



**HAL**  
open science

# Questionnement curriculaire à la lumière de la théorie des situations didactiques : quels apports ? quels outils ?

Magali Hersant

## ► To cite this version:

Magali Hersant. Questionnement curriculaire à la lumière de la théorie des situations didactiques : quels apports ? quels outils ?. Chaachoua, H., Bessot, A. et al. Nouvelles perspectives en didactique : le point de vue de l'élève, questions curriculaire, grandeur et mesure, Volume 1, La Pensée Sauvage, pp.113 - 140, 2021. hal-03325441

**HAL Id: hal-03325441**

**<https://hal.science/hal-03325441>**

Submitted on 9 May 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## QUESTIONNEMENT CURRICULAIRE À LA LUMIÈRE DE LA THÉORIE DES SITUATIONS DIDACTIQUES : QUELS APPORTS ? QUELS OUTILS ?

Magali Hersant\*

### RÉSUMÉ

Dans ce cours, j'adopte un point de vue curriculaire sur les recherches menées avec le cadre de la théorie des situations didactique (TSD) depuis son origine, à partir de l'identification de trois dynamiques de critique de curriculum, production d'outils pour les analyser et propositions pour les faire évoluer au cours du développement du cadre, en lien avec l'évolution des problématiques de recherche. Pour chacune de ces dynamiques, j'explicite la dimension curriculaire des questions traitées et des résultats obtenus ; je situe ces recherches comme relevant de la micro et de la macro didactique. Cette étude me permet de dresser dans la dernière partie du cours des perspectives de recherche curriculaires avec la TSD.

Mots clefs : curriculum, milieu, contrat didactique, macro-didactique, répertoire

### ABSTRACT

In this course, I adopt a curricular point of view on the research carried out with the framework of the theory of didactic situations (TSD) since its origin. To do that, I identify three dynamics of curriculum criticism, production of tools to analyze them and the proposals to make them evolve during the development of the framework, in connection with the evolution of research issues. For each of these dynamics, I explain the curricular dimension of the issues addressed and the results obtained. I place this research as a micro-didactic and a macro-didactic research. This study allows me to draw up in the last part of the chapter some perspectives of curricular research with TSD.

Key words: curriculum, milieu, didactical contract, macro-didactic, representation register

### INTRODUCTION

La thématique 2 propose d'envisager les aspects curriculaires en didactique des mathématiques à partir de plusieurs questions. La commande qui m'a été passée était de mettre au travail certaines d'entre-elles à l'aune de la théorie des situations didactiques (TSD dans la suite du texte) (Brousseau, 1998). Cette commande m'a un peu surprise au début car la TSD se présente plus comme un cadre théorique économique que comme un cadre théorique écologique. En effet, le concept de situation, tel qu'il y ait développé, caractérise des conditions de *production* de connaissances et de savoirs et non les interactions entre les connaissances et les savoirs de différentes institutions. C'est probablement pourquoi la TSD n'évoque guère l'idée de curriculum.

Pourtant, les questions curriculaires sont partout denses dans la TSD depuis les premiers travaux de Brousseau. Elles apparaissent en lien avec différents problématiques et à différents moments du développement du cadre. D'abord, l'émergence de la TSD et la conception des *ingénieries de première génération* (Bessot, 2011) s'inscrivent dans une démarche critique par rapport aux curriculums existants. Pour autant, ces ingénieries constituent des curriculums non normatifs comme le précise Brousseau :

« Un processus didactique est une suite de situations didactiques relatives à une même connaissance (objet d'enseignement ou d'apprentissage) et telles que le bon déroulement de l'une exige le bon déroulement de toutes les précédentes. Cette définition convient à une description après coup. Lors de la conception d'un curriculum normatif on utilise d'autres termes (programme, progression ...). » (Brousseau, 2003a, p. 4)

Elles sont construites dans une visée phénoménoteknique et n'ont donc pas forcément vocation à être des curriculums pour les classes ordinaires, comme le mentionne Brousseau à propos de l'ingénierie sur les probabilités et les statistiques à l'école élémentaire (Brousseau, 2003a) :

« L'expérience ci-dessus ne doit pas être comprise comme un exemple de processus à suivre et à

---

\* Université de Nantes, INSPÉ, Centre de Recherche en Éducation de Nantes, CREN, EA 2661, F-44000 Nantes, France.

reproduire en situation scolaire. Il s'agissait de montrer un exemple de processus où l'enchaînement des situations rendait possible la restitution d'une chronogenèse correcte des notions fondamentales de la statistique inférentielle, même avec des enfants de l'école primaire. Nous avons montré que loin de devoir subordonner les statistiques à l'étude des probabilités il était possible d'inverser cet ordre, ou mieux de les développer ensemble dans une même dialectique. » (Brousseau, 2003a, p. 7)

Cependant, la question de la reproductibilité des situations (Artigue, 1986) se pose. Il s'agit alors, fondamentalement, de s'interroger sur le rôle de la TSD, et plus largement de la didactique des mathématiques, dans l'évolution des curriculums comme l'indique Artigue :

« le rôle de la recherche n'est pas seulement d'effectuer des constats sur l'enseignement existant (ndt : donc sur les curriculum prescrits et réels) mais aussi de constituer les outils permettant en un certain sens son optimisation. » (Artigue, 1986, p. 18).

Dans le prolongement de ce questionnement, la problématique de l'apport possible de la TSD aux curriculums réels conduira aux *ingénieries de seconde génération* (Perrin-Glorian, 2011). Par ailleurs, et entre-temps, les travaux sur les classes ordinaires ont permis, d'une part, de développer des outils pour étudier les curriculums réels et, d'autre part, de caractériser des phénomènes qui y sont associés. Ainsi, comme l'écrit Bessot (2011, p. 29) la TSD constitue « non seulement un cadre pour produire des situations nouvelles mais aussi et surtout un cadre théorique pour interroger et problématiser l'existant dans les systèmes didactiques ».

En somme, la TSD n'échappe pas à la tension, essentielle à mes yeux, du travail de tout didacticien (des mathématiques) : « sentir » les limites des curriculums prescrits et réels ; se doter d'outils pour analyser et comprendre les phénomènes didactiques qu'ils provoquent ou comportent ; explorer d'autres possibles, sans chercher à en faire des solutions clés-en-mains, tout en espérant que ces travaux permettront une évolution des curriculums.

Mettre au travail des questions curriculaires à la lumière de la TSD m'a donc conduit à faire une relecture de travaux inscrits dans le cadre de la TSD en cherchant à identifier les dynamiques de critique de curriculums, de production d'outils pour les analyser et de propositions pour les faire évoluer. J'ai identifié trois dynamiques de ce type ; je les développe en les resituant dans les problématiques de la recherche en didactique de l'époque. La première dynamique concerne la critique originelle des curriculums des années 60 et 70 que livre Brousseau dans sa thèse (1986) et son rôle dans la genèse des principaux concepts de la TSD, en lien avec les ingénieries de premières générations. Je l'expose dans la partie 2 de ce cours. La seconde dynamique se rapporte à la façon dont la TSD a été développée pour modéliser l'enseignant et analyser les curriculums réels dans les classes ordinaires : le développement des notions de milieu et de contrat didactique a permis de mettre à jour et de caractériser des phénomènes curriculaires à l'interface du micro et du macro-didactique susceptibles de nourrir le développement d'« ingénieries de seconde génération » (Perrin-Glorian, 2011). C'est l'objet de la partie 3. La dernière dynamique porte sur la critique des curriculums au niveau macro-didactique des rapports entre institutions. Elle amène à questionner les conditions de possibilité de diffusion des résultats des travaux didactiques et à pointer la nécessité de nouveaux outils pour mettre au travail des questions macro-didactiques. Je la présente dans la partie 4. Pour finir, j'esquisse quelques perspectives de recherches curriculaires pour la TSD.

### *1. Remarques méthodologiques*

Pour construire ce cours, je me suis appuyée sur des écrits de Brousseau, parmi les nombreux existants. J'ai considéré par défaut que la TSD outille la pensée de Brousseau dans tous ses textes, même lorsqu'il s'exprime sans mentionner aucun concept de la TSD comme c'est le cas dans le texte de 2003 sur micro et macro didactique. Par ailleurs, le champ des textes mobilisant la TSD est assez important et je ne prétends pas dans ce cours à l'exhaustivité dans mes lectures, ni à celle de l'approche des questions curriculaires par la TSD.

## 2. Remerciements

Je tiens à remercier ma collègue Marie David, sociologue au CENS, qui a pris le temps d'échanger avec moi sur micro et macroéconomie et sur *la* « sociologie des savoirs et des connaissances ».

### CRITIQUE DES CURRICULUMS DES ANNÉES 60 - 70 : GÉNÈSE DE LA TSD ET PREMIÈRES INGÉNIERIES DIDACTIQUES

La TSD, comme la didactique des mathématiques, émerge à la fin des années 60 dans un contexte de questionnement de l'enseignement des mathématiques, tant pour ce qui concerne les savoirs à enseigner que pour ce qui concerne la façon de les enseigner :

« La théorie des situations est née de la remise en question et de la critique d'un certain nombre de tendances et de tentatives d'influence sur l'enseignement des mathématiques » (Brousseau, 2004, p. 3).

La thèse de Brousseau (Brousseau, 1986) témoigne du rôle de cette critique des curriculums dans l'émergence de la TSD. En effet, le premier chapitre est intitulé « Problèmes de didactique centrés sur une notion mathématique : l'enseignement des décimaux ». Brousseau y expose « une analyse des curricula typiques des années 60 et 70 et de l'effet épistémologique de la réforme de 70 sur les conceptions des élèves et des maîtres relativement aux décimaux » (p. 37). L'étude prend appui sur trois manuels :

- « Arithmétique nouvelle au cours moyen » (R. Jolly) qui est un « ouvrage très répandu depuis 1936 et qui présente bien des pratiques stables ou courantes chez les maîtres de l'époque » selon Brousseau (1986, p. 39) ;
- « Le journal des mathématiques » de N. Picard qui a contribué à diffuser les idées de Dienes (ib, p. 53) ;
- « Itinéraire mathématique » (1976, Nathan) que Brousseau considère comme un « curriculum typique des années 70 » car ce manuel fut « probablement le plus répandu à la suite de la réforme des années 70 » (Brousseau, 1986, p. 60).

Elle est présentée, de façon assumée, « dans le langage et dans l'esprit qui étaient ceux des époques considérées, de façon à ménager au lecteur un accès familier à la fois à l'objet observé, aux phénomènes et aux débats, c'est-à-dire à la situation actuelle des problèmes abordés par la didactique des mathématiques » (Brousseau, 1996, p. 37). Cependant, comme le précise Brousseau « une telle analyse n'a été possible que par l'existence d'[un] travail expérimental (...) qui sera présenté dans la deuxième partie de cette étude », d'où « quelques termes ou quelques idées anachroniques » (Brousseau, 1986, p. 38). Il décrit les curriculums, analyse les choix caractéristiques qui y sont effectués et leurs conséquences.

Dans ce cours, afin de mettre en évidence les liens originaux entre TSD et critique des curriculums, je vais rendre compte de cette critique en distinguant plusieurs dimensions qui sous-tendent l'étude de Brousseau et me semblent correspondre à des principes essentiels de la TSD.

#### 1. Une critique épistémologique et pédagogique des curriculum prescrits

Dans l'étude critique du curriculum que livre Brousseau, je distingue d'abord une dimension épistémologique et une dimension que je qualifie pour l'instant de « pédagogique ».

