



HAL
open science

Equations du transfert radiatif pour l'étude de la diffraction multiple

Emeline Sadoulet-Reboul, Joël Perret-Liaudet, Alain Le Bot

► **To cite this version:**

Emeline Sadoulet-Reboul, Joël Perret-Liaudet, Alain Le Bot. Equations du transfert radiatif pour l'étude de la diffraction multiple. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03360412

HAL Id: hal-03360412

<https://hal.science/hal-03360412>

Submitted on 30 Sep 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Equations du transfert radiatif pour l'étude de la diffraction acoustique

Emeline Sadoulet-Reboul^a, Joël Perret-Liaudet^b & Alain Le Bot^b

Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes, UMR 5513 CNRS/ECL/ENISE

{a} ENISE - 58 rue Jean Parot - 42023 Saint Etienne Cedex 02 - France

{b} ECL - 54 avenue Guy de Collongue - 69134 Ecully Cedex - France

Sadoulet@enise.fr

Résumé :

Ce papier concerne l'étude de la diffraction acoustique à l'aide de la méthode du transfert radiatif. Le travail s'appuie sur le formalisme de la théorie géométrique de la diffraction particulièrement adapté ici puisqu'il repose sur une décomposition des champs acoustiques en rayons comme dans la méthode du transfert radiatif. Des sources fictives de diffraction sont introduites aux points de diffraction, et un coefficient de diffraction énergétique est défini pour l'écriture des échanges d'énergie entre les sources fictives. La méthode permet de reproduire le comportement acoustique moyen du champ autour de l'obstacle diffractant. Elle est particulièrement intéressante pour l'étude de la diffraction multiple comme illustré au travers de l'étude de la diffraction par une barrière rectangulaire. Elle permet en effet de prendre en compte simultanément tous les ordres de diffraction. En revanche, elle ne permet pas de reproduire les phénomènes d'interférences entre les ondes.

Abstract :

This paper focuses on the study of acoustical diffraction with the radiative transfer method. The approach is based on the Geometrical Theory of Diffraction particularly well-suited as acoustical fields are written in terms of rays as in the radiative transfer method. Some fictitious sources are introduced at diffracting wedges, and an energy diffraction coefficient is introduced to establish the transfer equations between diffraction sources. This method allows to reproduce the mean acoustical field around the diffracting obstacle. It is particularly efficient in case of multiple diffraction as shown for the study of diffraction around a rectangular barrier. Indeed, all diffraction orders are simultaneously taken into account. However interference effects cannot be described by the present method because energies are added.

Mots-clefs :

diffraction ; transfert radiatif

1 Introduction

La théorie géométrique de la diffraction (TGD) développée par J.B.Keller [Keller (1962)] dans les années 1950 se présente comme une méthode de type rayon qui vérifie à ce titre les lois de l'acoustique géométrique. Cette théorie suppose qu'aux hautes fréquences le phénomène de diffraction devient un phénomène local, ce qui facilite l'introduction de rayons diffractés. En généralisant le principe de Fermat, de nouveaux rayons sont ainsi introduits dont notamment les rayons diffractés par une arête, par une pointe ou encore les rayons rampants. Cette théorie permet de dépasser les limites inhérentes à l'acoustique géométrique et de prédire notamment le champ acoustique dans les zones d'ombre d'un obstacle. La TGD a été appliquée avec succès en acoustique pour résoudre des problèmes de diffraction simple (rayons diffractés une seule fois). Lorsque l'obstacle diffractant présente plusieurs points de diffraction, il s'agit de diffraction multiple. La TGD nécessite alors d'explicitier les trajets suivis par les rayons diffractés et de travailler avec un nombre infini de rayons. La méthode du transfert radiatif [Kuttruff (1991); Le Bot *et al.* (2000); Franzoni *et al.* (2001)] permet de s'affranchir de ces difficultés et de prédire

le champ acoustique dans les zones d'ombre en prenant en compte tous les ordres de diffraction. Les équations du transfert radiatif sont présentées dans la première partie de ce papier, puis la méthode est appliquée à l'étude de la diffraction autour d'une barrière rectangulaire.

