V$  le volume du V.E.R. et  $M$  celui occupé par la matrice poreuse. La cavité au centre de la sphère est pressurisée (pression  $p$ ) et sur son bord extérieur, le V.E.R. est soumis à une

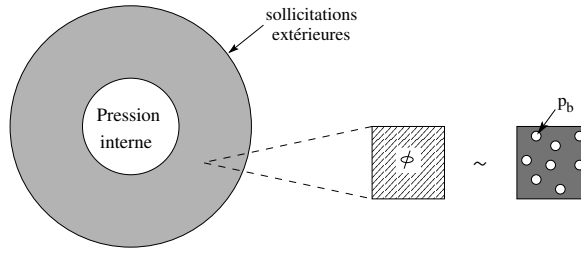


FIG. 2 – La sphère creuse constituant le V.E.R. simplifié

contrainte homogène  $\Sigma$ . Le problème mécanique local s'écrit :

$$\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = 0, \quad \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}(\dot{\varepsilon}_m, \dot{\varepsilon}_{eq}), \quad \text{dans } M, \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) = \Sigma \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) \text{ sur } \partial V_{ext}, \quad \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{x}) = -p \mathbf{n}(\mathbf{x}) \text{ sur } \partial V_{int}, \quad (2)$$

où  $\phi$  est le potentiel de dissipation dépendant des deux premiers invariants de la vitesse de déformation :  $\dot{\varepsilon}_m = \frac{1}{3} \operatorname{Tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})$ ,  $\dot{\varepsilon}_{eq}^2 = \frac{2}{3} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^d : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^d$  avec  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^d = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\varepsilon}_m \mathbf{i}$ . La vitesse de déformation macroscopique à déterminer est définie par :

$$\dot{\mathbf{E}} = \frac{1}{|V|} \int_{\partial V_{ext}} \dot{\mathbf{u}} \otimes_s \mathbf{n} \, dS.$$

Une solution approchée du problème non-linéaire est obtenue par linéarisation sécante du comportement de la matrice. Formellement, la matrice est découpée en plusieurs couches concentriques (analogue au travaux de [Hervé, Zaoui (1993)] dans le cas linéaire et de [Bilger *et al.* (2002)] dans le cas d'une sphère creuse avec un matrice plastique incompressible noyée dans un milieu infini). Chaque couche a des propriétés linéaires et homogènes, différentes d'une couche à l'autre, caractérisées par les modules sécants :

$$k^{(n)} = \frac{1}{9\bar{\varepsilon}_m^{(n)}} \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\varepsilon}_m}(\bar{\varepsilon}_m^{(n)}, \bar{\varepsilon}_{eq}^{(n)}) \quad \text{et} \quad \mu^{(n)} = \frac{1}{3\bar{\varepsilon}_{eq}^{(n)}} \frac{\partial \phi}{\partial \dot{\varepsilon}_{eq}}(\bar{\varepsilon}_m^{(n)}, \bar{\varepsilon}_{eq}^{(n)}), \quad (3)$$

où  $\bar{\varepsilon}_m^{(n)}$  et  $\bar{\varepsilon}_{eq}^{(n)}$  sont des mesures de la vitesse de déformation moyenne dans la couche  $n$ , déterminées par la méthode de linéarisation "sécante modifiée" [Suquet (1995)], en utilisant les moments d'ordre 2 de la vitesse de déformation :

$$\bar{\varepsilon}_m^{(n)} = \langle \dot{\varepsilon}_m^2 \rangle_n^{1/2}, \quad \bar{\varepsilon}_{eq}^{(n)} = \langle \dot{\varepsilon}_{eq}^2 \rangle_n^{1/2}, \quad (\langle \cdot \rangle_n \text{ est l'opérateur de moyenne dans la couche } n).$$

Dans le cas des milieux poreux, le choix des moments d'ordre 2 est justifié par les travaux de [Ponte Castañeda (1991)].