J'ai retenu deux extraits de son analyse des curriculums des années 60 pour illustrer ce que je considère comme une critique épistémologique des curriculums. Ils me permettent de rappeler les principales limites que Brousseau identifie dans l'enseignement des décimaux à l'époque. D'abord, Brousseau pointe le fait que l'on enseigne la théorie des écritures et non celle des êtres mathématiques :

« Les fractions décimales :

Elles sont introduites, juste avant les fractions ordinaires comme une écriture nouvelle du décimal déjà étudié. Les 5 leçons qui leur sont consacrées consistent à reformuler les règles de calcul des décimaux en termes d'opérations sur les fractions. Il devient clair à cette occasion que c'est la théorie des écritures et non des êtres mathématiques qui est enseignée. Ainsi  $\frac{3}{10}$  est une fraction décimale

mais  $1/2$ ,  $2/5$ ,  $3/5$  etc... sont des « fractions ordinaires » ! » (Brousseau, 1986, p. 42).

Ensuite, il remarque que ce curriculum introduit le nombre décimal avec plusieurs caractères limitants du point de vue de son sens mathématique :

- « a) le décimal est toujours l'expression d'une « mesure » (au sens non mathématique) ;
- b) ces mesures s'effectuent dans le système métrique ;
- c) le décimal est défini en tant que nombre naturel muni d'une indication d'unité et d'une virgule qui repère le chiffre de cette unité ;
- d) les algorithmes de calcul sont présentés comme étant les mêmes que pour les naturels, complétés seulement d'une procédure relative à la virgule. » (Ibid., pp. 42-43).

Il en conclut que dans ce curriculum le produit de deux décimaux n'a pas de sens (Ibid., pp. 43-44).

Mais sa critique des curriculums comporte aussi une dimension que je qualifie de « pédagogique ». En particulier Brousseau dénonce une pédagogie basée sur le conditionnement des élèves (au sens de Skinner) :

« Séparation de ces apprentissages et leur cause :

La courte analyse qui précède met en évidence la conception qui prévaut à cette époque de l'apprentissage des savoir-faire, et principalement des algorithmes dans la construction des connaissances, conception qui, elle, joue un rôle dans la création et le fonctionnement des nombres décimaux.

Cet apprentissage est conçu en deux parties que l'on peut viser séparément :

- l'apprentissage de l'algorithme que les maîtres appellent « mécanisme » de l'opération, et
- celui du « sens » de ce mécanisme, c'est-à-dire la connaissance des occasions de l'« appliquer » :
- le premier relève des techniques d'apprentissage classique et, à la limite, du conditionnement ;
- l'autre ne peut s'apprendre, à travers la répétition des exemples et des applications dans des problèmes, que par la grâce de mystérieux transferts que l'élève « effectue si, et seulement si, il a une intelligence suffisante ».

Certains ouvrages font des tentatives pour ramener l'enseignement du sens à celui d'un mécanisme par d'habiles classifications des situations (...), par l'identification de démarches spéciales, voire par la recherche d'indices linguistiques de l'opération à effectuer (...).

Ces tentatives conduisent à rejeter certains problèmes, certaines formulations, et donc contribuent à modeler la conception dominante » (Ibid., pp. 49-50)

Cette analyse des curriculums l'amène à expliciter les enjeux de la didactique qui apparaît comme une synthèse de conditions épistémologiques et pédagogiques à respecter :

« Le problème principal de la didactique consistera à trouver des situations réellement spécifiques des différentes conceptions des décimaux et d'organiser à la fois ces situations et ces conceptions pour rendre possible une genèse artificielle des savoir-faire, des savoir-dire et des savoirs. » (Ibid., p. 49).

Ainsi, on perçoit dans cette critique la sensibilité de Brousseau à la distinction « mécanisme » / « sens » (pp. 49-50), à l'enseignement des algorithmes (p. 51 et suivantes), à l'organisation épistémologique choisie et à ses conséquences sur les « conceptions » que cela va générer chez les élèves, aux zones d'ombre laissées par le curriculum (par exemple : l'évaporation des unités dans l'enseignement des décimaux). On perçoit aussi que l'analyse épistémologique est pour lui une condition pour générer des situations spécifiques d'une connaissance.

Ces deux dimensions, épistémologique et pédagogique, sous-tendent aussi l'analyse du curriculum des années 70 où Brousseau critique le structuralisme qui privilégie les relations entre les objets mathématiques plutôt que leur nature et le pédagogisme du processus psychodynamique proposé par Dienes qui y est associé. Ainsi, par exemple, Brousseau indique :

« a) Un jeu structuré est un jeu dans lequel l'enfant agit selon des règles qui lui sont fournies soit formellement, soit par le contexte. La plupart du temps ces règles sont celles de la structure à découvrir (...) Bien que l'élève soit mis devant le problème d'atteindre un objectif dans le cadre de règles qui lui sont données, la situation didactique n'est généralement pas organisée comme un jeu ordinaire ni telle que le joueur ait plusieurs occasions d'essayer les diverses stratégies qu'il pourrait mettre en concurrence. Le terme « jeu » recouvre donc ici aussi bien des situations authentiquement ouvertes que des exercices très banals d'imitation et de reproduction de tâches. La situation mathématique est un cadre dans lequel s'insèrent des activités et non pas un moyen intellectuel qui commande le choix d'une stratégie optimale dans une situation-problème d'utilité familière.

## QUESTIONNEMENT CURRICULAIRE À LA LUMIÈRE DE LA TSD

Dans ces conditions, les motivations seront exogènes, ne mettant pas en rapport le contenu en tant que solution d'une situation reconnue intéressante. » (Brousseau, 1986, pp. 65-66)

« Le structuralisme, instrument fécond pour la recherche, devient dans l'enseignement, une magie trompeuse. En fait, les travaux de Dienes, s'ils ont bien installé le contenu au centre du débat d'enseignement, ne conduisent pas le didacticien à questionner les mathématiques pour y chercher, au-delà des structures, les concepts et au-delà des concepts, éventuellement les conceptions qui pourraient se forger chez un sujet dans des situations historiques ou didactiques particulières. L'analyse de ces conceptions, qu'il faudra que l'élève possède ou évite, est inséparable de celle de la famille des situations-spécifiques où elles prennent leur fonction et leur utilité. Toutes les deux sont inévitables dans toute entreprise qui prétendrait, à la fois fournir une théorie dotée de ses méthodes de confrontation (probablement spécifiques aussi) et de techniques didactiques continuellement contrôlables par les enseignants. » (Ibid., p. 71).

Ces extraits un peu longs me permettent d'illustrer l'interdépendance des dimensions épistémologique et pédagogique pour Brousseau. Il affirme en effet dans le même mouvement que les structures ne suffisent pas et que les spécificités des savoirs sont essentielles à prendre en compte. Ainsi, les « jeux » proposés par Dienes ne sont pas adéquats pour lui car ils ne sont ni spécifiques des savoirs, ni associés à une fonctionnalité de ces savoirs. Ce que Brousseau résumera de la façon suivante beaucoup plus tard :

« Dienes concevait ses leçons comme des jeux que le professeur pouvait considérer comme indépendants, avec un matériel déterminé, immuable et individuel. Dans ces jeux la structure mathématique était la consigne. Il fallait donc la comprendre pour jouer. Ce qui ne correspondait pas à ma théorie des jeux. Mais cette critique m'a amené à lui emprunter inconsciemment l'idée de passer de l'étude des leçons et des connaissances que l'élève en tire, à celle des situations liées à la connaissance en acquisition. » (Brousseau, 2004, p. 5).

Cette dernière citation résume bien, me semble-t-il, ce que l'idée de « situation » doit à l'étude critique des curriculums prescrits. En particulier, les notions de situation a-didactique, de milieu et de situation fondamentale qui sont des notions essentielles de la TSD ainsi que la distinction entre situation d'action, de formulation et de validation apparaissent comme des constructions qui permettent de répondre à ce que Brousseau considère comme des insuffisances des curriculums prescrits.

### *2. Une critique du contrat didactique dans le curriculum (réel) issu des travaux de Dienes*

Brousseau ne limite pas sa critique aux curriculums prescrits, il poursuit en s'intéressant aux curriculums réels que génère le processus psychodynamique de Dienes :

« L'interprétation que nous allons en donner n'est pas entièrement conforme aux écrits de l'auteur, elle est une tentative d'approche de celle que les enseignants ont pu lui donner dans le contexte des idées de l'époque. Elle correspond en tout cas à la plupart des exercices et des situations d'enseignement se référant à lui et que j'ai pu observer. » (Brousseau, 1986, p. 65)

Pour cela les dimensions épistémologiques et pédagogiques ne lui suffisent pas. En effet, il relève que, dans ces curriculums réels, les réponses des élèves ne sont pas des adaptations aux situations proposées mais des lectures des intentions du maître. Pour expliciter ce phénomène il a besoin de l'idée de contrat didactique :

« b) Dans l'étape des jeux isomorphes, le maître propose, successivement, à ses élèves plusieurs jeux réalisant la même structure. Ceux-ci, doivent reconnaître d'eux-mêmes entre ces jeux, les correspondances d'objet à objet, de relation à relation qui leur ont permis de transporter de l'une à l'autre de ces situations problèmes, comportements, propriétés et méthodes. Aux yeux du didacticien ces transferts sont déjà tenus pour la preuve que l'élève a pu établir entre les réalisations, une relation qui constitue l'appréhension encore implicite de l'isomorphisme, modulo la structure choisie et dont on prendra conscience dans la phase suivante.

c) L'abstraction consiste alors à identifier, en tant qu'objet de connaissance, la « structure commune » à divers jeux isomorphes. La structure est ici l'ensemble des propriétés qui indépendamment des particularités de chaque exemple les régissent tous. Le didacticien doit donc produire un ensemble de réalisations présentant une « variabilité » convenable pour limiter la finesse de la structure abstraite. La recherche de la structure la plus fine doit être, elle, érigée en règle permanente (...). Mais les raisons de cette recherche, du choix des exemples, et, de l'usage de cette structure ne sont

pas accessibles à l'élève de sorte que pour lui il y a bientôt un contrat assez clair : il lui faut reconnaître ce que le professeur a caché dans les jeux, décoder son intention didactique selon une règle uniforme : chercher les ressemblances et les différences. Il faut remarquer que cette étape, contrairement aux précédentes, n'appelle aucune décision nouvelle de la part de l'enseignant, elle ne comporte le plus souvent aucune situation-problème spécifique : elle apparaît comme une réponse, entièrement à la charge de l'élève, donnée aux étapes antérieures qui en sont à la fois la condition nécessaire et suffisante. C'est à mon avis l'existence du contrat didactique qui assure le fonctionnement du processus, et non une quelconque loi de la genèse de la connaissance. (...)» (Ibid., p. 66).

Finalement, il conclut que la méthode de Dienes est un contrat didactique :

« La connaissance n'est pas organisée comme une réponse adaptable, adéquate, économique et personnelle à des situations problèmes, elle est fournie toute armée par la culture qui en assure la validité et l'utilité future et ne laisse à l'élève que la possibilité d'adhérer. (...) La méthode de Dienes est un langage de communication avec les élèves, un mode de codage didactique de la connaissance qui est supposé ne pas en modifier la nature (...) et c'est un contrat didactique avec les élèves, pour le décodage des messages. » (Ibid., p. 67)

L'idée de contrat didactique permet ainsi à Brousseau de pointer, dans le curriculum proposé par Dienes et sa mise en œuvre, des conditions qui ne relèvent pas de la situation mathématique proposée aux élèves mais des interactions, pas forcément verbales, maître-élèves. Cette idée deviendra un concept incontournable de la théorie des situations didactiques :

« Dans un premier temps nous avons étendu la notion de problème ou de dispositif d'apprentissage à celle de situation mathématique, simple instrument d'enseignement. Fonctionnaliser les connaissances mathématiques, les faire apparaître comme décisions explicites ou non, comme formulations ou comme arguments nous a conduit à créer des situations où les élèves construisent des connaissances mathématiques sans qu'elles leur soient préalablement enseignées directement et formellement. (...) En examinant les difficultés de la dévolution et en montrant la nécessité de l'institutionnalisation des connaissances, c'est-à-dire leur transformation en références, (...) nous avons dû nous résigner à considérer comme objet d'étude le système entier, celui qui est constitué par le professeur et la situation mathématique de l'élève, autrement dit le système « connaissances, milieu, élève, professeur » [...]

