



HAL
open science

Evaluation des schémas compacts décentrés pour le calcul direct du champ acoustique émis par une couche de mélange

Véronique Fortuné, Marie Cabana, Éric Lamballais

► **To cite this version:**

Véronique Fortuné, Marie Cabana, Éric Lamballais. Evaluation des schémas compacts décentrés pour le calcul direct du champ acoustique émis par une couche de mélange. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03360388

HAL Id: hal-03360388

<https://hal.science/hal-03360388>

Submitted on 30 Sep 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Évaluation des schémas compacts décentrés pour le calcul direct du champ acoustique émis par une couche de mélange

Marie Cabana, Véronique Fortuné & Éric Lamballais

Laboratoire d'Études Aérodynamiques (UMR CNRS 6609) - Université de Poitiers
Bât. K - 40, av. Recteur Pineau - 86022 Poitiers Cedex

Résumé :

L'intérêt de l'usage de schémas décentrés est évalué dans le contexte de la simulation numérique directe étendue au calcul direct du son jusqu'en champ lointain. Une nettement plus grande efficacité de calcul est obtenue à partir de tels schémas par comparaison à l'utilisation plus classique de schémas centrés. La dissipation numérique ainsi introduite semble pouvoir contrôler l'apparition de parasites numériques dans le champ acoustique sans pour autant affecter la qualité des mécanismes de génération et propagation sonore. Le maintien d'un haut niveau de précision est assuré par l'usage d'une formulation compacte sur 5 points optimisée spécifiquement pour concentrer exclusivement la dissipation sur les plus petites échelles déjà contaminées par des erreurs de dispersion.

Abstract :

The interest in the use of high-order, upwind-biased compact schemes is evaluated in the context of direct computation of sound. Results show that upwind schemes are very effective in comparison with centered schemes. Numerical dissipation involved in upwind schemes seems to be able to control parasite oscillations in the acoustic field, without affecting the mechanisms of generation and propagation of sound. Good precision of the computed acoustic field is ensured by using a 5-point stencil scheme, optimised in order to add artificial dissipation at non-resolved wavenumbers.

Mots-clefs :

Aéroacoustique - Simulation numérique directe - Écoulement cisailé libre

1 Introduction

En dépit de son intérêt évident pour l'analyse physique des mécanismes de production et de propagation acoustique, les exigences du calcul direct du son par simulation numérique directe en font un moyen d'investigation dont l'usage reste particulièrement difficile à généraliser. La contrainte la mieux connue concerne la précision des schémas, mais la robustesse des conditions aux limites, que l'on voudrait les plus silencieuses possibles dans le cas de frontières ouvertes, reste un point critique qui nécessite souvent des adaptations pour prendre en compte les particularités de chaque écoulement. Le cumul de ces deux types d'exigence amène fréquemment à réaliser des calculs à très haute résolution, la description du champ sonore imposant un raffinement de maillage sensiblement supérieur à celui nécessaire pour décrire fidèlement la partie dynamique associée aux sources sonores. Naturellement, cette exigence de maillage se traduit par un accroissement assez lourd du coût de calcul qui limite fortement l'étendue des applications du calcul direct du son.

Une formulation des équations de Navier-Stokes décomposée en invariants de Riemann a été proposée par Sesterhenn (2001) pour la simulation numérique des écoulements compressibles turbulents. Cette formulation, combinée à une discrétisation spatiale basée sur des schémas compacts centrés de haute précision, a ensuite été testée par Moser *et al.* (2006) pour calculer le rayonnement acoustique d'une couche de mélange en développement spatial. Même si cette

décomposition facilite le traitement des conditions aux limites sous forme de caractéristiques, Moser *et al.* (2006) ont été contraints d'utiliser des zones éponges d'entrée/sortie pour éviter l'apparition de parasites acoustiques non physiques. De plus, le maintien d'un champ acoustique de bonne qualité a conduit Moser *et al.* (2006) à utiliser une grille de calcul particulièrement raffinée, avec à la clé des coûts de calcul trop importants pour la réalisation de simulations 3D.