2 Equations du transfert radiatif

Soit un domaine Ω dans lequel se situent des sources volumiques de puissance ρ , et soit W la densité d'énergie acoustique et I l'intensité acoustique en un point \mathbf{r} de ce domaine. Le champ direct au point \mathbf{r} s'écrit comme la superposition des champs émis par toutes les sources à savoir $\int \rho G \, d\Omega$ pour la densité d'énergie. G est le noyau énergétique donné par $G(\mathbf{s}, \mathbf{r}) = G(s) = e^{-ms} / \gamma_0 c s^{n-1}$. G dépend de l'absorption atmosphérique m , de la distance source-récepteur $s = |\mathbf{s} - \mathbf{r}|$, de la vitesse du son c et du milieu au travers de n et γ_0 . Pour des ondes sphériques, $\gamma_0 = 4\pi$ et $n = 3$. Par ailleurs, le champ direct est susceptible d'être réfléchi par la surface Γ du domaine, ou diffracté par les arêtes, sommets, ou autres singularités de la frontière. L'ensemble des lignes diffractantes est noté Δ_1 et l'ensemble des sommets diffractants est noté Δ_0 . Des sources fictives sont introduites en chaque point sur Γ , Δ_1 et Δ_0 . L'amplitude de chaque source est notée σ et dépend de la position de la source, mais aussi de la direction d'émission. Le champ acoustique réfléchi s'écrit alors $\int \sigma G \, d\Gamma$, le champ diffracté par les lignes diffractantes s'écrit $\int \sigma G \, d\Delta$ et enfin le champ diffracté par les sommets diffractants s'écrit $\sum \sigma G$. Par conséquent, selon l'hypothèse de décorrélation des sources utilisée dans la méthode du transfert radiatif, la densité d'énergie acoustique au point \mathbf{r} s'exprime comme la somme de toutes ces contributions:

$$W(\mathbf{r}) = \int_{\Omega} \rho(\mathbf{s})G(\mathbf{s}, \mathbf{r}) \, d\Omega + \int_{\Gamma} \sigma(\mathbf{p}, \mathbf{u})G(\mathbf{p}, \mathbf{r}) \, d\Gamma + \int_{\Delta_1} \sigma(\mathbf{p}, \mathbf{u})G(\mathbf{p}, \mathbf{r}) \, d\Delta + \sum_{\mathbf{p} \in \Delta_0} \sigma(\mathbf{p}, \mathbf{u})G(\mathbf{p}, \mathbf{r}). \quad (1)$$

Une relation analogue permet d'explicitier l'intensité acoustique en remplaçant G par le noyau énergétique pour l'intensité acoustique $\mathbf{H}(\mathbf{s}, \mathbf{r})$ qui est relié à G par la relation $\mathbf{H}(\mathbf{s}, \mathbf{r}) = \mathbf{H}(s) = c G(\mathbf{s}, \mathbf{r}) \mathbf{u}$. \mathbf{u} désigne le vecteur unitaire du point source \mathbf{s} vers le point récepteur \mathbf{r} .

Le calcul des sources σ définies sur Γ et liées au champ acoustique réfléchi a fait l'objet d'études antérieures pour la réflexion diffuse [Le Bot *et al.* (2000)] ou spéculaire [Le Bot (2002)]. Il s'agit de déterminer à présent une équation sur les sources σ définies sur Δ_0 et Δ_1 . Un coefficient de diffraction énergétique noté $D_{\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{u})$ est introduit. Il dépend de la direction d'incidence via le vecteur \mathbf{v} et de la direction d'émission via le vecteur \mathbf{u} .