Ce changement de perspective a pris le nom de « théorie du contrat didactique » pendant toute une période d'observation et d'expérimentation. L'étude des paradoxes du contrat et de ses limites précéda celle de ses modalités et de ses dérivés. Jusqu'au moment où nous avons pu commencer à modéliser le nouveau système. » (Brousseau, 2011, p. 4).

Rétrospectivement, on peut percevoir, dans cet usage de l'idée de contrat didactique, la distinction que Brousseau proposera en 1997 entre théorie des situations mathématiques a-didactiques et théories des situations didactiques et qu'il explicitera ainsi en 2011 :

« Une théorie *des situations mathématiques* modélise les conditions sous lesquelles les êtres humains produisent, communiquent et apprennent les connaissances que nous reconnaissons comme mathématiques.

Ces conditions sont modélisées par des *systèmes* appelés *situations*, qui conduisent des agents en interaction avec elles à manifester cette connaissance. Elles sont donc spécifiques de la connaissance en jeu. Les situations se distinguent par leur structure, leurs règles, leur fonctionnement, les formes de connaissances produites, etc.

Nous les regroupons aujourd'hui en deux grands types :

- les « *situations mathématiques* » au cours desquelles aucune intervention didactique n'est envisagée ;

- et les « *situations didactiques* », qui comprennent une situation mathématique, enchâssée dans un système de conditions qui ne conduisent le sujet à l'adoption directe des comportements déterminés que par l'intervention du professeur, que l'élève en aperçoive ou non la nécessité mathématique.

Les situations mathématiques ont pour objet de représenter les conditions minimales nécessaires pour expliquer ou justifier la mise en œuvre d'un énoncé mathématique par un agent ou un groupe d'agents, sans intervention didactique extérieure » (Ibid., p. 2).

### 3. Conclusion

Dans cette analyse de la critique que Brousseau fait des curriculums prescrits et réels antérieurs aux années 80, confortée par de nombreuses citations, je mets en évidence que la genèse de la

TSD est étroitement liée à des questions curriculaires. La TSD et, en particulier, la notion de situation adidactique – donc la notion de milieu – ainsi que les types de situations se présentent comme des réponses aux limites épistémologiques et pédagogiques que Brousseau perçoit dans le curriculum prescrit ; la notion de contrat didactique apparaît quant à elle comme fondamentalement associée au curriculum réel et à la dimension sociale de l'enseignement - apprentissage. Plus largement, cette analyse des premiers travaux de Brousseau montre que la TSD est une synthèse de préoccupations épistémologiques, pédagogiques et sociales à l'égard des phénomènes d'enseignement-apprentissage et que son caractère « économique » se déploie en lien avec ces trois dimensions.

Les paradoxes, limites et dérives du contrat didactique que Brousseau identifiera, et que je ne rappelle pas ici car ils me semblent bien connus, constituent des phénomènes didactiques associés aux questions curriculaires que la TSD a permis d'identifier.

Pour Brousseau, à l'époque, il s'agit plus de montrer le coût que cela a d'introduire les décimaux par les rationnels que d'améliorer l'enseignement des mathématiques (Bessot, 2011). Cependant, les ingénieries didactiques construites par Brousseau et son équipe constituent des propositions curriculaires alternatives. Plus largement, comme l'indique Perrin-Glorian (2011), l'enjeu est bien de faire évoluer l'enseignement des mathématiques en proposant des curriculums alternatifs pour les classes ordinaires :

« Les premières ingénieries didactiques des années 70 (...) [ndl : de Brousseau et de Douady] assumaient donc totalement l'objectif d'élaborer et d'étudier une proposition de transposition didactique pour l'enseignement (ordinaire à terme) (...). Je pense donc que, dans ces travaux, l'ingénierie didactique est plus qu'une méthodologie de recherche : on vise une transposition viable dans l'enseignement ordinaire. C'est-à-dire que l'ingénierie didactique comme produit est aussi importante que comme méthode » (Perrin-Glorian, 2011, p. 59).

### ANALYSE DE CURRICULUMS DANS LES CLASSES ORDINAIRES : DÉVELOPPEMENTS THÉORIQUES POUR MODÉLISER L'ENSEIGNANT, IDENTIFICATION DE PHÉNOMÈNES CURRICULAIRES ET INGÉNIERIES DE SECONDE GÉNÉRATION

Cet objectif de « transposition viable » demande de mieux comprendre la contingence des classes ordinaires. C'est pourquoi, dans les années 90, alors que le problème de la reproductibilité des situations issues d'ingénieries didactiques est bien identifié (Artigue, 1986), l'analyse de situations de classes ordinaires, donc de curriculums réels au sens de Roegiers (2000), devient un enjeu pour la didactique des mathématiques, qu'il s'agisse d'effectuer des analyses a posteriori de situations conçues dans le cadre d'expérimentations et confrontées à la contingence ou d'analyser des pratiques d'enseignement dans des classes ordinaires. Ces études nécessitent des outils dont la didactique des mathématiques ne dispose pas alors. Pour cela, certains chercheurs choisissent de développer la TSD en proposant une extension des notions de milieu et de contrat didactique. La critique des curriculums réels conduit alors à produire des résultats de nature théorique et à identifier des phénomènes que je caractérise de *curriculaires* car fondamentalement liés à la mise en œuvre d'un curriculum prescrit.

Dans cette partie, je rappelle les développements des notions de milieu et de contrat didactique proposés pour analyser les situations de classe ordinaire ainsi que les principaux phénomènes qu'ils ont respectivement permis d'identifier. Je montre ensuite que ces phénomènes se situent à l'interface du micro et du macro didactique, ce qui m'amène à formuler des perspectives d'études au niveau macro-didactique.

#### 1. Développement de la notion de milieu

L'approche systémique de la TSD conduit à chercher un moyen de décrire les interactions effectives entre le maître, l'élève et le milieu dans les situations ordinaires. La notion de milieu est alors prolongée pour répondre à cette problématique nouvelle :

« Cela peut paraître banal aujourd'hui, mais l'observation de classes « ordinaires » et les moyens

d'analyser les protocoles qui en résultent étaient alors une problématique relativement nouvelle dans la recherche en didactique des mathématiques en France. (...) Guy Brousseau (1986 et 1989), quand il a caractérisé la structuration du milieu en emboîtement de situations successives<sup>1</sup> avait certes indiqué l'utilité de ce modèle pour analyser les problèmes « ordinaires ». Mais il a fallu attendre l'intérêt croissant de la communauté des didacticiens pour l'analyse de situations – et non plus seulement leur construction –, pour que ce modèle soit utilisé pleinement (Brousseau & Centeno, 1991 ; Orús, 1992, notamment) et enfin prolongé (Mercier, 1993 ; Margolinas, 1993). » (Comiti, 2002, p. 39)

L'enjeu est le suivant. Les élèves et le professeur apprennent à « l'occasion de la « même » situation » (Bloch, 1999, p. 149) mais le milieu de l'élève est un milieu pour l'apprentissage tandis que le milieu du professeur est un milieu pour l'enseignement. Il s'agit donc de pouvoir décrire le milieu de l'enseignant, comme on le fait pour l'élève, en termes de connaissances et de savoirs dans un modèle qui tient compte de ses interactions avec les élèves, le savoir et la situation.

Margolinas (1993, 1995) propose une structuration du milieu, dérivée de l'oignon, qui symétrise la position de l'enseignant par rapport à celle de l'élève en prenant comme référence la situation didactique (S0). Ce modèle comprend, d'une part, des niveaux « extérieurs » relatifs à la situation sur-didactique, avec lesquels l'enseignant interagit de façon privilégiée et dans lesquels il est professeur noosphérique (S3), constructeur (S2) et projeteur (S1) et, d'autre part, des niveaux « intérieurs », relatifs à la situation adidactique, dans lesquels l'élève interagit de façon privilégiée avec le milieu et où l'enseignant est observateur au niveau S-1 de la situation d'apprentissage (Margolinas, 1998, p. 7). Margolinas associe à cette structuration une méthodologie d'analyse de l'activité de l'enseignant, dite « analyse descendante » (Margolinas, 1994). Ces outils vont permettre de repérer et caractériser des phénomènes du curriculum réel comme nous le verrons dans le paragraphe suivant.

Pour Bloch (1999) le modèle de Margolinas ne précise pas la position de l'enseignant au niveau des situations de référence et objective (S-2, S-3) alors qu'à l'évidence pour piloter les niveaux a-didactiques d'une situation et les phases d'action des élèves, certaines connaissances sont nécessaires :

« [...] notre intérêt pour l'étude du rôle du professeur dans les niveaux a-didactiques est motivé par une circonstance venue de la contingence, et qui, nous semble-t-il, pose question : comment se fait-il que les « cases » de la situation du professeur dans les niveaux a-didactiques soient vides, alors que tout praticien sait bien l'énergie qu'il faut dépenser pour faire vivre, en classe, une telle situation, y compris (et peut-être même surtout) lorsque les élèves sont en phase d'action ? Quelle est cette étrange façon de ne rien faire, qui laisse épuiser le professeur qui l'a vécue ? et si l'enseignant *fait*, alors il y a lieu et possibilité de modéliser ce *faire*. » (Ibid., p. 152)

Elle propose en conséquence, d'une part, de compléter le modèle de Margolinas en introduisant au niveau S-2 le « professeur observateur » et en qualifiant le professeur du niveau S-1 de « professeur en action » (Bloch, 1999, 2002) et, d'autre part, d'effectuer une analyse ascendante de la situation du professeur pour identifier les connaissances et savoirs qu'il mobilise et construit dans la situation d'enseignement. Ce modèle est développé par Bloch en lien étroit avec la conception d'ingénieries didactiques pour l'analyse à la fin de l'enseignement secondaire et au début du supérieur et pour lesquelles il est difficile de trouver des situations fondamentales.

## 2. Phénomènes de résonance, de dédoublement de situation et de bifurcation didactique

L'observation de curriculums réels permet aux didacticiens des mathématiques de repérer des récurrences dont ils ont cherché à identifier les raisons et les conditions. L'identification de faits

---

<sup>1</sup> Dans cette structuration dite « oignon », les situations sont emboîtées les unes dans les autres. La situation intérieure constitue le milieu de la situation suivante. Ainsi, par exemple, au niveau S-2 de la situation « de référence », un sujet (l'élève cognitif E-2) est en interaction avec le milieu objectif M-2, composé de la situation S-3.

récurrents, la détermination des raisons et des conditions de leur apparition permettent à de conceptualiser des événements et des phénomènes didactiques.

Le phénomène de résonance forte, faible ou nulle caractérisé par Comiti et Grenier (1996) modélise la façon dont l'enseignant « rebondit » de façon différenciée sur les interventions des élèves : certaines sont relevées, d'autres pas. Comiti et Grenier associent ce traitement différencié à la façon dont l'intervention de l'élève résonne avec le projet de l'enseignant et aux connaissances dont l'enseignant dispose pour l'interpréter.