Le but de ce travail est d'évaluer l'intérêt des schémas décentrés pour réaliser un calcul direct de son à résolution marginale. En effet, il est bien connu que l'erreur numérique inhérente au schéma décentré permet d'introduire un effet de dissipation numérique qui permet de contrôler les erreurs d'aliasing et les oscillations parasites qui en découlent. La question traitée ici est de mieux cerner le bénéfice apporté par une discrétisation spatiale décentrée dans le contexte du calcul direct du son, avec en parallèle la vérification que l'erreur dissipative n'affecte pas artificiellement les mécanismes physiques d'émission et de propagation sonore. Dans ce but, nous testons ici un schéma décentré optimisé par Adams et Shariff (1996) pour assurer une dissipation numérique très efficace qui agit exclusivement sur une gamme de très petites échelles déjà contaminées par des erreurs de dispersion. Notons que ce schéma reste néanmoins particulièrement peu dispersif grâce à une formulation compacte sur 5 points, conformément aux exigences du calcul direct du son.

2 Méthodes numériques

2.1 Equations du mouvement

Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie s'écrivent dans un repère cartésien de coordonnées x_i

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\rho c}{2} \sum_i (X_i^+ + X_i^-) + (\gamma - 1) \left(-\frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\left(\frac{1}{2} (X_i^+ - X_i^-) + (1 - \delta_{ij}) u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = -u_j \frac{\partial s}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho T} \left(-\frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (3)$$

$$\text{avec } X_i^\pm = (u_i \pm c) \left(\frac{1}{\rho c} \frac{\partial p}{\partial x_i} \pm \frac{\partial u_{(i)}}{\partial x_{(i)}} \right) \quad (4)$$

où u_i sont les composantes du champ de vitesse, ρ la masse volumique, p la pression, T la température et s l'entropie. La célérité du son est notée $c = \sqrt{\gamma p / \rho}$, avec γ le rapport des chaleurs spécifiques. λ est la conductivité thermique. τ_{ij} désigne le tenseur des contraintes visqueuses du fluide supposé newtonien. Le fluide satisfait en outre à la loi des gaz parfaits. Précisons également que la formulation de Sesterhenn (2001) permet d'utiliser assez simplement des schémas décentrés en raison de sa forme particulière qui permet d'appliquer la condition de stabilité de type « upwind » d'une façon très directe.

2.2 Discrétisations spatiales et temporelle

L'intégration temporelle des équations est assurée par un schéma de Runge-Kutta précis à l'ordre 4, tandis les dérivées spatiales sont évaluées à l'aide de schémas aux différences finies compacts (Lele (1992)). Avec ce type de schéma, les valeurs de la dérivée première f'_i d'une

fonction $f(\eta)$ aux nœuds η_i d'une grille uniforme sont obtenues par une relation de la forme

$$\begin{aligned} \beta_b f'_{i-2} + \alpha_b f'_{i-1} + f'_i + \alpha_f f'_{i+1} + \beta_f f'_{i+2} \\ = \frac{1}{\Delta\eta} (b_b f_{i-2} + a_b f_{i-1} + d f_i + a_f f_{i+1} + b_f f_{i+2}) \end{aligned} \quad (5)$$

avec $\Delta\eta$ le pas d'espace de la grille. Selon le jeu de coefficients $(\beta_b, \alpha_b, \alpha_f, \beta_f, b_b, a_b, d, a_f, b_f)$ choisi, on peut obtenir des schémas centrés ou non, d'une précision d'ordre 10 au maximum.

Deux types de schémas sont utilisés ici pour la discrétisation à l'intérieur du domaine de calcul : d'une part un schéma centré, précis à l'ordre 6 (Lele (1992)), pour lequel les valeurs des coefficients sont

$$\begin{aligned} \beta_b = \beta_f = 0 \quad , \quad \alpha_b = \alpha_f = 1/3 \\ b_b = -b_f = -1/36 \quad , \quad a_b = -a_f = -7/9 \quad , \quad d = 0, \end{aligned}$$

d'autre part un schéma décentré, dit schéma CUHD (Compact Upwind scheme with High Dissipation, Adams et Shariff (1996)), pour lequel les valeurs des coefficients sont

$$\begin{aligned} \beta_b = 0.035849272999368 \quad , \quad \beta_f = -0.061336408258671 \\ \alpha_b = 0.7337612221857 \quad , \quad \alpha_f = -0.1690430965563 \\ b_b = -0.1760401349801 \quad , \quad b_f = -0.201193841079 \\ a_b = -1.137476930424 \quad , \quad a_f = 0.4520614721441 \quad , \quad d = 1.062649434339. \end{aligned}$$

Notons que ces valeurs sont obtenues par optimisation de la résolution d'une équation d'advection classique, avec pour objectifs majeurs de réduire au maximum l'erreur de dispersion tout en contrôlant la dissipation (Adams et Shariff (1996)). Dans cette catégorie de schémas décentrés développée par Adams et Shariff (1996), le schéma CUHD est le plus dissipatif.