Considérons tout d'abord le cas de la diffraction par un sommet où chaque source secondaire d'amplitude σ est située sur un élément de Δ_0 , ensemble des sommets diffractants. Le coefficient $D_{\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{u})$, exprimé en m^2 , est défini comme le rapport entre la puissance émise par unité d'angle solide du dans la direction \mathbf{u} et l'intensité spécifique incidente I_{inc} dans la direction \mathbf{v} [Reboul *et al.* (2005)]:

$$D_{\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{u}) = \frac{1}{I_{\text{inc}}} \times \frac{dP_{\text{emit}}}{du}. \quad (2)$$

Dans le cas de la diffraction par une arête où les sources σ sont situées sur un élément de Δ_1 , ensemble des arêtes diffractantes, $D_{\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{u})$, exprimé en m , est défini comme le rapport entre la puissance émise d^2P_{emit} par unité d'angle solide dans la direction \mathbf{u} et par unité de longueur $d\nu$ de l'arête, et l'intensité spécifique incidente I_{inc} dans la direction \mathbf{v} [Reboul *et al.* (2005)]:

$$D_{\omega}(\mathbf{v}, \mathbf{u}) = \frac{1}{I_{\text{inc}}} \times \frac{d^2P_{\text{emit}}}{d\nu du}. \quad (3)$$

En notant $\mathbf{v} = (\varphi, \beta)$ et $\mathbf{u} = (\theta, \alpha)$, le coefficient de diffraction énergétique sous incidence normale $D_\omega(\varphi, \beta, \theta, \alpha)$ est relié au coefficient sous incidence normale par une relation du type $D_\omega(\varphi, \beta, \theta, \alpha) = D_\omega(\varphi, \theta)\delta(\alpha - \beta)$ où $D_\omega(\varphi, \theta) = |d(\varphi, \theta)|^2$, d désignant le coefficient de diffraction introduit dans la TGD. Lorsque l'énergie incidente provient de toutes les directions, la puissance émise dans la direction \mathbf{u} s'écrit en prenant en compte toutes les contributions incidentes de sorte que le bilan d'énergie se présente de la façon suivante:

$$\frac{dP_{\text{emit}}}{du} \quad \text{ou} \quad \frac{d^2 P_{\text{emit}}}{d\nu du} = \int_{\mathcal{V}} D_\omega(\mathbf{v}, \mathbf{u}) I_{\text{inc}}(\mathbf{p}, \mathbf{v}) d\nu, \quad (4)$$

où l'intégration est menée sur l'ensemble des directions d'incidence \mathcal{V} . I_{inc} est l'intensité spécifique dans la direction d'incidence \mathbf{v} au point de diffraction \mathbf{p} prenant en compte le champ direct, le champ réfléchi et le champ diffracté par les points de diffraction autres que le point \mathbf{p} . Le flux de puissance émis dans l'angle solide élémentaire du autour de la direction \mathbf{u} est calculé en intégrant l'intensité créée par la source de frontière $\sigma(\mathbf{p}, \mathbf{u})$ ou $\sigma(\mathbf{p}, \mathbf{u}) d\nu$ sur l'élément de surface $dS_\varepsilon = \varepsilon^{n-1} du$ de la sphère, et en prenant la limite lorsque ε tend vers 0:

$$dP_{\text{emit}} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sigma(\mathbf{p}, \mathbf{u}) H(\varepsilon) \varepsilon^{n-1} du = \frac{\sigma(\mathbf{p}, \mathbf{u}) du}{\gamma_0} \quad (5)$$

$$\text{ou} \quad d^2 P_{\text{emit}} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sigma(\mathbf{p}, \mathbf{u}) d\nu H(\varepsilon) \varepsilon^{n-1} du = \frac{\sigma(\mathbf{p}, \mathbf{u}) d\nu du}{\gamma_0} \quad (6)$$