À partir de l'analyse a posteriori (en termes de milieu) de la situation pour l'enseignant, et de celle de l'élève Comiti, Grenier et Margolinas (1995) mettent en évidence que le phénomène de résonance traduit en fait un dédoublement de la situation.

Je vais illustrer ces concepts par un exemple extrait de Comiti, Grenier et Margolinas (1995). Il porte sur l'analyse de la deuxième séance relative à la racine carrée dans une classe de troisième (élèves de 14-15 ans). Au début de la séance, l'enseignant pose une suite de questions pour lesquelles il attend une réponse rapide. En particulier, il demande s'il existe un nombre dont le carré est -1. Un élève, Mickaël, répond « oui » et écrit «  $-(1)^2 = -1$  ». Mathématiquement, l'égalité  $-(1)^2 = -1$  est correcte mais elle ne peut justifier l'existence d'un réel dont le carré est -1. Cependant, pour Mickaël qui raisonne uniquement sur l'écriture mathématique et non son sens,  $-(1)^2$  correspond bien au carré d'un nombre. Ainsi, l'enseignant et l'élève évoluent respectivement dans des situations S et S' différentes mais l'enseignant ne le perçoit pas. C'est pourquoi la proposition de Mickaël fait l'objet d'une résonance forte (l'enseignant y consacre du temps, contrairement à son projet initial) sans pour autant que l'enseignant parvienne à expliquer de façon compréhensible pour Mickaël que la réponse n'est pas correcte. Comiti et *al.* modélisent de la façon suivante les faits observés :

« L'enseignant ne comprend pas ce que veut dire Mickaël, l'explication de celui-ci se rapporte à l'écriture de l'expression à laquelle il pense (ce sont bien des écritures et non pas des nombres qui sont en jeu dans S'). Cette écriture n'a aucune interprétation dans S où - 1 n'est jamais le carré d'un nombre. L'enseignant se trouve dans l'impossibilité d'interpréter ce qui fait l'enjeu de cette erreur, bien qu'il prenne la décision instantanée d'y consacrer plusieurs interactions avec la classe. À aucun moment, il n'envisage une autre lecture de la situation, ce qui aurait pu lui permettre de produire une explication qui porte sur la différence entre écriture "exposant 2" et "carré". Ce type d'information est fondamentalement éloigné des propriétés que l'enseignant pense pouvoir institutionnaliser ; elle pose d'autre part des problèmes d'idoïté avec le savoir savant sur le domaine numérique (dans lequel la question de l'écriture est secondaire). » (Comiti et *al.*, 1995, p. 110)

Ainsi, l'identification puis l'analyse d'un phénomène de dédoublement de situation permet de donner sens à l'activité de l'élève et de comprendre l'écart entre la situation dans laquelle évolue le maître et celle dans laquelle évolue l'élève. Elle révèle ainsi un dysfonctionnement du contrat didactique : l'élève ne comprend pas ce que l'enseignant attend de lui et réciproquement. Dans tous les cas, la situation ne permet pas les apprentissages visés.

Margolinas assimilera plus tard ce phénomène de dédoublement de situation à un cas particulier d'un phénomène plus vaste, celui de bifurcation didactique qui « introduit plusieurs situations dans la classe à partir du même problème posé » (Margolinas, 2004, p. 62) :

« [...] nous n'avions pas eu conscience de découvrir un phénomène général, mais plutôt une particularité de la situation étudiée, qui permettait d'expliquer son dysfonctionnement, et c'est pourquoi nous l'avions appelé « dédoublement de situation didactique ». Par la suite, la multiplicité des situations complexes rencontrées m'a conduit à penser qu'il s'agit d'un phénomène tout à fait général et non pas exceptionnel, dont les formes peuvent être beaucoup plus complexes que le dédoublement observé.

L'analyse en termes de bifurcation introduit plusieurs situations dans la classe à partir du même problème posé, il n'est donc plus possible de considérer l'élève seulement d'une façon générique, puisque s'introduit ici au moins plusieurs élèves génériques. » (Ibid., p. 64)

Le phénomène de bifurcation didactique, ainsi caractérisé à partir d'outils de la TSD, est à rapprocher, me semble-t-il, du phénomène de malentendu socio-cognitif pointé par les sociologues (Bautier & Rayou, 2009 par exemple). C'est une modélisation didactique d'un type

de malentendu socio-cognitif. Les travaux de Margolinas ont permis de pointer un certain nombre de ces bifurcations didactiques (Margolinas, 2004) et de comprendre pourquoi certains élèves n'apprennent pas. À ma connaissance, les didacticiens n'ont pas (encore ?) proposer d'ingénieries didactiques ou de formation pour les réduire.

### 3. Développement de la notion de contrat didactique

L'identification du phénomène de résonance met en évidence que les décisions prises par l'enseignant face à la contingence sont étroitement liées à son projet d'enseignement et à ses connaissances. Mais, ce phénomène ne caractérise pas les régulations que l'enseignant déploie pour maintenir la relation didactique face à la contingence. Pour cela il va falloir envisager le contrat didactique et les changements de contrat comme un moyen, pour l'enseignant, de réguler et maintenir la relation didactique.

Lors de la 8<sup>e</sup> école d'été de didactique des mathématiques, Brousseau (1996) propose de caractériser l'enseignant par les assujettissements qu'il accepte et impose pour « classer les régulations didactiques suivant la répartition des responsabilités entre le système qui diffuse une connaissance et celui qui la reçoit et l'apprend. » (Brousseau, 1996, p. 28). Il distingue différentes stratégies didactiques de l'enseignant qui peuvent s'interpréter à un niveau de granularité assez gros.

Comiti et Grenier rebondissent sur cette proposition en interprétant les régulations locales de l'enseignant sur le contenu mathématique en jeu en termes de contrat didactique local : mise en place d'un contrat (ndl : local), rupture d'un contrat ou remplacement d'un contrat par un autre (Comiti & Grenier, 1997, p. 100).

Comme le font remarquer les auteurs, ces avancées théoriques ne permettent pas encore une « modélisation des régulations indépendante de toute situation particulière » dans la mesure où « les régulations apportées par l'enseignant sont dépendantes du système » (Ibid., p. 100). Par ailleurs, ce point de vue local du contrat didactique ne rend pas compte des caractéristiques mésogénétiques (du milieu) des situations initialement choisies par l'enseignant.

Pour cela, on pourrait combiner l'analyse *a posteriori* proposée par Margolinas (1995) qui s'appuie sur une structuration du milieu étendue et l'analyse en termes de contrat local. Mais, dans certaines situations de classe ordinaire la situation ne présente que très peu de potentialités adidactiques. L'usage de la structuration du milieu est alors difficile. En revanche, dans tous les cas, il y a un contrat didactique. C'est pourquoi j'ai développé dans ma thèse la notion de contrat didactique en proposant une structuration en trois niveaux (Hersant, 2001, 2004 ; Perrin-Glorian & Hersant, 2003 ; Hersant & Perrin-Glorian, 2005) :

- le micro-contrat correspond à la répartition des responsabilités entre l'enseignant et l'élève ; c'est l'analogue du contrat local de Comiti et Grenier ;
- le méso-contrat est défini par des potentialités adidactiques de la situation choisie et par le statut du savoir ; c'est à ce niveau que vont pouvoir s'analyser les processus de dévolution et d'institutionnalisation ;
- le macro-contrat rend compte des hypothèses épistémologiques de l'enseignant concernant la transmission des savoirs pour un domaine donné.

Ces trois niveaux de granularité correspondent à trois échelles de durée : le macro-contrat se situe à l'échelle de l'enseignement d'une notion (séquence / chapitre) ou plus ; le méso-contrat se situe à l'échelle de la réalisation d'une activité mathématique ; le micro-contrat à l'échelle d'un épisode. Si l'on fait l'hypothèse raisonnable de la cohérence des pratiques des enseignants, le macro-contrat est « caractérisé par les méso et macro-contrats qu'il permet de faire vivre. » (Perrin-Glorian & Hersant, 2003, p. 240).

L'analyse de séquences ordinaires avec cet outil et une méthodologie de zooms successifs (Hersant, 2001 et 2004 ; Perrin-Glorian & Hersant 2003 ; Hersant & Perrin-Glorian, 2005) permet d'identifier des régularités dans la pratique des enseignants. En particulier, cette modélisation de l'enseignant en termes de contrat didactique a permis de caractériser un phénomène curriculaire d'enseignement, répandu au collège, la « correction- cours dialogué »

dans lequel l'institutionnalisation des savoirs est très diffuse. J'y reviens en détail dans le paragraphe suivant.

L'analyse des situations de classes ordinaires avec la notion de contrat didactique pour comprendre la façon dont l'enseignant avance dans son projet tout en maintenant une relation didactique m'a conduite à compléter le modèle en distinguant une facette épistémologique et une facette sociale pour chacun des niveaux de contrat (Hersant, 2010b et 2014). Cette distinction permet de rendre compte des relations étroites entre contrat et milieu dans l'activité de l'enseignant. L'étude de classes ordinaires avec ces outils a permis de caractériser la façon dont l'enseignant s'appuie parfois conjointement sur le contrat didactique et sur le milieu pour réaliser ses objectifs d'enseignement-apprentissage et de montrer que certains jeux sur le contrat didactique permettent de préserver une activité mathématique pour les élèves tandis que d'autres anéantissent cette possibilité. Ce dernier développement de la notion de contrat didactique est profondément lié à des questions curriculaires. J'avais besoin d'un outil pour mettre en évidence les différences observées dans la gestion des situations de type « problèmes pour chercher » au cycle 3 en lien avec la difficulté de gérer ces situations pour la plupart des professeurs des écoles (Hersant, 2008, 2010a et 2013) et les possibilités d'apprentissages qu'elles laissaient aux élèves (Hersant, 2010a ; Hersant & Morin, 2013). Les difficultés des enseignants étaient créées par le curriculum. En effet, d'une part, la réalisation de « problèmes pour chercher » à l'école primaire était une injonction institutionnelle nouvelle et, d'autre part, les savoirs en jeu dans ce type de problèmes n'étaient pas des savoirs mathématiques « curriculaires » mais renvoyaient à une démarche qui d'un point de vue épistémologique était critiquable (Hersant, 2010a). Pour ces raisons les enseignants n'avaient pas les moyens de gérer correctement et efficacement la situation, en particulier ils ne voyaient pas quoi institutionnaliser (voir aussi la thèse de Choquet (Choquet, 2014) sur le sujet même si le cadre d'analyse n'est pas la TSD). L'appui sur la facette social du contrat didactique devenait un (le?) moyen de faire avancer le temps didactique, mais les élèves ne pouvaient rien apprendre. Ces analyses de curriculums réels m'ont incité à analyser plus finement les savoirs possiblement en jeu dans ces problèmes (Hersant & Thomas, 2009) et les obstacles à l'entrée dans la rationalité mathématique pour les élèves de la fin de l'école élémentaire. Ces études ont permis d'élaborer une ingénierie didactique, en tenant compte des contraintes de la classe ordinaire (Hersant, 2010a). Cet exemple illustre la dynamique de critique des curriculums, développement d'outils et proposition de curriculums alternatifs que permet la TSD dans une perspective d'ingénierie de seconde génération. Les travaux de Marie-Jeanne Perrin-Glorian avec une équipe d'enseignants et de formateurs du Nord sur la géométrie à l'école élémentaire (Mangiante-Orsola & Perrin-Glorian, 2017 ; Mathé, Barrier & Perrin-Glorian, 2020) en sont un autre exemple.