La solution approchée du problème non linéaire est obtenue en utilisant l'algorithme suivant ( $\dot{\varepsilon}_X$  désignant  $\dot{\varepsilon}_m$  ou  $\dot{\varepsilon}_{eq}$ ) :

#### **Initialisation :**

- Calcul des  $k_0^{(n)}$  et  $\mu_0^{(n)}$  à partir du cas linéaire
- MODULE LINÉAIRE : Calcul des moments d'ordre 2  $[\bar{\varepsilon}_X^{(n)}]_0$  à partir des  $k_0^{(n)}$  et  $\mu_0^{(n)}$

#### **A l'itération (i) :** $[\bar{\varepsilon}_X^{(n)}]_{i-1}$ étant connu

- MODULE NON LINÉAIRE : Calcul des  $k_i^{(n)}$  et  $\mu_i^{(n)}$  à partir des  $[\bar{\varepsilon}_X^{(n)}]_{i-1}$
- MODULE LINÉAIRE : Calcul des  $[\bar{\varepsilon}_X^{(n)}]_i$  à partir des  $k_i^{(n)}$  et  $\mu_i^{(n)}$  venant d'être calculés
- TEST DE CONVERGENCE :  $\frac{\| [\bar{\varepsilon}_X^{(n)}]_i - [\bar{\varepsilon}_X^{(n)}]_{i-1} \|}{\| [\bar{\varepsilon}_X^{(n)}]_i \|} \leq 10^{-6}$

**Fin** : Calcul de la vitesse de déformation macroscopique.

Le MODULE NON LINÉAIRE utilise l'équation (3) pour calculer les modules sécants  $k^{(n)}$  et  $\mu^{(n)}$  dans la couche  $n$  à partir des moments d'ordre 2 et de l'expression du potentiel de dissipation  $\phi$ .

Le MODULE LINÉAIRE utilise la démarche analytique proposée par [Hervé, Zaoui (1993)], pour résoudre le problème linéaire d'une sphère creuse, constituée de  $N$  couches concentriques de modules  $k^{(n)}$ ,  $\mu^{(n)}$ ,  $n = 1, \dots, N$ , soumise à une condition de contrainte homogène au bord extérieur et à une pression interne (équation (2)). En sortie, il détermine les moyennes des moments d'ordre 2  $\langle \dot{\epsilon}_m^2 \rangle$  et  $\langle \dot{\epsilon}_{eq}^2 \rangle$  dans chacune des couches, d'une manière totalement analytique [Julien *et al.* (2006)] (et non par intégration numérique [Bilger *et al.* (2002)]).

**3 Prédications du modèle**

Le comportement compressible et viscoplastique de la matrice est ici régi par le potentiel elliptique [Michel, Suquet (1992)] :

$$\phi(\dot{\epsilon}, f_s, m) = \frac{\sigma_0 \dot{\epsilon}_0}{m+1} \left[ \frac{4}{A(f_s, m)} \left( \frac{\dot{\epsilon}_m}{\dot{\epsilon}_0} \right)^2 + \frac{1}{B(f_s, m)} \left( \frac{\dot{\epsilon}_{eq}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^2 \right]^{\frac{m+1}{2}},$$

avec  $A(f, m) = \left( \frac{f^{-m}-1}{m} \right)^{\frac{-2}{m+1}}$  et  $B(f, m) = \left( 1 + \frac{2}{3}f \right) (1-f)^{\frac{-2}{m+1}}$ .

Toutes les simulations qui suivent ont été réalisées pour un état de contrainte macroscopique axisymétrique  $\Sigma_{11} = \Sigma_{22} = T$  et  $\Sigma_{33} = S$  et pour deux valeurs de l'exposant de viscosité  $m$  du potentiel,  $m = 1$  et  $0,125$ , ce qui correspond aux deux régimes extrêmes, linéaire et fortement non-linéaire, du comportement du combustible [Monerie, Gatt (2006)]. Les paramètres  $\sigma_0$  et  $\dot{\epsilon}_0$  ont respectivement été fixés à 100 MPa et  $10^{-5} s^{-1}$ .

On s'intéresse, dans un premier temps, à la convergence de la solution en fonction du nombre de couches dans le cas non-linéaire (le cas linéaire n'est pas considéré ici car la solution exacte peut être obtenue à l'aide d'une seule couche). Pour réaliser cette étude, nous nous sommes placés dans le cas d'une triaxialité  $\Sigma_{eq}/\Sigma_m = 6,67 \cdot 10^{-2}$  (représentative de l'état de contrainte au sein du combustible) avec une porosité principale  $f_p = 7\%$  et une porosité secondaire  $f_s = 5\%$  ainsi qu'une pression nulle dans les cavités. Dans les résultats obtenus, présentés dans la figure 3, on constate qu'on atteint rapidement la valeur asymptotique (valeur établie avec une discrétisation à l'aide de 200 couches) puisque l'erreur est d'environ 2% pour 8 couches et 1,5% pour 10 couches.