Finalement, en appliquant l'équation (4) et en intégrant sur l'ensemble des directions d'incidence de sorte que l'intégralité de la frontière Γ , de Δ_0 , et de Δ_1 soient décrites, l'équation sur σ s'écrit:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma(\mathbf{p}, \mathbf{u})}{\gamma_0} &= \int_{\Omega} D_\omega(\mathbf{v}, \mathbf{u}) \rho(\mathbf{s}) H(\mathbf{s}, \mathbf{p}) d\Omega + \int_{\Gamma} D_\omega(\mathbf{v}, \mathbf{u}) \sigma(\mathbf{q}, \mathbf{v}) H(\mathbf{q}, \mathbf{p}) d\Gamma \\ &+ \int_{\Delta_1} D_\omega(\mathbf{v}, \mathbf{u}) \sigma(\mathbf{q}, \mathbf{v}) H(\mathbf{q}, \mathbf{p}) d\Delta + \sum_{\mathbf{q} \in \Delta_0} D_\omega(\mathbf{v}, \mathbf{u}) \sigma(\mathbf{q}, \mathbf{v}) H(\mathbf{q}, \mathbf{p}). \end{aligned} \quad (7)$$

Il s'agit d'une relation fonctionnelle prenant en compte les inconnues σ à la fois sur Δ_0 et sur Δ_1 . Elle permet de résoudre le problème complet prenant en compte à la fois les phénomènes de réflexion et de diffraction et de calculer toutes les inconnues de surface. Une fois le potentiel σ déterminé, le champ acoustique en tout point de l'espace \mathbf{r} est déterminé à l'aide de l'équation (1).

3 Diffraction par une barrière rectangulaire

La démarche proposée est mise en oeuvre pour résoudre en 2D le problème de la diffraction d'une onde cylindrique de puissance ρ par une barrière rectangulaire de dimensions $a \times b$ (Fig. 1). Le champ direct est réfléchi par la face avant de la barrière, et est diffracté aux quatre sommets de la barrière notés \mathbf{p}_i avec $i = 1 \dots 4$. Le champ direct au point \mathbf{r} s'écrit alors $\rho G(\mathbf{s}, \mathbf{r})$ et le champ réfléchi est écrit sous la forme $\rho G(\mathbf{s}', \mathbf{r})$ où \mathbf{s}' désigne la source image associée à la réflexion sur la face avant de la barrière.

Une source de diffraction de puissance $\sigma_i(\theta)$ est introduite à chaque sommet diffractant \mathbf{p}_i . σ_i^- and σ_i^+ désignent respectivement la puissance de la source i dans les directions $\theta = 0$ et $\theta = 3\pi/2$. Le système d'équations sur σ_i^\pm est obtenu en appliquant l'équation (7). Aucune onde n'est réfléchi en direction des points de diffraction, par conséquent la deuxième intégrale dans le membre de droite de l'équation (7) disparaît. Finalement, σ_i^\pm ne dépend que de la puissance

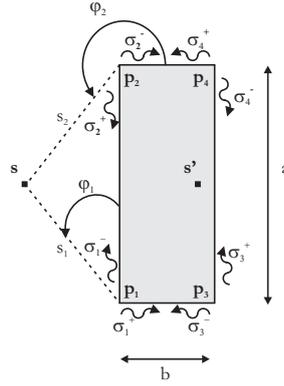


FIG. 1 – Diffraction d'une onde cylindrique issue d'une source située en s par une barrière rectangulaire de dimensions $a \times b$: quatre sources de diffraction σ_i sont introduites aux sommets p_i . Une source image est introduite en s' pour modéliser la réflexion sur la face avant de la barrière.