#### *4. Correction - cours dialogué, ou interactive synthesis discussion, et phénomènes associés*

La structuration du contrat didactique a permis de caractériser une pratique ordinaire au collège : la correction - cours dialogué (Hersant, 2004, pp. 257-258 ; Hersant & Perrin-Glorian, 2005, p. 122). Cette pratique peut se résumer de la façon suivante :

- le professeur choisit de s'appuyer sur un problème pour réaliser son objectif mais il n'effectue pas réellement la dévolution de ce problème à ses élèves ; dans une phase préalable il renforce les connaissances anciennes ou récentes des élèves au niveau de la classe, puis en lien avec le problème choisi, organise un milieu pour poser la question relative au savoir nouveau ;
- la responsabilité de la production des connaissances et de leur évaluation n'est alors laissée aux élèves qu'à de rares moments et le professeur privilégie une résolution collective et guidée du problème, en s'appuyant sur quelques élèves de la classe ;
- l'institutionnalisation est très diluée tout au long de l'enseignement et s'effectue uniquement au moment de la correction d'exercices : il n'y a pas de moment d'institutionnalisation formelle ;
- les changements de répartition des responsabilités entre le professeur et les élèves sont fréquents et le savoir y a pendant une longue période un statut intermédiaire de savoir en cours d'institutionnalisation ;

- il y a une transformation des connaissances des élèves et une incertitude du côté du professeur puisque si les élèves ne « coopèrent » pas au déroulement du projet, le projet ne peut se réaliser.

La correction-cours dialogué constitue un phénomène dans la mesure où cette pratique est partagée, au moins au niveau de l'enseignement des mathématiques au collège. Elle fait écho aux résultats obtenus par la suite à l'école élémentaire avec d'autres cadres théoriques didactiques (notamment la double approche (Robert & Rogalski, 2002)) sur l'insuffisance de l'institutionnalisation (Choquet, 2014 ; Allard, 2015).

Cette pratique est associée à d'autres phénomènes didactiques. Je voudrais en pointer quelques-uns parmi ceux qui me semblent présenter le plus de limites pour les apprentissages des élèves. D'abord, comme je l'ai mentionné, la correction-cours dialogué génère la négociation successive de micro-contrats didactiques (MC pour micro-contrat dans la suite du texte). Il arrive, assez souvent, que cette négociation soit associée à une réduction progressive de la responsabilité individuelle de chaque élève dans la production de connaissances (Hersant, 2001, 2004, 2013 et 2014). En effet, la question est souvent posée initialement à chacun des élèves (MC de production individuelle) puis assez rapidement à l'ensemble de la classe (MC de production collective) et finalement, si la participation des élèves n'est pas suffisante, à un élève dont on sait qu'il sait (MC d'ostension déguisée). Cela réduit considérablement l'interaction de chacun des élèves avec la situation tout en donnant l'impression que tous les élèves « participent ». Cette pratique de correction - cours dialogué ouvre aussi, souvent, en conséquence, des espaces de discussion sur ce que propose un élève : « Lucie propose de multiplier par 1.05 le prix initial, qu'est-ce que vous en pensez ? ». Mais la nécessité de faire avancer le temps didactique court-circuite le travail de validation possible à ce moment et conduit souvent un contrat d'adhésion : « Lucie propose de multiplier par 1.05 le prix initial, est-ce que vous êtes d'accord ? ». Il y a ainsi un évitement des situations de preuve ou de débat qui limite les possibilités pour les élèves de construire les raisons, au-delà des solutions.

##### *5. Des phénomènes à l'interface du micro et du macro-didactique*

Dans une étude postérieure à ma thèse, Perrin-Glorian et moi (Hersant & Perrin-Glorian, 2005) essayons d'expliquer ce phénomène de correction-cours dialogué à partir d'entretiens avec un enseignant. Il ressort que cette pratique résulte, d'une part, d'une conformation à des idées pédagogiques relayées par l'institution et par les ressources et, d'autre part, d'une adaptation à l'évolution du public élèves :

« His explanations suggest that the practice exists because it corresponds to some guidelines and recommendations of the official curriculum, which emphasize students' activity in learning mathematics. Moreover, it is supported by the existence of materials in textbooks and in the IREM publications for constructing mathematics activities for students. Another reason is that, since the creation of a single middle school for all students and the larger openness of high school, the lecture format of teaching is no longer suitable for all students. [...] From this point of view this practice gives some comfort to the teacher insofar as he feels it is appropriate to include more pedagogic ideas in his course. Moreover, the management of institutionalization through the whole class discussion of solution to exercises may prevent the students from "disconnecting" and provides the teacher with a better control of their understanding. » (Hersant & Perrin-Glorian, 2005, pp. 141-142).

Des entretiens avec les élèves mettent en évidence certaines conséquences du cours dialogué sur les apprentissages : des élèves ne perçoivent pas les enjeux de savoirs et, malgré un travail préparatoire conséquent, échouent aux évaluations. En fait, ces élèves refont les exercices, le plus souvent dans l'ordre, mais faute de temps ne révisent pas les derniers qui, le plus souvent, portent les enjeux de savoirs.

Aujourd'hui, avec le point de vue curriculaire que j'adopte pour ce cours, je formulerai les résultats de cet article de la façon suivante. Le phénomène de correction - cours dialogué est une réponse de la profession enseignante à des contraintes qui dépassent la classe et sont issues de ce que l'institution et les enseignants ont pu percevoir des propositions didactiques. La

## QUESTIONNEMENT CURRICULAIRE À LA LUMIÈRE DE LA TSD

correction – cours dialogué est donc un phénomène didactique curriculaire qui est de l'ordre du macro-didactique, au sens de la différence que fait Brousseau entre macro et micro didactique :

« Comme l'économie, la didactique tend à remplir deux fonctions sociales : une fonction de science explicative des faits observés, et une fonction normative où elle s'interroge sur le meilleur moyen d'organiser des conditions favorables à la diffusion qu'elle étudie. [...] Et comme l'économie, elle comprend aussi deux grands champs d'études : la microdidactique et la macrodidactique.

La microdidactique considère une connaissance particulière comme un objet isolable et étudie les comportements "didactiques" qui accompagnent sa production ordinaire (pas seulement sa production primitive ou historique), sa diffusion, son apprentissage (ou son acquisition, les deux termes sont métaphoriques) et son usage. Ces comportements consistent principalement dans l'aménagement de situations (leçons, exercices, problèmes, suites de leçons, processus à court et à long terme, etc.) et dans le réaménagement des connaissances (choix, ordre, forme, dépendance, fonction, et même statut ou représentation). Ces deux aménagements ne sont pas indépendants. [...] La macrodidactique s'intéresse au fonctionnement didactique global des institutions et des systèmes didactiques réels, notamment à leurs interactions à propos de la diffusion des connaissances, à leur répertoire et à leurs idéologies didactiques. Elle s'intéresse aux effets des régulations didactiques et des réformes imprimées par les différentes institutions intervenant dans les processus, sur les pratiques des élèves, des professeurs, des parents et de la société. Elle tend à expliquer l'évolution des savoirs et des pratiques didactiques qui leur sont associées, leur apparition, leurs difficultés ou leur disparition etc. et les phénomènes originaux auxquels donnent lieu ces évolutions. » (Brousseau, 2003b, p. 14)

Plus généralement, les phénomènes mentionnés dans cette partie sont d'abord micro-didactiques. En effet, ils sont fondamentalement liés à un savoir, à son enseignement et à son apprentissage, aux obstacles épistémologiques et didactiques qui y sont associés. Ainsi, le dédoublement de situation dans l'exemple précédent est relié à des obstacles didactiques (travail sur les signes plutôt que sur le sens de l'expression « le carré de ») et épistémologiques à l'apprentissage de la notion de racine carrée ; il questionne les connaissances algébriques des élèves constituées antérieurement (leur travail antérieur sur les expressions algébriques est-il réduit à un travail sur le signe ?).

Cependant, ces phénomènes ont aussi un caractère générique dans la mesure où ils ne sont pas limités à l'enseignement d'une notion particulière : on peut observer des résonances, des dédoublements de situation ou des correction-cours dialogué dans l'enseignement de différentes notions, de la maternelle à l'université. C'est d'ailleurs à mon avis ce qui leur confère leur statut de phénomène.

Ces phénomènes sont curriculaire : ils sont observés dans la mise en œuvre du curriculum prescrit par les textes officiels. S'ils sont observés dans le cadre de l'enseignement d'une notion donnée, ils interrogent le curriculum sur un empan plus large puisqu'ils mettent en jeu les connaissances anciennes et les connaissances en cours d'apprentissage ainsi que les connaissances de l'enseignant sur la notion en jeu. Par ailleurs, ils résultent des conceptions de l'enseignement et de l'apprentissage que véhiculent les programmes et les ressources et, en particulier, de l'importance qu'ils donnent, depuis une bonne trentaine d'années à l'idée même d'activité, de mise en activité des élèves, sans indiquer précisément comment et à quelles conditions cette activité pourra être productrice d'apprentissage (voir par exemple en annexe 1 les programmes de 1978 pour l'élémentaire où apparaissent les expressions de « situation-problème » et « problème ouvert » ou en annexe 2 ceux de maternelle de 2015 qui donnent une place importante au jeu). C'est, je pense, ce que Brousseau veut dire lorsqu'il écrit en 2011 :

« Les phénomènes de didactique ne sont pas confinés dans la relation entre un élève, un savoir et un professeur. En introduisant le milieu et en montrant son rôle, la théorie des situations mathématiques a cassé la noix. Le professeur n'est plus le Deus ex machina de l'enseignement des mathématiques. Avec la théorie des situations didactiques il est devenu le maillon d'une chaîne de pseudos contrats et de transpositions bilatérales entre la société et chaque néophyte. Mais les phénomènes qui surgissent à cause des contraintes contradictoires pesant sur cette chaîne de contrats (et de l'inadéquation de nos connaissances à leur propos), établissent une dépendance réciproque entre ce qui se passe dans les classes et tout un réseau de conditions économiques, culturelles et politiques complexe qui concerne la société tout entière. » (Brousseau, 2011b, introduction)

A ce titre, les phénomènes que j'ai mentionnés dans cette partie relèvent du micro-didactique dans la mesure où ils expliquent et rationalisent le comportement d'agents isolés mais ils sont aussi associés et consécutifs à des phénomènes macro-didactique. En particulier, dans la structuration du contrat didactique le macro-contrat rend compte des hypothèses épistémologiques de l'enseignant. Or ces hypothèses sont, en partie, partagées par une partie de la profession, au moins pour un ensemble de niveaux de classe (maternelle, élémentaire, collège, lycée, université) car elles sont portées par l'institution (au sens large). Les propos d'un enseignant recueillis par Perrin-Glorian illustrent bien pour quoi et sous l'influence de quoi il est passé d'un enseignement organisé par un cours suivi d'exercices qui était assez confortable à la correction – cours dialogué :

« For me, the “exposition of theory followed by application exercises” format was much easier to teach. If I changed, it is for several reasons. The first influence was a book published by the Grenoble IREM. Its style was more suitable for the new clientele, because I had all types of students. There was no more selection or streaming at the end of grade 7. There was no more scientific stream in grade 10 so in middle school students were less motivated. [...] And also, I have taught in CPPN and there, the teacher has to adapt himself. And after, in middle school, the official texts asked the teachers to listen to their students. When I came to teach in a high school, I thought I'd do a traditional course but I had very weak classes; the only thing that worked was problem solving in small groups. I can not make an exposition of the theory because students disconnect... » (Hersant & Perrin-Glorian, 2005, p. 141)

En dehors de la correction - cours dialogué, d'autres phénomènes didactiques curriculaires ont pu être caractérisés au niveau micro-didactique par les outils de la TSD, en lien avec la grande incertitude que la mise en activité des élèves génère pour les enseignants. En particulier, le fait que, lorsque les élèves sèchent face aux questions de l'enseignant, celui-ci joue sur la facette sociale du contrat (Hersant, 2014) pour obtenir la « bonne réponse » tout en privant les élèves de la construction cognitive de cette réponse. Dans la version « dure » du phénomène, l'enseignant joue sur la facette sociale du contrat dès qu'il pose le problème, comme j'ai pu l'observer à propos des problèmes pour chercher à la fin de l'école élémentaire (Hersant, 2013). Ce phénomène est proche de l'effet Topaze mais en diffère : l'enseignant ne donne pas la réponse, il anticipe ou perçoit les difficultés des élèves à produire la réponse et joue sur la facette sociale du contrat pour l'obtenir. Cela me semble aussi une conséquence d'une pédagogie de l'activité : l'enseignant répond aux attentes de l'institution qui lui demande de « mettre en activité les élèves » mais réduit l'incertitude de la gestion de la situation et le risque de difficile avancée du temps didactique par un jeu sur la facette sociale du contrat didactique. Cela ne permet pas raisonnablement aux élèves de construire les connaissances mathématiques visées mais ils sont « actifs ».

