



Nouvel algorithme pour assurer une prise 2D de type Force-Closure

Belkacem Bounab, Daniel Sidrobe, Abdelouhab Zaatri

► To cite this version:

Belkacem Bounab, Daniel Sidrobe, Abdelouhab Zaatri. Nouvel algorithme pour assurer une prise 2D de type Force-Closure. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. ⟨hal-03360148⟩

HAL Id: hal-03360148

<https://hal.science/hal-03360148v1>

Submitted on 30 Sep 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Nouvel Algorithme pour Assurer une Prise 2D de type Force-Closure

BOUNAB Belkacem^{* **}, SIDOBRE Daniel^{** †}, ZAATRI Abdelouhab^{***}

^{*} Laboratoire Mécanique des Structures, EMP, Alger, Algérie

^{**} LAAS-CNRS, Toulouse, France

[†] Université Paul Sabatier, Toulouse, France

^{***} Laboratoire des Technologies Avancées, Université Mentouri, Constantine, Algérie

bbounab@laas.fr

Résumé :

Nous présentons dans cet article une nouvelle approche pour le calcul des prises dites de types force-closure pour les objets bidimensionnels (2D). Cela concerne les mains artificielles munies de doigts rigides. Le contact avec l'objet est modélisé en considérant le frottement de Coulomb. Une nouvelle condition nécessaire et suffisante d'équilibre et de force-closure pour les prises d'objets 2D est alors proposée. Elle est basée sur la distribution des axes centraux des torseurs des forces de contact dans le plan de la prise. Ainsi, un algorithme pour tester la force-closure des prises 2D est développé. Cet algorithme nécessite peu de calcul géométrique. Sa validité est démontrée par des exemples.

Abstract:

In this paper, we develop a new algorithm for computing force-closure grasps of two-dimensional objects using multifingered hand. Assuming hard-finger point contact with Coulomb friction, we present a new condition for multi-finger to form force-closure grasps. Based on the central axis of contact wrenches, an easily computable algorithm for force-closure grasps has been implemented and its efficiency has been demonstrated by examples.

Mots-clefs : Force-Closure, Axe Central, Prises 2D,

1 Introduction

Pour les manipulateurs traditionnels, un déplacement fin de la charge nécessite des mouvements précis au niveau des liaisons. En raison de la taille des corps constituant la structure de ces manipulateurs, déplacer le bras entier est rarement un moyen efficace pour réaliser des mouvements précis de l'objet (Murray R., Li Z., Sastry S. 1994). La situation est analogue à une personne essayant d'écrire avec un crayon en déplaçant son bras entier. Les recherches se sont orientées vers la conception et la commande de mains artificielles afin d'augmenter la dextérité et l'adaptabilité des robots (Li J-W., Jin M-H. et Liu H. 2003).

Une propriété principale d'une prise stable est la *force-closure*. Elle est définie par la capacité d'équilibrer tout torseur extérieur par les forces des doigts appliquées sur l'objet aux points de contact. En d'autres termes, il suffit que les doigts puissent exercer sur l'objet des forces et des couples selon n'importe quelle direction (Yan-Bin Jia 2004).

La force-closure est une caractéristique essentielle de la saisie d'objets. Cependant, cette notion n'implique pas directement une méthode pour tester si une prise réalise une force-closure ou non (Sudsang A. et Phoka T. 2005). Quelques conditions nécessaires et suffisantes ont été formulées afin de dériver des tests. Une condition nécessaire et suffisante, très utilisée, est donnée par (Salisbury J.K. et Roth B. 1982), ce test est réalisé en vérifiant si l'origine est strictement à l'intérieur de l'enveloppe convexe des torseurs de contact. Ce test est la base des travaux de (D. Ding, Y-h Liu, et S. Wang 2001). Plus Récemment, (Li J-w., Jin M-H et Liu H. 2003) ont proposé une condition nécessaire et suffisante de force-closure pour des prises à trois doigts, cette condition s'inspire des travaux de (Ponce J. et Faverjon B. 1995). Leur approche commence par le traitement des cônes de frottement en utilisant une opération appelée la Disposition-H, puis, ils déterminent l'intersection entre les limites des trois cônes de frottement.

Le calcul de la force-closure est une étape indispensable pour la planification des prises. L'objet de notre travail est le développement d'un algorithme pour tester les prises force-closure

des objets 2D. Contrairement aux travaux précédents (Li J-w., Jin M-H et Liu H. 2003) et (Sudsang A. et Phoka T. 2005), l'approche développée dans cet article est indépendante du nombre de points de contact entre l'objet et la main artificielle. Cette caractéristique est obtenue grâce à l'exploitation des propriétés mécaniques du torseur de la prise.