2.3 Configuration et paramètres de l'écoulement

A l'aide de ce code, nous réalisons des simulations d'une couche de mélange bidimensionnelle, dans un domaine carré de dimensions $(L_x = 800, L_y = 800)$ qui permet d'accéder au champ acoustique rayonné par l'écoulement. Nous considérons ici l'évolution spatiale d'une couche de mélange se développant entre deux courants de vitesses initiales respectives U_1 et U_2 . Le profil initial de vitesse moyenne est de type tangente hyperbolique. Le développement de la couche de mélange est ensuite conditionné par l'ajout d'un champ de perturbation incompressible de faible amplitude à l'entrée du domaine de calcul qui excite l'écoulement sur ses fréquences les plus instables. Cette procédure permet notamment de contrôler le développement de l'enroulement tourbillonnaire et de fixer le lieu des appariements. Les conditions aux limites de type frontière ouverte imposées aux frontières du domaine de calcul par l'annulation des caractéristiques correspondantes (Moser *et al.* (2006)) permettent d'évacuer les perturbations et les ondes acoustiques. Pour éviter toute réflexion parasite d'onde acoustique vers l'intérieur du domaine de calcul, on ajoute des zones éponges à l'entrée et à la sortie du domaine. Précisons enfin que les quantités présentées ici sont adimensionnalisées en utilisant l'épaisseur initiale de couche de mélange δ_ω comme longueur de référence et la différence des vitesses initiales des deux courants de la couche de mélange $U_1 - U_2$ comme vitesse de référence. Le nombre de Reynolds de l'écoulement est $Re = 400$ et le nombre de Mach est $M = 0.25$.

Nous avons réalisé deux simulations, à basse et à haute résolutions, utilisant les schémas centrés et deux simulations analogues utilisant les schémas décentrés. Le tableau 1 présente les caractéristiques du maillage pour les deux résolutions choisies.

	nombre de points	zone source / champ lointain
haute résolution	$n_x = 2071$	$0.255 < \Delta x < 1.6$
	$n_y = 785$	$0.175 < \Delta y < 5.948$
basse résolution	$n_x = 1035$	$0.510 < \Delta x < 3.2$
	$n_y = 393$	$0.350 < \Delta y < 11.89$

TAB. 1 – Paramètres de résolution spatiale pour les deux configurations étudiées.

3 Résultats et commentaires

Nous présentons ici les résultats issus des quatre simulations du développement spatial de la couche de mélange et du rayonnement acoustique associé.

Avant d'évaluer véritablement le schéma décentré pour le calcul direct du champ acoustique, il convient de vérifier tout d'abord sa validité pour la détermination du champ dynamique, à l'intérieur de la zone source. La figure 1 montre les champs de vorticité et de dilatation au sein de l'écoulement, obtenus avec les deux types de schémas à haute résolution. Notons que celle-ci correspond à la résolution utilisée et validée lors d'études précédentes avec le schéma centré (Moser *et al.* (2006)). On remarque une très bonne adéquation des résultats issus des schémas décentrés avec la solution de référence en schémas centrés, pour une résolution adaptée à ces schémas centrés.