#### *6. En guise de conclusion : des perspectives de recherche au niveau macro-didactique*

Ces phénomènes mettent en exergue l'insuffisance de l'approche micro-didactique pour comprendre les situations d'enseignement - apprentissage des mathématiques et questionnent le macro-didactique : comment et pourquoi cette pédagogie de l'activité des élèves et de la manipulation comme on peut le voir en particulier à la maternelle (voir à ce sujet, par exemple, Margolinas & Laparra, 2016 ; Hersant, 2020), cette sorte de malentendu sur le constructivisme, a-t-elle pu imprégner ainsi les curriculums ? Question que je pourrais décliner ainsi si j'avais l'optimisme de penser que les travaux didactiques diffusent auprès des décideurs : pourquoi n'a-t-on pas retenu de la TSD la dialectique des situations d'action, de formulation et de validation ?

Ces phénomènes questionnent aussi la formation des enseignants et les pratiques des formateurs : dans quelles mesures la formation prend-t-elle acte de ces phénomènes didactiques curriculaires ? Par exemple, l'étude de dédoublements de situation me semble constitutif du travail sur le traitement de l'erreur en formation. Or, d'après ce que je connais de la formation, le travail sur l'erreur est souvent réalisé à partir de la classification des erreurs des élèves pour une notion donnée. Les futurs professeurs ne voient pas en général comment cela peut leur être

## QUESTIONNEMENT CURRICULAIRE À LA LUMIÈRE DE LA TSD

utile en situation de classe. Dans le meilleur des cas, pour le premier degré, ils associent ces connaissances à la partie didactique du concours. De la même façon, comment les formateurs prennent-ils en compte les résultats sur le cours dialogué : comment en formation travaille-t-on sur l'activité mathématique des élèves ? sur l'institutionnalisation ? et en particulier sur la façon dont l'enseignant va pouvoir formuler les connaissances et savoirs à partir des productions des élèves ? Ces questions portent sur les relations entre les différentes institutions et concernent la macro-didactique.

### CRITIQUE DES CURRICULUMS RÉELS : IDENTIFICATION DE PHÉNOMÈNES MACRO-DIDACTIQUES ET NÉCESSITÉ DE NOUVEAUX OUTILS

Les phénomènes macro-didactique sont des objets d'étude plus récents de la TSD. Je situe la mise au travail de ces questions vers le milieu des années 90, avec les travaux de Comin sur l'enseignement de la proportionnalité, même si Brousseau a adressé beaucoup plus tôt que cela, de façon informelle, des questions de l'ordre du macro-didactique à la communauté, par exemple en 1968, dans un texte sur le rôle des mathématiques et de leur enseignement dans la distribution bimodale des élèves à la sortie de leurs études (Brousseau, 1968).

En m'appuyant sur les textes les plus récents de Brousseau, j'ai recensé les questions de macro-didactique qu'il a pu formuler. Une première catégorie concerne les effets à longs termes des réformes sur la façon dont sont enseignées les mathématiques dans les classes. Brousseau pointe l'individualisation de l'enseignement, le modèle commercial de l'école et les conséquences d'un fonctionnement par objectifs et évaluations (Brousseau, 1997, pp. 55-56). Il dénonce en particulier l'effet négatif des évaluations automatiques de masse (Brousseau, 2009, p. 71). Il formule aussi plusieurs tensions sous-jacentes aux choix effectués dans les réformes : l'homogénéisation de la culture ou les adaptations à des demandes sociales différenciées ; la priorité donnée au sens ou à la forme, à la rigueur ou à l'efficacité ; l'intérêt porté au texte du savoir ou aux problèmes ; l'apprentissage par conditionnement ou le constructivisme. Une seconde catégorie se rapporte aux effets des réformes sur les connaissances mathématiques des enseignants de l'école primaire et du secondaire. En particulier, à partir de l'analyse des programmes de mathématiques, Brousseau montre que l'enseignement des mathématiques du primaire et du secondaire n'outille pas les futurs professeurs des écoles pour enseigner les mathématiques et formule des propositions sur ce que devraient proposer les programmes de l'enseignement obligatoire pour remédier à cela (Brousseau, 2003b, pp. 4-5). Une troisième catégorie porte sur les rapports de la société avec l'école obligatoire et la finalité de la formation mathématique. Pour Brousseau, il ne s'agit pas de préparer tous les élèves au baccalauréat scientifique ou à l'entrée en faculté de mathématiques, l'enseignement des mathématiques doit participer à la formation au traitement social de la vérité et à la pratique du débat citoyen (Brousseau, 2003b, p. 7).

Ces textes regroupent des réflexions, plus que de résultats établis avec une méthodologie explicite. Brousseau admet lui-même cette limite :

« La théorie des situations peut être comparée à la micro-économie en ce sens qu'elle ne prend en compte qu'un petit nombre très réduit de systèmes et de paramètres. Il pourrait sembler bien ambitieux de vouloir l'utiliser pour décrire et prévoir l'évolution des pratiques cognitives des enseignants et des institutions, étude qui relèverait plutôt d'une macro-didactique. Elle a cependant contribué à mettre en évidence et à prévoir dans plusieurs cas les effets à long terme de réformes éducatives amples et puissantes. Ces réformes qui se sont succédées depuis quarante ans avaient pour but officiel d'améliorer l'enseignement. Toutes étaient motivées par la correction de certains caractères " antérieurs " du système éducatif repérés et déclarés alarmants. Chacune d'elle était issue d'un faisceau de propositions et d'idéologies parfois faiblement liées, sinon contradictoires, mais nécessaires pour former un tout suffisamment ample (pour conjuguer des forces sociales suffisantes) et prometteur. Nous ne pouvons ici que les évoquer de façon très superficielle. » (Brousseau, 1997, pp. 55-56).

Pour cette raison, je ne les développe pas, préférant mettre au travail des phénomènes macro-didactiques mieux analysés pour dégager des outils et méthodologies possibles. J'ai choisi pour cela deux études qui portent sur des phénomènes macro-didactiques de nature différente. D'abord une étude de Brousseau sur ce qu'il désigne comme la « poussée d'un enseignement basé sur l'activité de l'élève » (Brousseau, 2012, p. 118). Cette étude concerne la diffusion de résultats de la TSD sur les dispositifs d'enseignement et les conditions de possibilité d'apprentissage des mathématiques, vers l'enseignement. Elle complète, me semble-t-il, mes propos précédents sur la correction - cours dialogué. Dans son prolongement, je propose une brève analyse de la ressource ERMEL qui donne une idée des phénomènes macro-didactiques qui peuvent se produire lors de la diffusion des savoirs produits par la didactique. La seconde étude est celle de Comin sur l'évolution de l'enseignement de la proportionnalité au collège et à l'école. Elle porte donc sur les échanges entre les institutions savoir savant, noosphère et école à propos d'un savoir mathématique.

### *1. Un enseignement basé sur l'activité de l'élève et l'usage des « situations-problèmes »*

Voici comment Brousseau analyse la « longue et vigoureuse poussée en faveur d'un enseignement fondé sur l'activité des élèves » (Brousseau, 2012, p. 118).

Il situe l'origine de ce mouvement à l'influence de John Dewey, psychologue et philosophe américain du début du 20<sup>e</sup> siècle, sur l'enseignement des disciplines. En ce qui concerne les mathématiques, et à partir des années 60, il y associe, l'influence des travaux du mathématicien Pòlya sur l'heuristique. Selon Brousseau (2012, p. 119), ces influences ont conduit à enseigner les « problem solving methods », conception de l'enseignement des mathématiques qui enferme « la relation didactique dans un contrat contradictoire, intenable et improductif ». En effet, explique-t-il, les heuristiques sont des connaissances pour les élèves et doivent être traitées ainsi et non comme des savoirs, sinon on risque le glissement métadidactique. En particulier, ces heuristiques « ne doivent pas entrer dans le contrat didactique » (ibid., p. 118). Mais si le professeur n'enseigne pas comme des savoirs « tout ce qui apparaît comme nécessaire à la solution du problème, il est accusé « d'avoir été incompetent » ou de vouloir « humilier ses élèves en les mettant en échec » (ibid. p. 119). Il se met alors en place un contrat didactique dans lequel l'élève n'a que très peu de responsabilité (en particulier pas celle de produire des connaissances nouvelles), si bien que le professeur n'a pas la possibilité de proposer « quelque défi que ce soit » (ibid., p. 119).

Il a donc fallu, explique Brousseau, faire admettre que ne pas trouver n'est pas une faute et que « c'est la recherche que l'on vise à provoquer » ; « le terme « situation-problème » a indiqué ce nouveau contrat » (ibid., p. 119) qui a obtenu un certain succès auprès des enseignants après l'exposition des premiers principes de la TSD. Mais, si certains, explique Brousseau, ont pu associer « situation problème » et TSD, ces deux conceptions de l'enseignement sont étrangères, en particulier car le terme « situation » ne peut pas différencier des formes de problèmes.

Par ailleurs, note Brousseau, les situations problèmes telles qu'elles ont été conceptualisées dans l'enseignement ont réduit les idées de la TSD à celle de mise en activité des élèves. Brousseau explique ce phénomène de la façon suivante. D'abord, des exemples de situations élaborées dans le cadre de la TSD ont été diffusées, mais pas leurs conditions d'élaboration et d'application. Les enseignants n'avaient donc pas à leur disposition l'ensemble des éléments nécessaires à la compréhension de l'essence de ces situations et ils n'avaient pas non plus les moyens d'imaginer les conditions que les chercheurs s'étaient imposées de respecter pour mettre au point ces situations. C'est pourquoi, seule l'idée de mise en activité des élèves semble avoir été retenue, comme l'explique Brousseau :

« Il semble par exemple que la nouveauté des situations d'action ait le plus souvent retenu l'attention des enseignants que leurs propriétés didactiques et mathématiques effectives et surtout que leurs conditions d'application. Les situations et les processus de formulation de validation ou d'institutionnalisation dans lesquels elles étaient imbriquées étaient souvent plus négligés. Par

## QUESTIONNEMENT CURRICULAIRE À LA LUMIÈRE DE LA TSD

exemple, alors que la théorie des situations met l'accent sur la nécessité d'articuler sur une situation d'action, une situation de formulation effective (où les formulations inadéquates reçoivent des « sanctions » du milieu), les dispositifs didactiques proposés étaient formels et sans règles comme le « travail en groupes », le « travail libre ». Ils étaient en réalité confidentiellement (individuellement) appuyés par le professeur qui faisait ainsi des « situations-problèmes » d'étranges avatars de la maïeutique socratique. Il s'agissait souvent d'un problème classique, « ouvert » par divers stratagèmes formels tels que le plongement dans un environnement insolite, la suppression des informations ou de la question, par la disposition de « distracteurs » etc. Les professeurs attendaient de ces situations-problèmes des effets bénéfiques par l'opération d'effets inconnus. » (Brousseau, 2012, p. 120).