Le reste de l'article est organisé comme suit : dans la section 2, nous présentons la notion d'axe central du torseur des forces de contact et la relation entre cet axe et la condition de force-closure dans le plan de la prise. Dans la section 3, nous proposons une nouvelle condition de force-closure des prises 2D. Un nouvel algorithme est alors présenté. Dans la section 4, nous présentons quelques exemples de prises multi-doigts.

2 Torseur de la Prise et son Axe Central

Selon le modèle de frottement de Coulomb, une force de contact est contrainte à se situer à l'intérieur d'un cône de frottement centré autour de la normale interne à la surface de l'objet au point de contact.

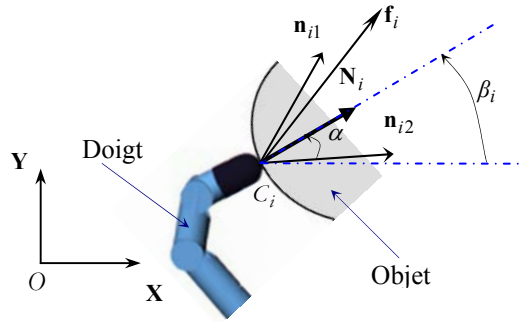


FIG. 1 – Cône de frottement et contact entre l'objet et l'un des doigts

La figure 1 montre un cône de frottement au point de contact C_i qui est limité par les vecteurs \mathbf{n}_{i1} et \mathbf{n}_{i2} . Une force de contact \mathbf{f}_i est une combinaison positive de ces deux vecteurs. Dans le cas 2D, elle est exprimée comme suit :

$$\mathbf{f}_i = a_{i1} \mathbf{n}_{i1} + a_{i2} \mathbf{n}_{i2} \quad i = 1, \dots, m \quad (1)$$

Avec $a_{i1} \geq 0, a_{i2} \geq 0$ afin d'éviter le glissement des doigts sur la surface de l'objet. m est le nombre de points de contact. Si \mathbf{N}_i est la normale à la surface de l'objet au point de contact C_i et α est l'angle de frottement qui dépend des matériaux en contact (doigt-objet), nous avons :

$$\beta_i = \text{Atan} 2(\mathbf{N}_i \cdot \mathbf{Y}, \mathbf{N}_i \cdot \mathbf{X}) \quad \text{et} \quad \mathbf{n}_{i1} = \begin{pmatrix} \cos(\beta_i + \alpha) \\ \sin(\beta_i + \alpha) \end{pmatrix}; \quad \mathbf{n}_{i2} = \begin{pmatrix} \cos(\beta_i - \alpha) \\ \sin(\beta_i - \alpha) \end{pmatrix} \quad (2)$$

Le torseur des forces de contact \mathbf{f}_i réduit au point O est défini comme suit :

$$\mathbf{w}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_i \\ \mathbf{OC}_i \times \mathbf{f}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{i1} \mathbf{n}_{i1} + a_{i2} \mathbf{n}_{i2} \\ \mathbf{OC}_i \times (a_{i1} \mathbf{n}_{i1} + a_{i2} \mathbf{n}_{i2}) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Le torseur extérieur appliqué par la main robotisée sur l'objet est donné par :

$$\mathbf{W}_{c/o} = \sum_{i=1}^m \mathbf{w}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_c \\ \boldsymbol{\tau}_{c/o} \end{bmatrix} \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} \mathbf{F}_c = \sum_{i=1}^m \mathbf{f}_i = \sum_{i=1}^m (a_{i1} \mathbf{n}_{i1} + a_{i2} \mathbf{n}_{i2}) \\ \boldsymbol{\tau}_{c/o} = \sum_{i=1}^m (\mathbf{OC}_i \times (a_{i1} \mathbf{n}_{i1} + a_{i2} \mathbf{n}_{i2})) \end{cases} \quad (4)$$

Dans le cas des prises bidimensionnelles, nous pouvons écrire :

$$\mathbf{F}_c = (F_{cx}, F_{cy}, 0)^T \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\tau}_{c/o} = (0, 0, \tau_{z/o})^T \quad (5)$$

