



HAL
open science

Modélisation poroélastique isotrope transverse de l'os cortical : sensibilité aux gradients spatiaux des propriétés mécaniques

Fabien Borocin, Thibault Lemaire, Salah Naïli

► **To cite this version:**

Fabien Borocin, Thibault Lemaire, Salah Naïli. Modélisation poroélastique isotrope transverse de l'os cortical : sensibilité aux gradients spatiaux des propriétés mécaniques. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03360353

HAL Id: hal-03360353

<https://hal.science/hal-03360353>

Submitted on 30 Sep 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Modélisation poroélastique de l'os cortical isotrope transverse : comparaison entre ostéons sain et pathologique

Fabien Borocin, Thibault Lemaire & Salah Naili

Laboratoire de Biomécanique et Biomatériaux Ostéo-Articulaires (B2OA), UMR CNRS 7052
Université Paris 12-Val de Marne, Faculté des Sciences et Technologie, 61 avenue du Général de Gaulle,
94010 Créteil Cédex, France
naili@univ-paris12.fr

Résumé :

L'os cortical est un type de tissu dense situé à la périphérie des os longs. Lors des activités quotidiennes telles que la marche ou le maintien de posture il est soumis à un chargement mécanique important. L'absence de ce dernier limite le remodelage osseux, rendant l'os moins dense et moins solide, l'exposant à des risques de fractures. L'os cortical peut être assimilé à un milieu poreux saturé par un fluide interstitiel assurant le transport des nutriments et la mécanotransduction des signaux du remodelage osseux. La théorie de la poroélasticité est utilisée ici pour modéliser le comportement mécanique des tissus corticaux. Grâce à un modèle numérique (éléments finis) validé par ailleurs, le rôle de la perméabilité de l'ostéon est mis en exergue en simulant des phénomènes de fissuration de sa couche externe (couche cimentante). Cette étude vise ainsi à mieux appréhender le rôle du fluide dans la mécanotransduction du remodelage osseux.

Abstract :

Cortical bone is a kind of hard tissue found at the edges of long bones. During daily activities it is subjected to an important mechanical load. Without this load, bone remodelling is hampered and the bone loses in density and strength. It is then more prone to fracture. Cortical bone can be seen as a porous material saturated by an interstitial fluid. The latter ensures the transport of nutrients and the mechanotransduction of bone remodelling signals. In this study, poroelasticity theory has been used to model the mechanical behaviour of cortical tissues. A numerical model has allowed for simulations of fracturing phenomena in the external wall (cement line) of the osteon. Hence, this work aims at better understanding the role of fluids in the mechanotransduction of bone remodelling.

Mots-clefs :

Biomécanique de l'os ; Modélisation poroélastique ; Fissuration

1 Introduction

L'os cortical est un type de tissu osseux dense situé à la périphérie des os longs. Entité vivante, il réagit à des *stimuli* et s'adapte : on parle de remodelage. Lors des activités quotidiennes telles que la marche ou le maintien de posture, il est soumis à un chargement mécanique. En l'absence de telles sollicitations, l'os devient moins dense et moins solide, ce qui peut entraîner des risques de fractures. Au niveau du tissu osseux cortical, la structure unitaire, de type cylindrique, est appelée ostéon. C'est elle qui est renouvelée lorsque l'os adapte sa solidité au chargement subi par modifications de ses structures et par changements de ses propriétés mécaniques.

L'ostéon peut être idéalement représenté par une structure cylindrique creuse dont le matériau constitutif est poreux déformable. A l'intérieur de ces pores, les cellules ostéocytaires baignent dans un fluide interstitiel. Elles sont sensibles aux frottements visqueux générés par

le mouvement du fluide. Du fait du couplage poromécanique, les microdéformations physiologiques auxquelles est soumise la structure osseuse génèrent le mouvement de fluide interstitiel. En dehors de ces microdéformations réversibles, des microfissures s'accumulent lentement dans l'os lorsque celui-ci est chargé dans certaines conditions physiologiques. Ces fissures jouent un rôle dans la mécanotransduction du remodelage osseux.

Cette étude s'inscrit dans l'analyse des processus d'initiation du remodelage osseux et compare l'effet d'une charge cyclique sur des ostéons sains et pathologiques.