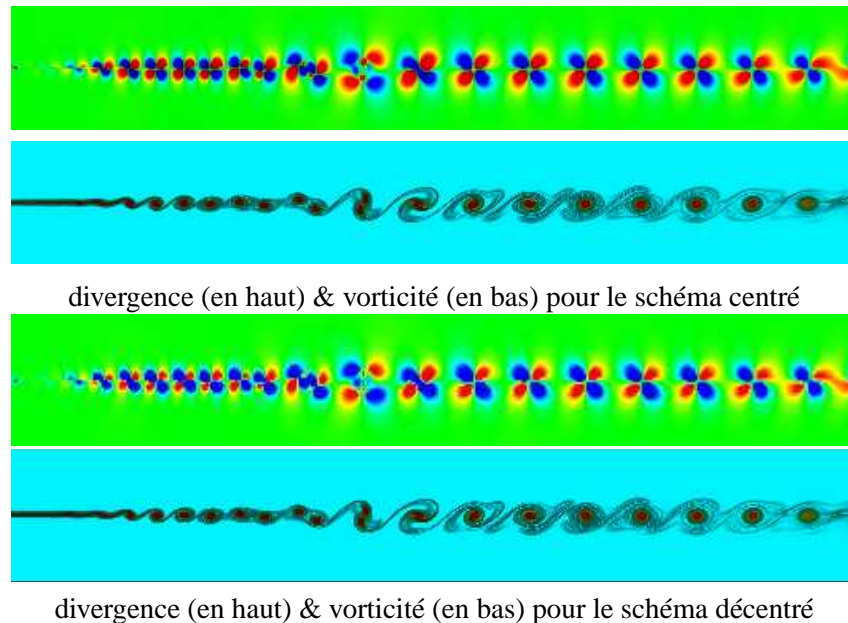


FIG. 1 – Champs de vorticité et de divergence dans la zone source, obtenus avec les schémas centrés et décentrés à haute résolution

On peut ensuite étudier la robustesse de chacun des schémas lorsqu'on diminue la résolution spatiale, en se plaçant toujours d'un point de vue dynamique. La figure 2 présente une comparaison analogue à celle de la figure 1, pour une résolution spatiale beaucoup plus faible. Les champs de vorticité sont très similaires pour les deux schémas, mais on remarque cette fois des différences entre les deux solutions sur le champ de divergence : la solution obtenue avec le schéma centré présente en effet des ondes parasites peu marquées au niveau de l'entrée. On peut

cependant considérer les deux champs dynamiques comme physiquement acceptables, tout en notant la meilleure tenue du schéma décentré au relâchement du maillage.

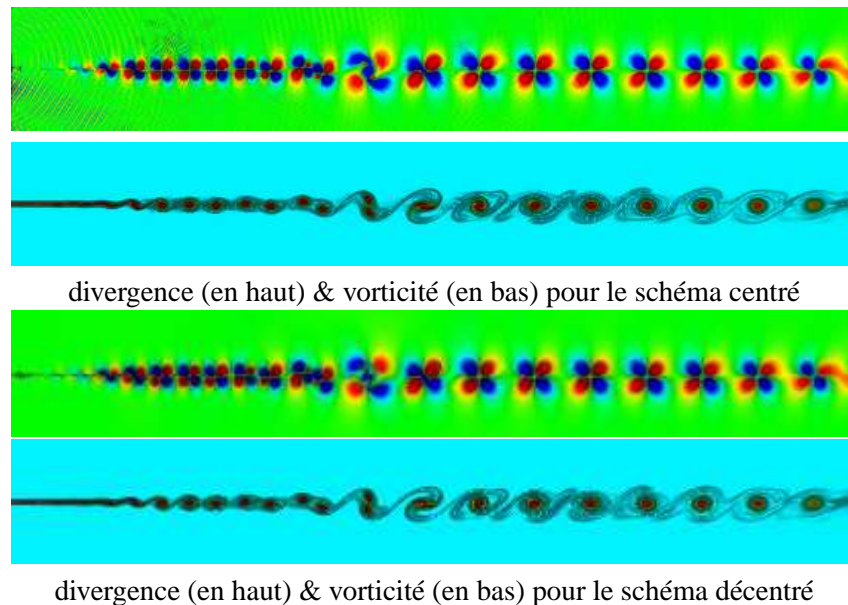


FIG. 2 – Champs de vorticité et de divergence dans la zone source, obtenus avec les schémas centrés et décentrés à basse résolution

On s'intéresse désormais au champ acoustique rayonné par la couche de mélange. La figure 3 montre le champ de divergence obtenu en dehors de la zone de l'écoulement pour chaque schéma, à haute et basse résolutions. A haute résolution, on obtient avec le schéma décentré un champ acoustique très semblable à la solution de référence fournie par le schéma centré. Ceci souligne l'aptitude du schéma décentré CUHD à évaluer les fluctuations acoustiques en dépit de son caractère hautement dissipatif. Concernant les simulations à faible résolution, on constate que le champ acoustique obtenu dans le cas du schéma centré est complètement bruité, tandis que dans le cas du schéma décentré, on observe un assez bon contrôle de ces oscillations parasites.