Avec

$$F_{cx} = \mathbf{X} \cdot \sum_{i=1}^m (a_{i1} \mathbf{n}_{i1} + a_{i2} \mathbf{n}_{i2}); \quad F_{cy} = \mathbf{Y} \cdot \sum_{i=1}^m (a_{i1} \mathbf{n}_{i1} + a_{i2} \mathbf{n}_{i2}); \quad \tau_{z/o} = \mathbf{Z} \cdot \sum_{i=1}^m (\mathbf{OC}_i \wedge (a_{i1} \mathbf{n}_{i1} + a_{i2} \mathbf{n}_{i2})) \quad (6)$$

Le théorème de Poinot (Murray R., Li Z., Sastry S. 1994) s'énonce : "un ensemble de torseurs appliqués sur un corps rigide est équivalent à une force appliquée le long d'un axe fixe (axe central) et d'un couple autour du même axe". En utilisant ce théorème, les points de l'axe central Δ_C du torseur de contact sont donnés par :

$$\Delta_C = \begin{cases} \frac{\mathbf{F}_c \times \boldsymbol{\tau}_{c/o}}{\mathbf{F}_c^2} + \lambda \mathbf{F}_c & \text{si } \mathbf{F}_c \neq \mathbf{0} \\ \lambda \boldsymbol{\tau}_{c/o} & \text{si } \mathbf{F}_c = \mathbf{0} \end{cases} : (\lambda \in \mathbb{R}) \quad (7)$$

Si $\mathbf{F}_c \neq \mathbf{0}$, l'axe central est une droite de direction \mathbf{F}_c passant par le point Q_0 tel que : $\mathbf{OQ}_0 = (\mathbf{F}_c \times \boldsymbol{\tau}_{c/o}) / \mathbf{F}_c^2$. Si $\mathbf{F}_c = \mathbf{0}$, l'axe est orienté selon la direction de $\boldsymbol{\tau}_{c/o}$ et passe par l'origine.

Dans le cas bidimensionnel et avec une résultante non nulle ($\mathbf{F}_c \neq \mathbf{0}$), le couple autour de l'axe central est nul. La résultante \mathbf{F}_c est invariable et parallèle à Δ_C . La droite centrale est donc caractérisée par l'équation suivante :

$$y = \left(\frac{F_{cy}}{F_{cx}} \right) \cdot x + \left(\frac{\tau_{z/o}}{F_{cx}} \right) \quad (8)$$

Nous présentons deux exemples de prises 2D dans le but d'illustrer la relation entre la distribution des axes centraux dans le plan de la prise et la notion de force-closure. En faisant varier les forces de contact \mathbf{f}_i d'une façon aléatoire à l'intérieur des cônes de frottement (en orientation et en amplitude), la FIG. 2 montre toutes les droites centrales des torseurs de la prise. Il n'y a aucun axe central qui passe par la région triangulaire grise. Dans cette région, les forces de contact ne peuvent pas générer un couple positif. Cette prise ne peut pas réaliser la force-closure.

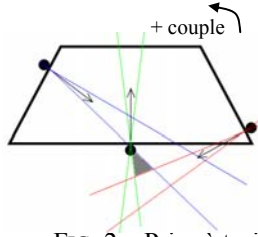


FIG. 2 – Prise à trois doigts, Pas de force-closure ($\alpha = 5^\circ$).

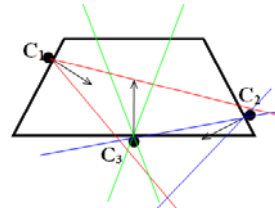
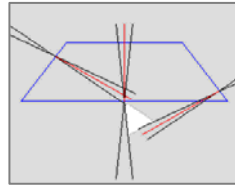
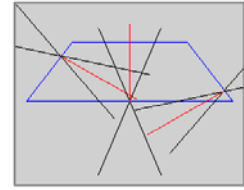


FIG. 3 – Prise à trois doigts réalisant une force-closure ($\alpha = 20^\circ$).



Nous démontrerons que lorsqu'une prise est force-closure, les axes centraux des torseurs de contact peuvent complètement balayer le plan (\mathbf{x}, \mathbf{y}) . Dans un deuxième exemple donné par la FIG. 3, si on augmente l'angle de frottement ($\alpha = 20^\circ$) du premier exemple FIG. 2 on peut garantir la force-closure.

Ces exemples montrent que la distribution des axes centraux peut confirmer si une prise est force-closure ou non (quel que soit le nombre de points de contact).

3 Conditions d'équilibre et de force-closure

Considérons le cas des prises 2D, en se basant sur le théorème de Poinot, nous pouvons poser la définition suivante.