2 Formulation générale

2.1 Définition du modèle

Un ostéon complet est idéalisé par un cylindre creux dont l'axe est défini par un vecteur unitaire \mathbf{z} . La géométrie est axisymétrique. Le trou central modélise le canal haversien au travers duquel s'écoulent le fluide interstitiel ainsi que le sang. Les rayons intérieur et extérieur de l'ostéon sont notés r_i and r_o respectivement. La hauteur de l'ostéon est notée h . En prenant en compte l'axe de symétrie, le problème ne dépend que des coordonnées radiale r et longitudinale z . La base locale orthonormée directe associée aux coordonnées cylindriques est définie par $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{z})$.

2.2 Équations du problème

L'ostéon est considéré comme un matériau poreux déformable saturé par un fluide visqueux. La théorie de la poroélasticité initiée par Biot (1955) est utilisée pour décrire le comportement mécanique de l'ostéon.

Équation de la poroélasticité Pour une large variété d'activités physiologiques excluant les chocs, seules les faibles fréquences de chargement sont à considérer. Ainsi, dans la modélisation, les termes d'inertie peuvent être négligés dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement. Il en est de même pour les forces volumiques.

Le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ est supposé être linéairement relié au tenseur des petites déformations du squelette $\boldsymbol{\epsilon}$ de la phase solide et à la pression du fluide p . En substituant cette relation dans l'équation de la loi de conservation de la quantité de mouvement, on obtient la relation :

$$\operatorname{div}(\mathbb{C} \boldsymbol{\epsilon}) = \alpha \operatorname{grad} p. \quad (1)$$

Dans cette relation, \mathbb{C} est le tenseur du quatrième ordre de rigidité dans le cas drainé, α est le tenseur du second ordre des coefficients des contraintes effectives de Biot. Ces deux tenseurs sont supposés être isotropes transverses (autour de \mathbf{z}) avec les mêmes directions principales. Le tenseur \mathbb{C} est défini à partir de cinq coefficients indépendants : le module d'Young longitudinal E_z , le coefficient de Poisson longitudinal ν_z , le module d'Young transverse E_r , le coefficient de Poisson transverse ν_r et le module de cisaillement transverse G_z . Le tenseur α est exprimé à l'aide de deux coefficients indépendants α_r et α_z respectivement dans le plan d'isotropie $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta)$ et le long de l'axe de symétrie \mathbf{z} . En outre, grad et div sont respectivement les opérateurs gradient et divergence.

La pression p est supposée dépendre linéairement de la variation de fluide contenue par unité de volume ξ (variable sans dimension) dans un volume donné et du tenseur des petites déformations $\boldsymbol{\epsilon}$. En combinant la loi de conservation de la masse de fluide, la loi de Darcy et

la loi de comportement en pression, on obtient la relation :

$$\frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial t} - \operatorname{div}(K \operatorname{grad} p) = -\frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{Tra}(\alpha \epsilon)). \quad (2)$$

Dans cette dernière relation, M est le module de Biot, K est la perméabilité définie par le rapport entre la perméabilité intrinsèque κ et la viscosité dynamique du fluide interstitiel μ . Le temps est noté t . L'opérateur trace est noté Tra et la dérivée partielle par rapport au temps est désignée par $\partial \square / \partial t$.

Le tenseur des petites déformations du squelette ϵ est relié au champ de déplacements \mathbf{u} de la matrice poreuse par la relation :

$$\epsilon = \frac{1}{2} (\operatorname{grad} \mathbf{u} + (\operatorname{grad} \mathbf{u})^T), \quad (3)$$

où \square^T désigne l'opérateur transposé.

2.3 Conditions aux limites et initiales

Conditions aux limites La pression dans le canal haversien est utilisée comme pression de référence. Considérant que de faibles fréquences de chargements, ce canal est assez grand au regard de la taille des pores du milieu poreux pour jouer le rôle d'un réservoir. Ces dimensions permettent au fluide de se relaxer, c'est-à-dire que la pression dans ce canal peut être supposée constante. Les bases du cylindre creux sont supposées imperméables. Les conditions aux limites à prendre en compte sur ces frontières sont données par les relations :

$$\begin{cases} p = 0, & \forall r = r_i; \\ \operatorname{grad} p \cdot \mathbf{z} = 0, & \forall z = 0; \quad \operatorname{grad} p \cdot \mathbf{z} = 0, & \forall z = h. \end{cases} \quad (4)$$

Sur la surface latérale extérieure de l'ostéon sont étudiées deux types de situations.