À l'issue de cette analyse, Brousseau propose une liste de dix hypothèses qu'il aurait « voulu confronter à des observations précises » (ibid., p. 121). Je ne les reprends pas toutes ici et renvoie à la lecture de l'article pour cela. Je relève cependant l'une d'elles qui est assez pessimiste :

« La diffusion des travaux issus de la théorie des situations a donc à la fois mis en évidence les défauts des différents choix didactiques, proposé des solutions, et néanmoins contribué à aggraver les effets que ces travaux voulaient combattre. » (ibid., p. 122)

Les phénomènes de correction - cours dialogué, de transparence des savoirs et d'importance accordée à la dévolution au détriment de l'institutionnalisation (Laparra & Margolinas, 2008 et 2011) me semblent consécutifs et constitutifs de cette poussée d'un enseignement basé sur l'activité des élèves analysé par Brousseau.

### 2. *Rapide étude de la ressource ERMEL*

Il est certainement raisonnable d'admettre qu'il y a eu des malentendus à propos de la TSD et de chercher à les comprendre. Mais il me semble que plus largement il y a des malentendus à propos de la didactique des mathématiques. Ces derniers invitent à s'interroger sur les conditions de diffusion des travaux didactiques vers l'enseignement, dans plusieurs directions :

- celle de la diffusion vers la noosphère qui a une incidence sur les textes officiels et les formations assurées par les formateurs de l'Éducation nationale ;
- celle de la diffusion vers les formateurs des enseignants, par exemple à travers des ressources (ERMEL) ou des lieux de formation (Copirelem, Corfem en particulier) ;
- celle de la diffusion vers les enseignants (formation initiale ou continue, groupes IREM, travaux collaboratifs et en particulier ingénieries de seconde génération, ressources pour les enseignants).

En ce qui concerne l'enseignement primaire, il me semble particulièrement intéressant d'étudier l'évolution des ressources ERMEL. En effet, elles constituent des références pour les formateurs de professeurs des écoles ainsi que pour certains enseignants et jouent, à ce titre, un rôle important dans la diffusion des travaux didactiques.

Considérons d'abord l'édition de 1981 - 1982 (1981 pour le tome 1 et 1982 pour les tomes 2 et 3) qui constitue à la fois « un bilan de recherche et un manuel de travail pour les maîtres » (ERMEL CM, tome 1, 1981, p. 6). Le chapitre « objectifs généraux » débute par une partie intitulée « Les activités mathématiques à l'école élémentaire » dans laquelle les auteurs visent à faire comprendre ce que l'on peut qualifier d'activité mathématique et ce qui ne peut pas l'être à partir d'exemples. Ils indiquent d'abord que cela ne correspond pas à « tout ce qui se fait en classe dans la séance de mathématiques » (ibid., p. 9) et qu'ils préfèrent une « définition plus stricte » :

«[...] il n'y a activité mathématique que s'il y a production d'un langage, élaboration de modèles, transformation d'écritures. Dans ce cas, le temps consacré à l'activité mathématique est considérablement réduit. En effet, une très grande partie du temps de la séance de mathématiques est consacrée à des observations, à des manipulations, à des expériences qui préparent l'activité mathématique ultérieure. » (ibid., 1981, p. 9).

Cette définition peut laisser penser qu'il n'y a pas de continuité entre le temps de manipulation, d'expérience et celui de l'activité mathématique au cours de laquelle il y a élaboration de modèles. En particulier, elle ne donne pas de place aux modèles implicites qui sont construits

au cours des situations d'action. Les exemples donnés par la suite illustrent la continuité dans la manipulation et l'élaboration du modèle mais cela est-il suffisant ? :

« Comment reconnaître les hexaminos qui sont des patrons de cube ?

1. On donne aux enfants des hexaminos (...) découpés (...). On leur demande de déterminer parmi tous les hexaminos proposés, ceux qui sont les patrons d'un cube. Les enfants peuvent faire des essais, plier, « scotcher » pour tenter de réaliser un cube. Cette méthode leur permet de repérer les patrons qui ne conviennent pas et donc de répondre à la question posée. Nous pensons que si on en reste là, il n'y a pas eu « mathématiques ». Il faut pour cela, aller plus loin.

2. On donne aux enfants une feuille photocopie sur laquelle sont dessinés plusieurs hexaminos et on leur pose la même question, mais cette fois sans qu'ils aient la possibilité de découper et de manipuler. Les enfants, s'appuyant sur leurs expériences précédentes, doivent alors anticiper la réalisation du cube. Ils devront expliquer, lors d'un travail de groupe par exemple, pourquoi ils ont éliminé certaines configurations et en ont retenu d'autres. Les justifications données seront ici exprimées en langage naturel.

3. Après une synthèse et une discussion générale, on peut chercher à faire expliciter par les enfants les règles qui permettent de décider si un hexamino est un patron de cube ou non. Dans cette nouvelle situation il n'y a donc « mathématiques » qu'à partir de la 2<sup>o</sup> phase, dès lors que sont explicitées des relations qui permettent de prévoir des résultats sans pliage, ni découpage.

L'explicitation du modèle se fait ici dans le langage naturel. Cet exemple permet de dire que s'il doit y avoir élaboration d'un modèle, ce n'est pas toujours du modèle le plus général, ici inaccessible aux enfants, et son explicitation ne sera pas nécessairement très formalisée. Ce qui compte est qu'à l'occasion de telles activités les enfants comprennent que l'intérêt du langage mathématique, l'intérêt des modèles construits réside dans la possibilité de faire des prévisions relativement à une situation donnée. Alors langage et modèle apparaissent comme des outils extrêmement puissants et efficaces qu'il est très utile, voire indispensable de maîtriser. » (ibid., p. 11).

Deux autres points me questionnent dans cette proposition. D'abord, l'objectif en termes de savoir de cette mise en activité des élèves n'est pas précisé. Or les travaux didactiques, et en particulier, la TSD reposent sur des analyses épistémologiques pour identifier, précisément, les savoirs à construire. Ainsi, l'exemple donné peut être mal compris et donner l'impression que l'important est de mettre en activité, sans se soucier des finalités de cette activité en termes d'apprentissage, même si les auteurs indiquent plus loin :

« Quelle place donnée à l'activité des élèves dans la construction du savoir ? La participation active des élèves à l'élaboration de leurs connaissances est un des points fondamentaux de notre conception de l'apprentissage. Cependant, de même qu'il ne suffit pas qu'il y ait manipulation de matériels multibases pour qu'il y ait acquisition des règles de la numération, de même la participation de l'enfant ne doit pas être conçue comme une fin en soi. Elle doit être orientée, finalisée par la tâche à réaliser, la notion à construire. » (ibid., p. 23).

Ensuite, le travail de groupe y est présenté comme le lieu où s'élabore des explications et des justifications, en réponse à des demandes d'explication du maître et non en réponse à des nécessités de la situation comme le propose la TSD avec les situations de formulation. Je vous renvoie à ce sujet à la course à 20 (Brousseau, 1998) ou aux travaux sur la statistique à l'école élémentaire (Brousseau, 2003a). On le voit, les risques de malentendus dans cette transposition sont nombreux.

Après cette première partie, des « objectifs généraux » des éléments de la TSD sont présentés : les situations de formulation, validation et d'action (dans cet ordre !) sont explicitées.

Voyons ce qu'il en est dans l'édition de 2000 pour le CP. Dans la partie intitulée « Approche théorique. Nos conceptions de l'apprentissage », toute référence à la TSD a disparu, même si des textes de Brousseau sont présents dans la bibliographie. Les auteurs explicitent le rôle de la résolution de problème dans la construction des connaissances en référence à leur première hypothèse sur « les façons d'apprendre les mathématiques » :

« De nombreuses connaissances (savoirs, savoir-faire, conceptions, représentations) se construisent et prennent du sens à travers des actions finalisées, c'est-à-dire permettant de résoudre un problème, de répondre à une question, dans une situation que le sujet a pu s'approprier » (ERMEL, CP, 2000, p. 32).

Ils s'appliquent à différencier « action finalisée » et « action » au sens des courants de pédagogie active avant de développer leurs autres hypothèses :

## QUESTIONNEMENT CURRICULAIRE À LA LUMIÈRE DE LA TSD

- « Apprendre se fait aussi dans un contexte d'interactions sociales »
- « Les connaissances ne s'entassent pas, ne s'accumulent pas, elles ne se construisent pas à partir de rien ; leur élaboration est soumise à des ruptures et à des restaurations. On apprend à partir de là, mais aussi contre ce que l'on sait déjà. »
- « Apprendre se fait rarement en une seule fois. Apprendre c'est aussi recommencer, s'entraîner, revenir en arrière, donc répéter, mais répéter en comprenant ce que l'on fait et pourquoi on le fait. » à ce propos les auteurs évoquent la dialectique outil-objet de Douady
- « Une connaissance n'est pleinement opératoire que si elle est mobilisable dans des situations différentes de celles qui ont servi à lui donner naissance. » (ERMEL, CP, 2000, p. 33).

Les auteurs précisent qu'ils ne cherchent pas, dans ce chapitre, « l'exhaustivité sur la question des apprentissages » (ibid., p. 32) et renvoient à la bibliographie et au chapitre « pour en savoir plus » pour des compléments sur des points particuliers. Ce dernier chapitre comprend deux paragraphes : « l'apport de l'épistémologie historique et génétique », « l'apport de la psychologie cognitive ». Toute référence explicite à la TSD a disparu ; les travaux didactiques ne sont pas présentés, ou très peu. Il existe néanmoins, par exemple, des références pour penser un contrat didactique que je qualifierai d'« action finalisée dans un contexte d'interactions sociales ».

On peut s'interroger sur les raisons pour lesquelles les auteurs choisissent cette expression « d'action finalisée ». La TSD propose des situations « fonctionnelles », par opposition à un enseignement formel, avec le sens suivant :

« Rendre fonctionnelle une notion mathématique c'est lui donner un rôle visible dans une décision critique spécifique. Il ne suffit pas qu'elle soit « logique » ou même raisonnable, ou qu'elle découle de ce qu'on sait déjà. Il faut qu'elle soit pertinente, adéquate, opportune, efficace, économique. Pour qu'elle soit le fruit d'une activité mathématique, il faut aussi que des alternatives plausibles lui soient opposables et que son choix soit le résultat d'une anticipation possible. Les conditions choisies pour présider à son apparition doivent laisser assez rapidement entrevoir l'intérêt de l'identifier à cause de la richesse du champ où elle promet d'être utile. » (Brousseau, 2011, p. 3).