Définition 1 : tout torseur extérieur appliqué par la main robotisée sur un objet est équivalent à une force exercée suivant l'axe central (le couple porté par cet axe est nul). Quand la résultante est nulle, ce torseur est un couple autour de la normale au plan de la prise.

Définition 2 : Une prise d'objet est dite force-closure si et seulement si n'importe quelle force et couple arbitraires peuvent être exercés sur l'objet par les doigts (Yan-Bin Jia 2004).

Définition 3 : On dit qu'une prise réalise l'équilibre quand il existe des forces dans les cônes de frottement tels que la somme des torseurs est nulle (Sudsang A., Phoka T. 2005).

3.1 Condition d'équilibre

Durant la saisie ou la manipulation d'objets, il existe deux torseurs extérieurs qui s'appliquent sur l'objet, le torseur de la tâche (appliquée par l'environnement) et le torseur de la prise (appliquée par les doigts de la main artificielle). En utilisant les définitions 1 et 3, la proposition 1 donne une nouvelle condition nécessaire et suffisante d'équilibre.

Proposition 1 : Une prise bidimensionnelle à plusieurs doigts rigides est dite en équilibre si et seulement si l'axe central de la prise et l'axe central de la tâche ont le même support et de directions opposées.

Démonstration:

i) *condition suffisante* :

Le torseur extérieur de la prise est donné par l'équation (4) et le torseur de la tâche est donné par :

$$\mathbf{W}_{t/o} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_t \\ \boldsymbol{\tau}_{t/o} \end{bmatrix} \quad (9)$$

L'objet est en équilibre si :

$$\mathbf{W}_{c/o} + \mathbf{W}_{t/o} = \{\mathbf{0}\} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{F}_c = -\mathbf{F}_t \\ \boldsymbol{\tau}_{c/o} = -\boldsymbol{\tau}_{t/o} \end{cases} \quad (10)$$

D'après la relation (7), l'axe central du torseur de la prise est défini par :

$$\mathbf{OP}_c = \frac{\mathbf{F}_c \times \boldsymbol{\tau}_{c/o}}{\mathbf{F}_c^2} + \lambda_c \mathbf{F}_c \quad (\lambda_c \in \mathbb{R}) \quad (11)$$

Remplaçons (10) en (11), on a :

$$\mathbf{OP}_c = \frac{\mathbf{F}_t \times \boldsymbol{\tau}_{t/o}}{\mathbf{F}_t^2} + \lambda_t \mathbf{F}_t \quad (\lambda_t = -\lambda_c \in \mathbb{R}) \quad (12)$$

Cette relation (12) caractérise l'axe central du torseur tâche qui est défini par les points \mathbf{OP}_t .

Dans le cas $\mathbf{F}_t = \mathbf{0}$, les points P_c sont donnés comme suit :

$$\mathbf{OP}_c = \lambda_c \boldsymbol{\tau}_{c/o} = \lambda_t \boldsymbol{\tau}_{t/o} \quad (\lambda_t = -\lambda_c \in \mathbb{R}) \quad (13)$$

Dans les deux cas, relations (12) et (13), les deux torseurs (prise et tâche) devraient avoir la même droite centrale avec des directions opposées. ■

ii) *Condition nécessaire* :

Maintenant, si nous considérons deux torseurs réduits au même point O et ayant la même droite centrale avec des directions opposées, Nous retrouvons les deux cas suivant :

a) $\mathbf{F}_t = \mathbf{0}$, l'axe central du torseur de la tâche est défini par le vecteur unitaire : $\mathbf{U}_t = \frac{\boldsymbol{\tau}_{t/o}}{\|\boldsymbol{\tau}_{t/o}\|}$

Si les deux torseurs ont la même droite centrale avec la direction opposée, l'axe central de la prise est défini comme suit:

$$\mathbf{U}_c = -\mathbf{U}_t = \frac{\boldsymbol{\tau}_{c/o}}{\|\boldsymbol{\tau}_{c/o}\|}$$

Nous concluons que :

$$\text{Sgn}(\boldsymbol{\tau}_{c/o} \cdot \mathbf{U}_c) \text{Sgn}(\boldsymbol{\tau}_{t/o} \cdot \mathbf{U}_c) < 0 \quad (14)$$

Sgn est la fonction signe.