Cas 1 : Cette surface, appelée ligne cémentante, est supposée imperméable. Donc, il n'y a pas d'écoulement macroscopique de fluide à travers cette dernière. Dans la suite du texte, ce cas est qualifié d'ostéon sain. Pour cette situation les conditions sont données par la relation :

$$\operatorname{grad} p \cdot \mathbf{e}_r = 0, \quad \forall r = r_o. \quad (5)$$

Cas 2 : Cette surface est supposée perméable. Elle permet donc l'écoulement du fluide. Ce cas permet de rendre compte de la présence de micro-fissures sur la surface cémentante. En effet, il a été observé que des micro-fissures peuvent fusionner et s'aligner pour générer des fissures débouchantes de part et d'autre de la surface cémentante. Cette situation peut se traduire par une perméabilité localement accrue (Ager III *et al.* (2006); Yeni et Norman (2000)). Nous proposons dans ce travail de modéliser cette situation en considérant que la surface cémentante est perméable en plusieurs hauteurs données. La taille de chaque fente est de l'ordre $h/50$. On considère ainsi que ces fissures débouchent directement à la pression atmosphérique extérieure p_e . Dans la suite du texte, ce cas est qualifié d'ostéon fissuré. Pour cette situation, les conditions sont données par la relation :

$$\begin{cases} \text{si } z = h/6 \text{ ou } z = h/2 \text{ ou } z = 5h/6 : p = p_e & \forall r = r_o; \\ \text{sinon } \operatorname{grad} p \cdot \mathbf{e}_r = 0 & \forall r = r_o. \end{cases} \quad (6)$$

Les contraintes sur la surface du canal haversien sont supposées être comparables aux contraintes induites par la pression du fluide dans le canal. Cela conduit aux conditions aux limites suivantes :

$$\boldsymbol{\sigma} \mathbf{e}_r = \mathbf{0}, \quad \forall r = r_i. \quad (7)$$

Sur la surface latérale extérieure en $r = r_o$, le déplacement radial est contraint à être nul. Un chargement cyclique dans la direction longitudinale est appliqué. Ce dernier résulte d'un déplacement longitudinal maximal d'intensité $h\epsilon_0$ à une fréquence donnée f , où ϵ_0 est l'amplitude de la déformation longitudinale. Cette dernière condition est imposée *via* le déplacement longitudinal sur la base $z = h$. De plus, le déplacement est contraint à être nul sur la base $z = 0$. Ces conditions sont données par les relations :

$$\begin{cases} \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_r = 0, & \forall r = r_o; \\ \mathbf{u} \cdot \mathbf{z} = 0, & \forall z = 0; \end{cases} \quad \mathbf{u} \cdot \mathbf{z} = -\epsilon_0 h \sin ft, \quad \forall z = h. \quad (8)$$

Conditions initiales Le milieu poroélastique est supposé être au repos pour les instants $t < 0$.

3 Résultats et discussion

3.1 Résultats

Dans cette section, nous présentons les résultats de simulations numériques effectuées à l'aide d'une méthode aux éléments finis s'appuyant sur le logiciel COMSOL Multiphysics et décrite dans une étude précédente (Rémond *et al.* (2007)). La validation de ce modèle est d'ailleurs fournie dans cette référence. Les propriétés matérielles utilisées pour l'obtention des résultats sont résumées dans le tableau 1.

E_r	17 GPa	E_z	12 GPa
ν_r	0.3	ν_z	0.3
G_z	9 GPa		
M	0.3		
α_r	0.15	α_z	0.15
κ	10^{-20} m	μ	10^{-3} Pa.s

TAB. 1 –

La figure 1 présente les profils en pression et vitesse le long d'un rayon de l'ostéon à différentes hauteurs $z = h/6$ (figures 1a et 1b), $z = h/3$ (figures 1c et 1d) et $z = h/2$ (figures 1e et 1f) à l'instant où l'effet de compression est maximal. Le comportement en opposition de phase correspond à l'effet de traction maximal et se traduirait par des profils inversés. Pour chaque figure, quatre cas sont étudiés : i) l'ostéon est sain (trait continu), ii) il y a une fissure en $h/2$ (trait interrompu) ; iii) il y a deux fissures en $h/6$ et $5h/6$ ($\times \times \times$) ; iv) il y a trois fissures en $h/6$, $h/2$ et $5h/6$ ($++$).