des sources σ_j^\pm autres que la source i et de l'intensité directe $\rho H(s)$ pour les deux seuls points 1 et 2:

$$\frac{\sigma_1^+}{2\pi} = \sigma_2^+ D_\omega(0, \frac{3\pi}{2}) H(a) + \sigma_3^- D_\omega(\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}) H(b) + \rho D_\omega(\varphi_1, \frac{3\pi}{2}) H(s_1),$$

$$\frac{\sigma_1^-}{2\pi} = \sigma_2^+ D_\omega(0, 0) H(a) + \sigma_3^- D_\omega(\frac{3\pi}{2}, 0) H(b) + \rho D_\omega(\varphi_1, 0) H(s_1),$$

$$\frac{\sigma_2^+}{2\pi} = \sigma_1^- D_\omega(\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}) H(a) + \sigma_4^+ D_\omega(0, \frac{3\pi}{2}) H(b) + \rho D_\omega(\varphi_2, \frac{3\pi}{2}) H(s_2),$$

$$\frac{\sigma_2^-}{2\pi} = \sigma_1^- D_\omega(\frac{3\pi}{2}, 0) H(a) + \sigma_4^+ D_\omega(0, 0) H(b) + \rho D_\omega(\varphi_2, 0) H(s_2),$$

$$\frac{\sigma_3^+}{2\pi} = \sigma_1^+ D_\omega(0, \frac{3\pi}{2}) H(b) + \sigma_4^- D_\omega(\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}) H(a),$$

$$\frac{\sigma_3^-}{2\pi} = \sigma_1^+ D_\omega(0, 0) H(b) + \sigma_4^- D_\omega(\frac{3\pi}{2}, 0) H(a),$$

$$\frac{\sigma_4^+}{2\pi} = \sigma_2^- D_\omega(\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}) H(b) + \sigma_3^+ D_\omega(0, \frac{3\pi}{2}) H(a),$$

$$\frac{\sigma_4^-}{2\pi} = \sigma_3^+ D_\omega(0, 0) H(a) + \sigma_2^- D_\omega(\frac{3\pi}{2}, 0) H(b),$$

où s_1 , s_2 , φ_1 et φ_2 sont définis sur la figure 1. Il s'agit d'un système d'équations linéaires à 8 inconnues σ_i^\pm . Par ailleurs, la puissance σ_i dans une direction θ quelconque est également donnée par l'équation (7) de sorte que:

$$\frac{\sigma_1(\theta)}{2\pi} = \sigma_2^+ D_\omega(0, \theta) H(a) + \sigma_3^- D_\omega(\frac{3\pi}{2}, \theta) H(b) + \rho D_\omega(\varphi_1, \theta) H(s_1), \quad (8)$$

$$\frac{\sigma_2(\theta)}{2\pi} = \sigma_1^- D_\omega(\frac{3\pi}{2}, \theta) H(a) + \sigma_4^+ D_\omega(0, \theta) H(b) + \rho D_\omega(\varphi_2, \theta) H(s_2), \quad (9)$$

$$\frac{\sigma_3(\theta)}{2\pi} = \sigma_1^+ D_\omega(0, \theta) H(b) + \sigma_4^- D_\omega(\frac{3\pi}{2}, \theta) H(a), \quad (10)$$

$$\frac{\sigma_4(\theta)}{2\pi} = \sigma_2^- D_\omega(\frac{3\pi}{2}, \theta) H(b) + \sigma_3^+ D_\omega(0, \theta) H(a). \quad (11)$$

Ainsi, la puissance des sources $\sigma_i(\theta)$ dans une direction quelconque est entièrement déterminée par la connaissance des valeurs particulières σ_i^\pm . Finalement, la densité d'énergie acoustique en

un point \mathbf{r} est calculée en sommant les contributions du champ direct, du champ réfléchi, et du champ diffracté en chaque sommet:

$$W(\mathbf{r}) = \rho G(\mathbf{s}, \mathbf{r}) + \rho G(\mathbf{s}', \mathbf{r}) + \sum_{i=1}^4 \sigma_i(\theta_i) G(\mathbf{p}_i, \mathbf{r}), \quad (12)$$

où θ_i désigne la direction d'émission du point \mathbf{p}_i vers le point \mathbf{r} . Il faut noter que seules certaines contributions sont prises en compte selon la position du point récepteur, les autres étant masquées par l'obstacle.