b) $\mathbf{F}_t \neq \mathbf{0}$, avoir la même droite centrale avec des directions opposées implique :

$$\text{Sgn}(\mathbf{F}_c \cdot \mathbf{U}_c) \text{Sgn}(\mathbf{F}_t \cdot \mathbf{U}_c) < 0 \quad (15)$$

où \mathbf{U}_c et \mathbf{U}_t sont les vecteurs unités des deux axes centraux. Nous avons :

$$\mathbf{U}_c = \frac{\mathbf{F}_c}{\|\mathbf{F}_c\|} \quad \mathbf{U}_t = \frac{\mathbf{F}_t}{\|\mathbf{F}_t\|}$$

En utilisant l'hypothèse qu'il y a une seule droite centrale (7), nous avons :

$$\frac{\mathbf{F}_c \times \boldsymbol{\tau}_{c/o}}{\mathbf{F}_c^2} = \frac{\mathbf{F}_t \times \boldsymbol{\tau}_{t/o}}{\mathbf{F}_t^2} \quad (16)$$

En remplaçant $\mathbf{F}_c = \|\mathbf{F}_c\| \mathbf{U}_c$; $\mathbf{F}_t = -\|\mathbf{F}_t\| \mathbf{U}_c$ dans la relation (16) nous obtenons

$$\left(\frac{\boldsymbol{\tau}_{c/o}}{\|\mathbf{F}_c\|} + \frac{\boldsymbol{\tau}_{t/o}}{\|\mathbf{F}_t\|} \right) = \lambda \cdot \mathbf{U}_c : \quad (\lambda \in \Re) \quad (17)$$

Dans le cas 2D, l'équation (17) n'a de solutions que si $\lambda = 0$. Alors, les deux moments ont des signes opposés :

$$\text{Sgn}(\boldsymbol{\tau}_{c/o} \cdot \mathbf{Z}) \text{Sgn}(\boldsymbol{\tau}_{t/o} \cdot \mathbf{Z}) < 0 \quad (18)$$

Les relations (14, 15 et 18) impliquent que les forces de contact peuvent générer des torseurs qui s'opposent aux torseurs de la tâche. Ainsi, la prise peut réaliser l'équilibre. ■

3.2 Condition de force-closure

En utilisant la définition 2, nous pouvons dériver cette définition :

Définition 4 : Une prise réalise la force-closure, si et seulement si elle est en équilibre quel que soit le torseur de la tâche (Bicchi A., Kumar V. 2000, Nguyen, V.D. 1988).

Utilisant cette dernière définition et la proposition 1, nous proposons une nouvelle condition nécessaire et suffisante de force-closure.

Proposition 2 : une prise multi doigts d'objet 2D est dite en force-closure si et seulement si l'axe central des torseurs de la prise génère le plan dans toutes les directions.

3.3 Algorithme de force-closure des prises 2D

L'axe central balaie le plan dans toutes les directions si et seulement si :

$$\forall (k_1, k_2) \in \Re^2, \exists \Delta_c \text{ Tel que } y = k_1 \cdot x + k_2, \text{ avec } k_1 = F_{cy}/F_{cx} ; \quad k_2 = \tau_{z/o}/F_{cx}$$

Afin de tester le signe du moment dans tout le plan, nous examinons cette condition en tous points d'intersection des limites des cônes de frottement (appelés B_k). Par conséquent, on dit qu'une prise multi-doigts réalise la force-closure si toutes les inégalités suivantes sont vraies :

$$\left| \mathbf{X} \cdot \sum_{i=1}^m (\mathbf{n}_{i1} + \mathbf{n}_{i2}) \right| < \sum_{i=1}^m (|\mathbf{X} \cdot \mathbf{n}_{i1}| + |\mathbf{X} \cdot \mathbf{n}_{i2}|) \quad (19-1)$$

$$\left| \mathbf{Y} \cdot \sum_{i=1}^m (\mathbf{n}_{i1} + \mathbf{n}_{i2}) \right| < \sum_{i=1}^m (|\mathbf{Y} \cdot \mathbf{n}_{i1}| + |\mathbf{Y} \cdot \mathbf{n}_{i2}|) \quad (19-2)$$

$$\left| \sum_{i=1}^m \mathbf{Z} \cdot (\mathbf{B}_k \mathbf{C}_i \wedge (\mathbf{n}_{i1} + \mathbf{n}_{i2})) \right| < \sum_{i=1}^m (|\mathbf{Z} \cdot (\mathbf{B}_k \mathbf{C}_i \wedge \mathbf{n}_{i1})| + |\mathbf{Z} \cdot (\mathbf{B}_k \mathbf{C}_i \wedge \mathbf{n}_{i2})|) \quad (19-3)$$

Avec $N_{B_k} = 4 \cdot \sum_{k=1}^{m-1} (m-k)$ le nombre de points d'intersection des limites des cônes de frottement.