3.2 Discussion

Dans le cas de l'ostéon sain (trait continu), les courbes en pression (figures 1a, 1c et 1e) croissent de la valeur de référence jusqu'à atteindre une valeur maximale à la ligne cimentante. *A contrario*, la vitesse (figures 1b, 1d et 1f) décroît jusqu'à être nulle à la ligne cimentante. L'apparition de fissures (autres traits) modifie les phénomènes. Dans le cas où l'on se situe à une cote où il n'y a pas de fissure, le comportement est similaire à celui de l'ostéon sain, mais de façon d'autant plus atténuée que le nombre de fissures est élevé. Dans le cas où l'on se situe en face d'une fissure, le profil de pression présente un maximum correspondant à une inversion du signe de la vitesse. Le fluide interstitiel est alors évacué non seulement du côté du canal haversien, mais aussi au travers de la fissure.

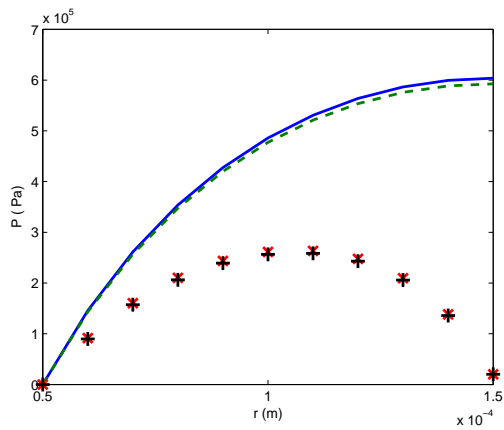


FIG. 1a –

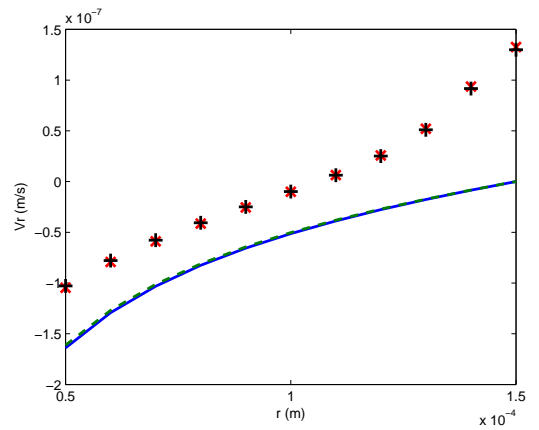


FIG. 1b –

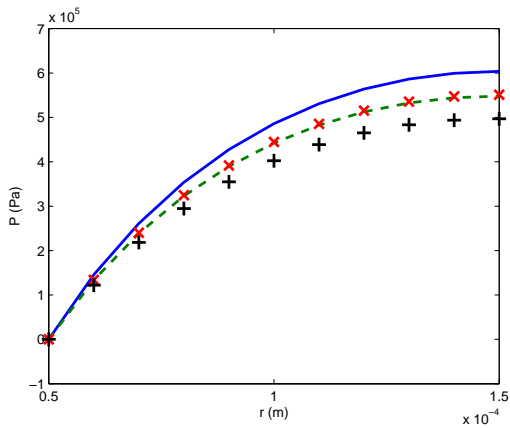


FIG. 1c –

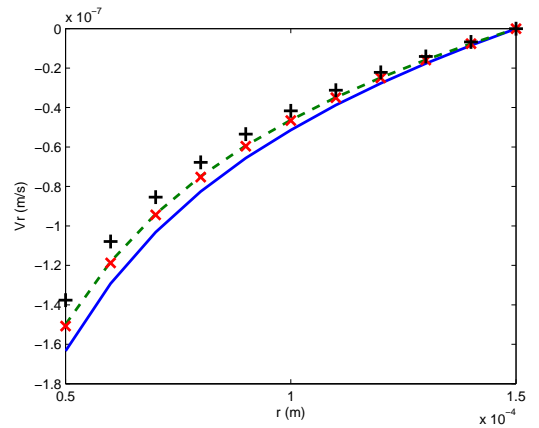


FIG. 1d –

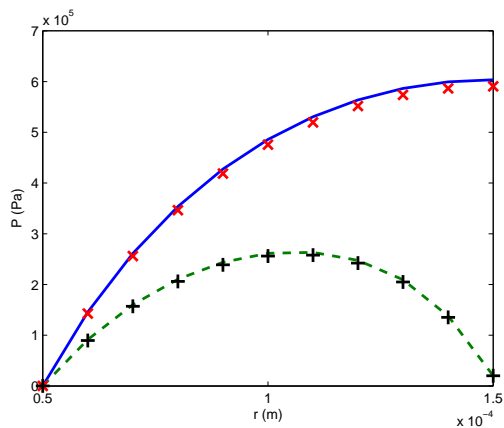


FIG. 1e –

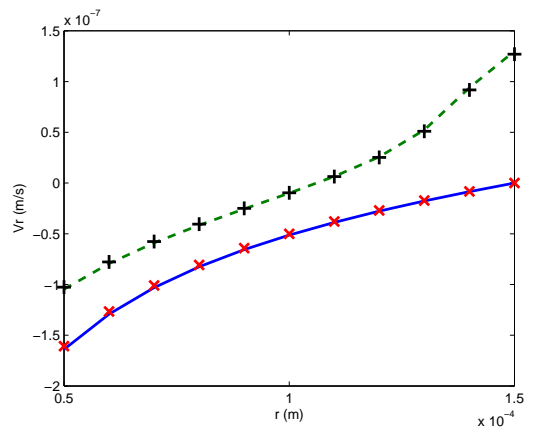


FIG. 1f –

FIG. 1 – Profils en pression et en vitesse le long d'un rayon de l'ostéon à différentes hauteurs : 1a) et 1b) $z = h/6$; 1c) et 1d) $z = h/3$; 1e) et 1f) $z = h/2$. Ostéon sain (trait continu) ; Ostéon pathologique avec : une fissure en $h/2$ (trait interrompu), deux fissures respectivement en $z = h/6$ et $z = 5h/6$ ($\times \times \times$), trois fissures respectivement en $z = h/6$, $z = h/2$ et $z = 5h/6$ ($+++$).

D'autre part, la répartition des fissures étant effectuée de manière symétrique par rapport à la demi-hauteur de l'ostéon, nous pouvons signaler que les phénomènes observés à la côte

$z = 2h/3$, respectivement à la côte $z = 5h/6$, sont similaires à ceux observés à la cote $z = h/3$, respectivement à la côte $5h/6$.

Le phénomène de fissuration est connu comme étant un des *stimuli* du remodelage osseux (Sédel *et al.* (2000)). Par ailleurs Burger *et al.* (2003) suggèrent que les signaux de la mécanotransduction du remodelage osseux seraient corrélés à l'écoulement du fluide interstitiel, les cellules ostéocytaires prises dans les micropores étant sensibles au cisaillement généré ce dernier. D'autre part, Nagatomi *et al.