Les résultats obtenus numériquement sont présentés sur les figures 2 et 3. Les dimensions de la barrière sont 10 m \times 2 m. La source est située à 4 m de la face avant de la barrière et sur l'axe médian. Dans chaque cas, la source émet respectivement sur les tiers d'octave centrés sur 250Hz et 5000Hz. Deux calculs sont réalisés, d'un côté l'équation (12) est résolue à la fréquence centrale de la bande, et de l'autre côté un calcul BEM est réalisé à l'aide du logiciel commercial SysnoiseTM. Le résultat BEM final est la moyenne quadratique des résultats obtenus à fréquence pure sur chaque tiers d'octave. Les figures 2 et 3 (a) et (b) présentent les cartes de niveau de bruit L_p autour de la barrière. Les figures 2 et 3 (c) présentent une comparaison du tracé linéaire de la densité d'énergie calculée par les deux méthodes le long d'un contour entourant la barrière. Dans les deux cas, la méthode du transfert radiatif conduit à des résultats infinis au niveau des frontières géométriques. Celles-ci sont particulièrement visibles sur les cartes de niveau de bruit où elles se traduisent par des bandes blanches. La principale différence entre les résultats est liée à l'observation des interférences qui apparaissent sur les cartes BEM (Fig. 2 et 3 (a)) alors qu'elles n'apparaissent pas sur les cartes issues de la méthode du transfert radiatif (Fig. 2 et 3 (b)) dans la mesure où les sources sont supposées décorréliées. Ces interférences sont d'autant plus marquées que la longueur d'onde est proche des dimensions de l'objet diffractant (Fig. 2 (a)), et dans ce cas le résultat obtenu par la méthode du transfert radiatif traduit le comportement acoustique moyen du champ acoustique autour de la barrière (Fig. 2 (c)). Lorsque la fréquence augmente, ou de manière plus générale, lorsque le rapport entre la longueur d'onde et la taille de l'objet diffractant diminue, les effets des interférences s'amenuisent et les deux approches conduisent à des résultats équivalents (Fig. 3).

4 Conclusions

La méthode du transfert radiatif a été étendue dans ce papier à l'étude de la diffraction acoustique autour d'un obstacle. Elle permet de reproduire le comportement acoustique moyen autour de l'obstacle diffractant. L'intérêt de cette méthode par rapport à la théorie géométrique de la diffraction se situe au niveau de la prise en compte de la diffraction multiple puisqu'elle permet de prendre en compte tous les ordres de diffraction et ne nécessite pas de connaître les trajets suivis par les rayons diffractés.

Références

- Franzoni L.P., Bliss D.B., House J.W. 2001 An acoustic boundary element method based on energy and intensity variables for prediction of high frequency broadband sound fields. *J. Acoust. Soc. Am.* **110** 3071-3080.
- Keller J.B. 1962 Geometrical theory of diffraction. *J. Opt. Soc. Am.* **62** 116-130.
- Kuttruff H. 1991 *Room acoustics 3rd ed.* Elsevier Applied Science, London.
- Le Bot A. 2002 A functional equation for the specular reflection of rays. *J. Acoust. Soc. Am.* **112** 1276-1287.