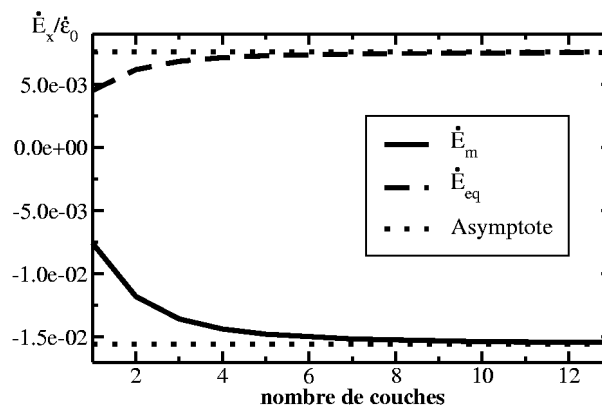


FIG. 3 – Evolution de la vitesse de déformation en fonction du nombre de couches

Le deuxième résultat, toujours dans le cas non linéaire ( $m = 0.125$ ), porte sur l'évolution du premier invariant de la vitesse de déformation suivant la triaxialité des contraintes appliquées au bord extérieur (la variation de triaxialité est obtenue en fixant  $S = -\sigma_0$  et en faisant varier  $T$  de  $-\sigma_0$ , cas hydrostatique, à  $\sigma_0/2$ , cas de cisaillement pur). Dans la figure 4, les différentes courbes correspondent à différentes populations de porosité. Le nombre de couches a été fixé à 10 et la pression à l'intérieur des cavités est nulle.

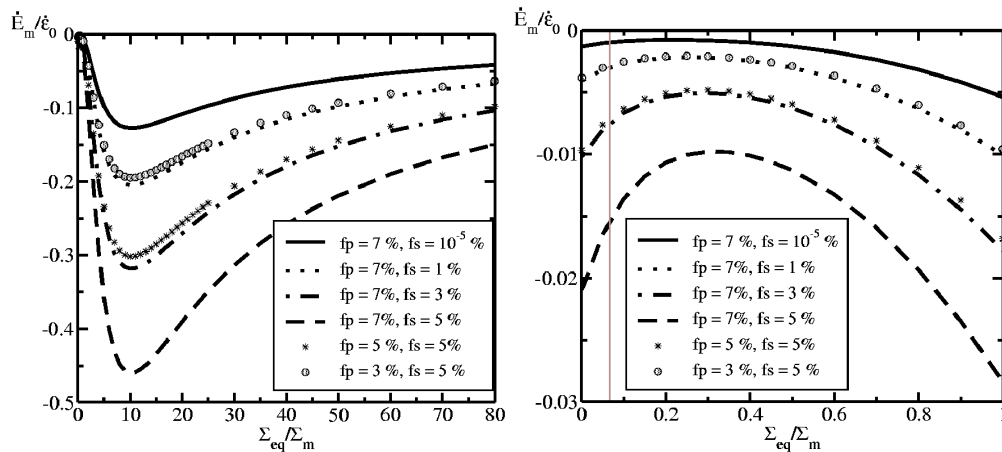


FIG. 4 – Evolution du premier invariant de la vitesse de déformation suivant la triaxialité des contraintes

On remarque que la vitesse de déformation est plus importante lorsque la porosité augmente (le matériau étant plus poreux, celui-ci se déforme plus rapidement). De plus, on constate que le modèle semble peu sensible à la répartition des porosités car il donne une réponse presque similaire pour une même porosité totale (approximée par la somme de la porosité primaire et secondaire). Soulignons, néanmoins, que d'autres calculs, non représentés ici, montre une différence pouvant aller jusqu'à 50 % pour le cas hydrostatique lorsque que l'on considère une seule population de cavités ( $f_p = 0$  % et  $f_s = 12$  %).

Finalement, dans la figure 5 est représentée l'évolution de la vitesse de déformation en fonction de la pression dans la porosité primaire. Cette simulation a été réalisée avec une triaxialité  $\Sigma_{eq}/\Sigma_m = 6,67 \cdot 10^{-2}$ , une porosité principale  $f_p = 7$  % et une porosité secondaire  $f_s = 5$  % (comme lors de la première simulation).