* (2003) signalent que la pression elle-même influence la réponse ostéocytaire. A la lumière des simulations proposées dans ce travail, le phénomène de fissuration est directement mis en corrélation avec ces paramètres, et les changements des signaux de la mécanotransduction peuvent être suivis.

4 Conclusions

Cette étude qui s'appuie sur une modélisation poromécanique de l'ostéon nous a permis de suivre les bouleversements quant à l'écoulement du fluide interstitiel suite à l'apparition de fissures. L'utilisation de ce modèle montre clairement par ses résultats que les changements des signaux de la mécanotransduction comme la pression du fluide interstitiel et le cisaillement ressenti par les cellules osseuses sont corrélés localement dans l'ostéon à l'existence de fissures au niveau de la ligne cémentante. Une telle approche peut donc être utilisée pour appréhender de manière quantitative le problème de la mécanotransduction du remodelage osseux.

Références

- Ager III, J. W., Balooch, G. and Ritchie, R. O. 2006 Fracture, aging, and disease in bone. *J. Mater. Res.* **21** 1878-1892
- Biot, M. A. 1955 Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid. *J. Appl. Phys.* **26**(2) 182-185
- Burger, E. H., Klein-Nulend, J. and Smit, T. H. 2003 Strain-derived canalicular fluid flow regulates osteoclast activity in a remodelling osteon—a proposal. *J. Biomech.* **36** 1453-1459
- Nagatomi, J., Arulanandam, B. P., Metzger, D. W., Meunier, A., and Bizios, R. 2002 Effects of cyclic pressure on bone marrow cell cultures. *J. Biomech. Eng.* **124** 308-314
- Rémond, A., Naili, S., and Lemaire, T. 2007 Interstitial fluid flow in the osteon with spatial gradients of mechanical properties : a finite element study. *Biomechan. Model. Mechanobiol.* in press
- Sédel, L., Bizot, P., Cohen-Solal, M., Mayou-Benhamou, F., Meunier, A. et Petite, H. 2000 Réponses cellulaires aux contraintes mécaniques. *Rev. Chir. Orthop. Rép. App. Mot.* **86** 209-223
- Yeni, Y. N. and Norman, T. L. 2000 Calculation of porosity and osteonal cement line effects on the effective fracture toughness of cortical bone in longitudinal crack growth. *J. Biomed. Mater. Res.* **51** 504-509