4 Conclusions

Contrairement à ce que l'usage actuel suggère (utilisation exclusive de schémas centrés en aéroacoustique numérique directe), ce travail montre que l'utilisation de schémas décentrés permet de réduire sensiblement le coût d'un calcul direct du son tout en conservant une excellente précision globale sur les plans dynamique et acoustique. La nature dissipative de ce type de schémas semble être un atout en autorisant la réalisation de simulation réaliste à résolution marginale sans que la dissipation artificielle ainsi introduite ne contamine de façon significative les émissions acoustiques calculées. Le bon comportement obtenu ici à partir de simulation 2D mériterait d'être confirmé en 3D avant de conclure sur l'intérêt pratique d'une telle approche.

Références

Adams, N.A., Shariff, K. 1996 A high-resolution hybrid compact-ENO scheme for shock-turbulence interactions problems *J. Comput. Phys.* **127** 27-51

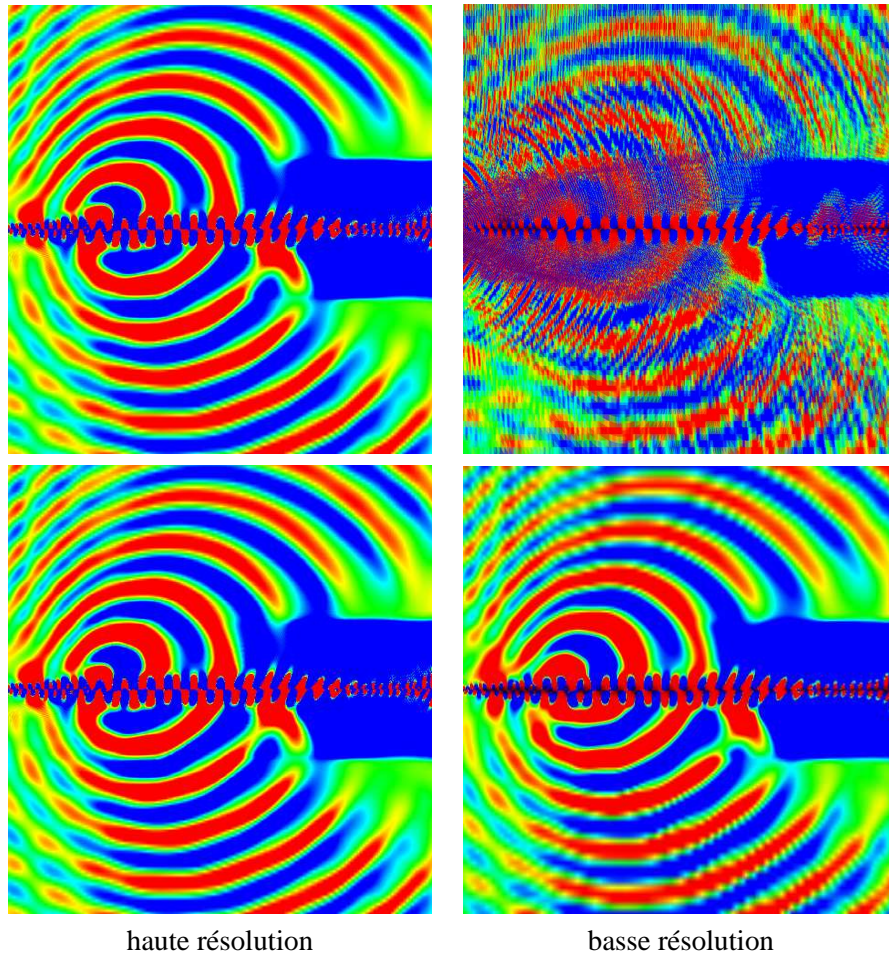


FIG. 3 – Champs de divergence rayonné par la couche de mélange, obtenus avec des schémas centrés (en haut) et décentrés (en bas) pour les hautes (à gauche) et basses (à droite) résolutions

Lele, S.K. 1992 Compact finite difference schemes with spectral-like resolution *J. Comput. Phys.* **103** 16-42

Moser, C., Lamballais E., Gervais Y. 2006 Direct computation of the sound generated by isothermal and non-isothermal mixing layers *AIAA Paper, 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics conference Cambridge, Massachusetts, USA* 2006-2447

Sesterhenn, J. 2001 A characteristic-type formulation of the Navier-Stokes equations for high order upwind schemes *Computers & Fluids* **30** 37-67