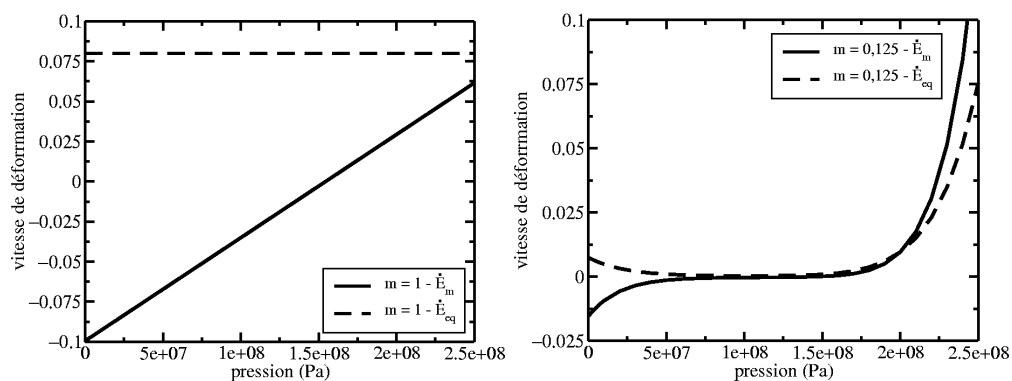


FIG. 5 – Evolution de la vitesse de déformation (deux premiers invariants) dans le cas linéaire et non linéaire en fonction de la pression dans la porosité primaire

Dans le cas linéaire ( $m = 1$ , figure 5 à gauche), les simulations donnent un résultat prévisible : le premier invariant de la vitesse de déformation  $\dot{E}_m$  est linéaire en fonction de la pression dans la porosité primaire tandis que le deuxième invariant  $\dot{E}_{eq}$  est constant. Dans le cas non linéaire ( $m = 0.125$ , figure 5 à droite), on constate que les deux invariants varient peu dans une large bande de pression et qu'ils sont quasiment nuls. Lorsque la pression est suffisamment importante, la contrainte appliquée sur le bord extérieur est trop faible pour contre-balancer la pression interne et on constate une forte augmentation de la vitesse de déformation (que ce soit sur le premier ou le second invariant).

#### 4 Conclusions et perspectives

Ce travail propose un modèle micromécanique du comportement viscoplastique d'un milieu à deux populations de cavités de tailles différentes, pressurisées. Cette modélisation, basée sur l'utilisation d'un V.E.R. simplifié, donne des résultats satisfaisants à partir d'une discrétisation de la matrice en 8 couches. La nécessité de considérer un modèle à deux populations de cavités vient également du fait que les deux populations ont des pressions différentes (ce qui exclue définitivement un modèle à une seule population de cavités). Des résultats issus de calculs par éléments finis viendront compléter ce travail.

Enfin, ce modèle doit dorénavant être couplé avec un code physico-chimique afin de l'alimenter au niveau de la pression dans les cavités primaires ou secondaires. Cela permettra d'obtenir un modèle unifié pour le comportement du combustible aussi bien du point de vue de la mécanique que de la physico-chimie.

Les auteurs remercient EDF et le CEA qui, dans le cadre de co-développement du projet PLEIADES, financent ces travaux. Les auteurs remercient également M. Renaud Masson dont les discussions et les conseils ont permis de réaliser ce travail.

#### Références

- Bilger N., Auslender F., Bornert M., Masson R. 2002 New bounds and estimates for porous media with rigid perfectly plastic matrix *Compte Rendu de l'Académie des Sciences* pp. 127-132
- Hervé E., Zaoui A. 1993 n-layered inclusion-based micromechanical modelling. *Int. J. Engng Sci.* **31** pp. 1-10
- Julien J., Michel J.C., Garajeu M. 2006 Modélisation du comportement viscoplastique d'un milieu à double porosité - Application aux combustibles REP *Rapport technique CNRS-LMA*
- Ponte Castañeda P. 1991 The effective mechanical properties of nonlinear isotropic composites *J. Mech. Phys. Solids* **39** pp. 45-71
- Michel J.C., Suquet P. 1992 The constitutive law of nonlinear viscous and porous materials. *J. Mech. Phys. Solids* **40** pp. 783-812
- Monerie Y., Gatt J.M. 2006 Overall viscoplastic behavior of non irradiated porous nuclear ceramics. *Mechanics of Materials* **38** pp. 608-619
- Suquet P. 1995 Overall properties of nonlinear composites : a modified secant moduli theory and its link with Ponte Castañeda's nonlinear variational procedure *Compte Rendu de l'Académie des Sciences* pp. 563-571