Les deux inégalités (19-1) et (19-2) vérifient la capacité des doigts à produire des forces respectivement selon les directions $(+\mathbf{X}, -\mathbf{X})$ et $(+\mathbf{Y}, -\mathbf{Y})$. Si l'inégalité (19-3) est vraie (pour $k=1 \dots N_{B_k}$), les doigts peuvent exercer des couples sur l'objet autour de l'axe vertical \mathbf{Z} dans les deux directions.

4 Exemples

Dans cette section, nous exposons quelques exemples de prises à trois, à quatre et à cinq doigts ainsi que la distribution des axes centraux du torseur des forces de contact dans le plan.

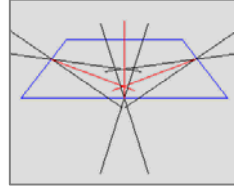
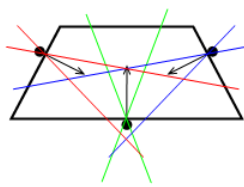


FIG. 4 – Prise à trois doigts réalise la force-closure ($\alpha = 15^\circ$).

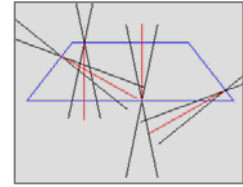
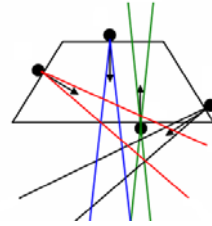


FIG. 5 – Prise à quatre doigts réalise la force-closure ($\alpha = 10^\circ$).

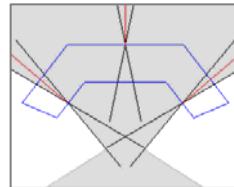
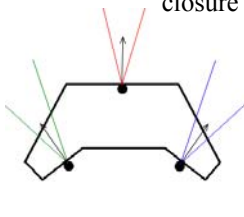


FIG. 6 – Prise à trois doigts, pas de force-closure ($\alpha = 10^\circ$).

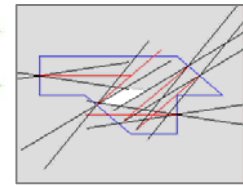
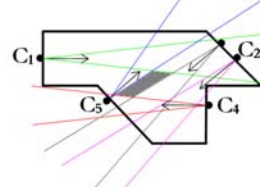


FIG. 7 – Prise à cinq doigts, pas de force-closure ($\alpha = 10^\circ$).

Si une saisie est en force-closure, l'axe central du torseur des forces de contact balaie entièrement le plan de la prise, cas des figures FIG. 4 et FIG. 5. Dans les cas contraires, on remarque l'existence de zones non atteintes par l'axe central, cas des figures FIG. 6 et FIG. 7.

5 Conclusion

Nous avons proposé une nouvelle condition nécessaire et suffisante d'équilibre et de force-closure pour les prises à plusieurs doigts d'objets 2D. Un algorithme géométrique de calcul de la force-closure, qui peut être implémenté en temps réel, a été développé. Nos futurs travaux seront orientés vers l'extension de cet algorithme pour les prises en 3D ainsi que la mesure de qualité des prises.

Références

- Bicchi A., Kumar V. (2000). Robotic grasping and Contact: A review. In *Proc. IEEE ICRA*, pp. 348–352.
- Ding D., Liu Y-H, and S. Wang (2001). Computation of 3-d form-closure grasps. In *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 515-522.
- Li J-W., Jin M-H., Liu H. (2003). A New Algorithm for Three-finger Force-Closure Grasp of Polygonal Objects. In *International Conference on Robotics & Automation*. IEEE Proceeding, 1800-1804.
- Murray R., Li Z., Sastry S. (1994). *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*, Boca Raton, FL: CRC press.
- Ponce J. and Faverjon B.. (1995). On computing three-finger force-closure grasps of polygonal objects. In *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 868-881.
- Salisbury J.K. and Roth B. (1982) Kinematic and force analysis of articulated hands. In *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, 105, 33-41.
- Sudsang A., Phoka T. (2005). Geometric Reformulation of 3-Fingred Force-Closure Condition. In *International Conference on Robotics & Automation*. IEEE Proceeding, 2338-2343.
- Yan-Bin Jia (2004). Computation on Parametric Curves with an Application in Grasping. In *the International Journal of Robotics Research*, vol. 23, No. 7-8, 825-855.