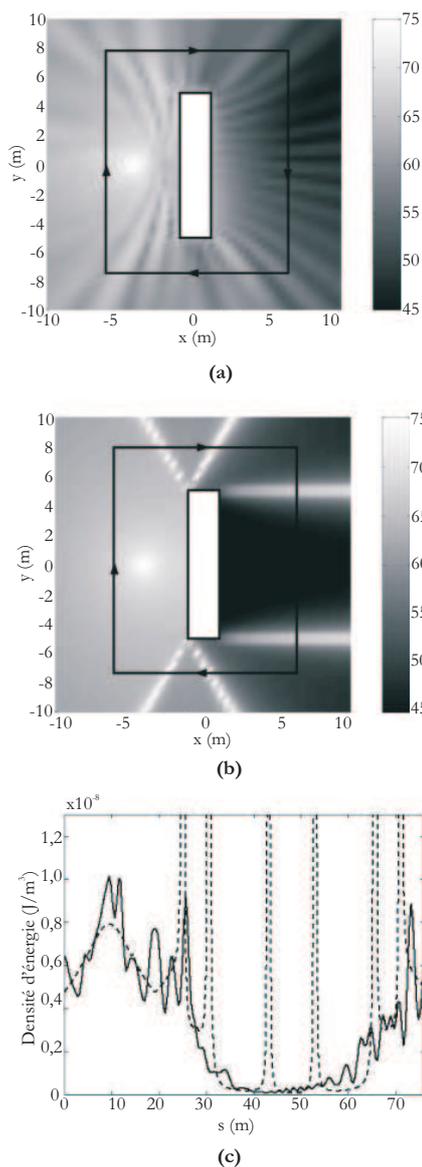


FIG. 2 – Diffraction d'une source cylindrique par une barrière rectangulaire (10 m × 2 m) L_p en dB autour de l'obstacle prédit par (a) la BEM, (b) la méthode du transfert radiatif; (c) Comparaison de la densité d'énergie le long d'un contour entourant la barrière ($s=0$ au coin inférieur gauche) calculée avec la BEM (—) et la méthode du transfert radiatif (- -). La fréquence est 250 Hz.

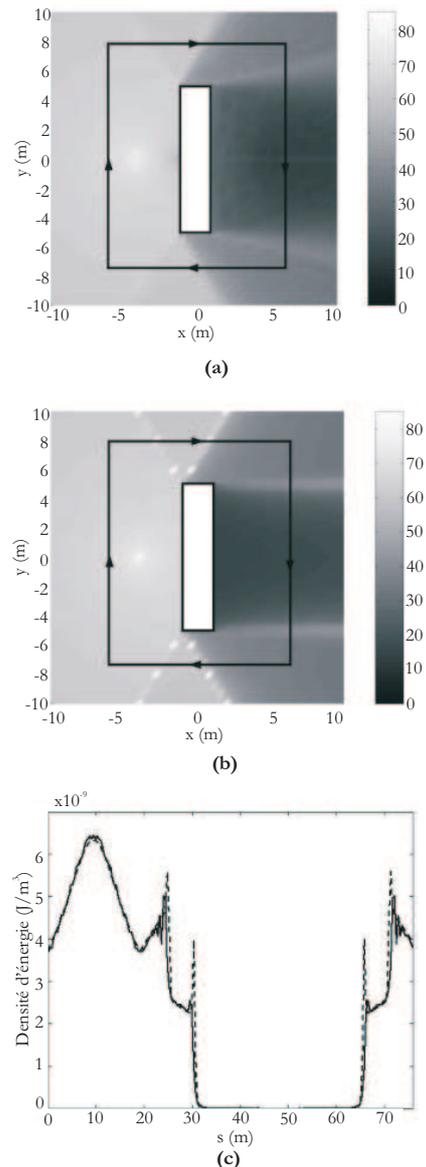


FIG. 3 – Diffraction d'une source cylindrique par une barrière rectangulaire (10 m × 2 m) L_p en dB autour de l'obstacle prédit par (a) la BEM, (b) la méthode du transfert radiatif; (c) Comparaison de la densité d'énergie le long d'un contour entourant la barrière ($s=0$ au coin inférieur gauche) calculée avec la BEM (—) et la méthode du transfert radiatif (- -). La fréquence est 5000 Hz.

Le Bot A., Bocquillet A. 2000 Comparison of an integral equation on energy and the ray-tracing technique for room acoustics. *J. Acoust. Soc. Am.* **108** 1732-1740.

Reboul E., Le Bot A., Perret-Liaudet J. 2005 Radiative transfer equation for multiple diffraction. *J. Acoust. Soc. Am.* **118(3) Pt.1** 1326-1334.