Le choix de l'expression « action finalisée » doit-il se comprendre comme une traduction de cette idée ? Je fais l'hypothèse qu'il a été longuement réfléchi par les auteurs et qu'il résulte d'un compromis entre ce que les auteurs estiment raisonnablement pouvoir être compris, sans être trop dénaturé par le lecteur et ce que le lecteur peut accepter de lire. Il est aussi, peut-être, issu d'une négociation avec l'éditeur qui est en général très sensible à la façon dont l'ouvrage pourra être reçu et donc vendu. Il n'empêche, ERMEL est une ressource pour les formateurs IUFM/ESPE/ INSPÉ ainsi que pour les conseillers pédagogiques, et ces choix posent question : est-il impossible de faire comprendre les conditions que la TSD posent pour l'apprentissage des mathématiques dans une ressource ? Autrement dit, à quelles conditions peut-on diffuser ces éléments dans une ressource ? Cette question relève du macro-didactique dans le sens où la ressource joue le rôle de « passeur » entre deux institutions, celle de la recherche et celle de la formation. Pour y répondre, il faudrait mener une étude qui prenne en compte les interactions entre différents champs de recherche et en particulier la didactique des sciences dont une partie des travaux mettent en avant la situation-problème mais avec d'autres exigences et d'autres définitions que celles posées par la TSD ou encore la dialectique outil-objet (Douady, 1987). Il s'agirait aussi de travailler spécifiquement la question de la communication / diffusion des travaux didactiques : comment expliciter sans trop de malentendu aux enseignants les idées et concepts de la didactique des mathématiques ? Pour différentes raisons, nous – les chercheurs-formateurs – avons tendance à rechercher une vulgarisation de ces idées et concepts, probablement en espérant éviter que notre discours soit considéré par les « praticiens » comme « théorique ». Cela nous conduit à les exprimer avec des termes de la profession enseignante plutôt qu'avec des termes scientifiques. Brousseau fait l'hypothèse que les malentendus à propos de la TSD se nichent dans cette vulgarisation :

« Cet effet pourrait être dû aux méprises découlant de l'emploi par les chercheurs et par les enseignants des mêmes termes et des mêmes concepts. Dans leurs rapports avec les enseignants, les chercheurs utilisent leurs termes et leurs concepts professionnels, usent de métaphores et d'exemples dans un langage familier. Ils devraient considérer ces concepts souples et pratiques, mais

inconsistants, comme un objet d'étude mais pas comme un moyen d'étude et surtout pas comme un bon modèle. L'approche scientifique des questions d'enseignement ne peut pas faire l'économie d'un langage spécifique qui devrait être tenu soigneusement distinct du langage et des conceptions ordinaires. Les rapports sociaux nécessaires aux travaux et à la formation ne le permettent pas pour l'instant. » (Brousseau, 2012, p. 122-123).

Brousseau ne propose pas d'outil pour étudier ces phénomènes macro-didactique. L'analyse de la ressource ERMEL que je propose est une analyse menée essentiellement sur la base lexicale, non outillée par des concepts pour modéliser les relations entre les différentes institutions et les contraintes de la circulation des savoirs entre les différentes institutions. L'idée de répertoire avancée par Brousseau et utilisée par Comin (2002) et Gibel (2004) me semble un outil à transposer pour une étude de ce type, j'y reviendrai.

### *3. L'évolution de l'enseignement de la proportionnalité et ses conséquences sur l'enseignement primaire*

L'enseignement de la proportionnalité a fait l'objet de plusieurs études didactiques dans les années 90. C'est une notion dont l'apprentissage posait et pose encore problème et il était assez évident que les évolutions importantes dans sa transposition didactique pouvaient être à l'origine de ces difficultés. Des études mobilisant le cadre de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1995) ont fourni des éléments de compréhension de cette évolution et des difficultés repérés dans l'enseignement et l'apprentissage de la notion. En particulier, l'absence d'algèbre des grandeurs (Bosch, 1994 ; Bolea, Bosch & Gascón, 1998) et la disparition de l'enseignement des grandeurs (Hersant, 2001 et 2005) apparaissent comme des éléments déterminants pour expliquer les difficultés. Ces études relèvent plutôt du micro-didactique puisqu'elles ne prennent pas en compte explicitement des relations entre institutions.

Le projet de Comin est en revanche clairement de nature macro-didactique :

« Les difficultés rencontrées par les élèves et les professeurs dans le traitement des questions relatives à la proportionnalité sont des indices de leurs conceptions de cet objet (...). Pour comprendre les raisons de ces difficultés, il est nécessaire de décrire la complexité des structures mathématiques qui constituent l'environnement de la proportionnalité et qui conditionnent son usage, son apprentissage et son enseignement. L'analyse des programmes de collège montre que cette complexité culturelle n'est plus prise en charge dans les nouveaux curriculums. Pour en comprendre les raisons, nous tenterons de mettre en rapport l'évolution des programmes avec l'évolution historique de la notion de proportionnalité et avec l'évolution des relations entre institutions. Et c'est l'étude des contraintes ergonomiques résultant des relations entre institutions — nouveau champ de recherche en matière de diffusion des connaissances — que nous appellerons macro-didactique. » (Comin, 2002, p. 141)

Cette analyse macro-didactique repose sur plusieurs autres, de l'ordre du micro-didactique.

Comin étudie d'abord les conceptions, c'est-à-dire, les points de vue de la proportionnalité chez les élèves à partir d'un questionnaire. Il fait l'hypothèse que leurs connaissances résultent des pratiques et « de découpages dans le corps des savoirs mathématiques » (ibid., p. 142) qui sont soit « liés à l'organisation mathématique » (arithmétique et algèbre), soit « liés à l'étude d'une propriété caractéristique choisie par l'enseignant » (conservation des rapports internes, invariance du rapport externe). Mais les analyses ne mettent pas en évidence de telles conceptions :

« Il semble que les conceptions nées des différents apprentissages restent attachées aux situations qui les ont fait naître et qu'il faille renoncer à l'idée de « conceptions universelles » sur l'ensemble des situations qui relèvent du concept de proportionnalité. Les élèves ne pouvant transférer d'eux-mêmes leurs connaissances d'un milieu à un autre, les conceptions localisées aux situations et aux apprentissages n'évoluent que si les savoirs qu'elles véhiculent sont décontextualisés et institutionnalisés. En particulier, il appartient à l'enseignement d'« homogénéiser » les connaissances de la linéarité en arithmétique et en algèbre. » (ibid., p. 143)

Il étudie ensuite les conceptions des enseignants et travaille en particulier sur le vocabulaire qu'ils emploient pour décrire les relations numériques. Il met ainsi en évidence de nombreux mésusages de termes, sous différentes formes. Cependant, les conceptions des enseignants sont

## QUESTIONNEMENT CURRICULAIRE À LA LUMIÈRE DE LA TSD

« introuvables » (ibid., p. 153). En revanche, Comin montre que leurs savoirs sont parcellisés. Il met en évidence des dysfonctionnements étendus, fortement partagés, rémanents (c'est-à-dire qu'on trouve les mêmes difficultés chez les élèves, les enseignants et les universitaires). Comin associe ces dysfonctionnements à un fait culturel :

« il n'y a pas de maître qui utilise de façon adéquate le vocabulaire de la proportionnalité sur l'ensemble des questions ! Les erreurs observées ne sont pas des caractéristiques de professeurs : elles sont un fait culturel. » (Comin, 2002, p. 154).

Il en cherche les raisons dans les relations entre les institutions, c'est-à-dire au niveau macro-didactique :

« L'évolution historique des connaissances mathématiques a eu des répercussions sur les programmes scolaires et sur les conditions d'enseignement de la proportionnalité. Si les nouveaux curriculums n'apportent pas aux élèves et aux professeurs les moyens de traiter correctement les problèmes qu'ils rencontrent, pourquoi les institutions concernées n'ont-elles pas proposé d'alternative ? Répondre à cette question nécessite une description des relations entre institutions. » (ibid., p. 154).

Pour cela, il lui faut préciser ce qu'il en est, au niveau micro-didactique, de la proportionnalité dans les autres institutions. Il s'intéresse d'abord aux programmes scolaires. Après une caractérisation des différents modèles scolaires de la proportionnalité (méthode des proportions, méthode de réduction à l'unité...) en fonction des cadres (arithmétique de la proportionnalité ou algébrique de la linéarité) et des milieux dans lesquels ils trouvent leur origine, Comin analyse le contenu des programmes. Sa méthodologie repose sur l'étude du vocabulaire utilisé et de sa fréquence dans leur libellé ainsi que sur le repérage des techniques et des milieux dans lesquels ces techniques sont censées agir. Il identifie ainsi quatre contraintes majeures qui ont conduit aux dysfonctionnements observés : « la disparition de l'étude des grandeurs et des rapports et proportions de l'enseignement secondaire ; la difficulté de formuler les problèmes anciens dans les termes nouveaux de l'algèbre ; l'impossibilité de rejeter la linéarité, omniprésente dans l'enseignement ; l'inadaptation du vocabulaire de la proportionnalité pour décrire les relations numériques » (ibid., p. 172). À ce niveau de l'étude, il est encore au niveau micro-didactique, comme les études de Bosch (1994) et Hersant (2001). Il étudie ensuite rapidement l'évolution de la proportionnalité dans la sphère savante. Il relève, classiquement, que la proportionnalité et les proportions ont joué un rôle majeur dans le développement des mathématiques jusqu'au XV<sup>e</sup> siècle mais sont abandonnées avec la construction moderne des nombres et des fonctions et le développement de l'algèbre.

Ces éléments lui permettent d'expliquer, dans une perspective macro-didactique, les régulations ou les non-régulations entre les institutions à propos de la proportionnalité. Cela suppose, comme il l'indique, une hypothèse écologique et économique au niveau de chaque institution et des régulations entre les institutions :

« Chaque institution adapte ses instruments mathématiques aux problèmes qu'elle traite et aux conditions dans lesquelles elle le fait. L'école essaie d'adapter ses pratiques et ses conceptions de la proportionnalité à la nouvelle organisation des savoirs savants tout en assurant la pérennité des connaissances anciennes sous le contrôle de la noosphère. Ces contraintes nous conduisent à formuler l'hypothèse suivante : les dysfonctionnements observés sont l'indice d'une évolution non régulée des rapports entre l'institution savante, l'institution scolaire et la noosphère. » (ibid., pp. 172-173).

Ainsi, explique-t-il, la sphère savante a changé de paradigme pour la proportionnalité et a réussi à imposer les mathématiques modernes à la noosphère et à l'école. La proportionnalité est restée un objet de l'école en raison des interactions de l'institution École avec d'autres institutions (la société par exemple et la nécessité d'enseigner la proportionnalité pour savoir résoudre des problèmes du quotidien) mais la sphère savante et la noosphère ne s'intéressant plus à cet objet n'ont plus assuré de régulation à son égard. L'école a dû effectuer elle-même ces régulations :

« [...] les changements curriculaires se sont faits sur la base de convictions idéologiques générées par une réorganisation des savoirs savants au détriment d'une réflexion sur ce qui est nécessaire à la culture, à la société, à la genèse des premiers savoirs mathématiques. Reste à savoir pourquoi le

système scolaire est resté aveugle aux conséquences de ce choix épistémologique. Pour cela, on prendra en compte deux phénomènes : d'une part, l'évolution d'une institution scolaire ne dépend pas que de son histoire personnelle ; d'autre part, l'enseignement de la proportionnalité est conditionné par les attentes des différentes institutions scolaires et sociétales. » (Ibid., pp. 175- 176).

Dans son travail, Comin mobilise les concepts de milieu et de répertoires pour les études micro-didactiques et pointe les limites de la notion de milieu telle qu'elle est alors définie pour les études macro-didactiques :

« L'étude des répertoires de connaissances d'une institution ne permet pas de décrire les régulations qui s'exercent de l'extérieur : il existe des conditions ergonomiques autres que logiques et fonctionnelles qui régulent les échanges entre institutions. (...) La micro-didactique regarde une connaissance isolée en portant une attention sur ce qu'elle a de spécifique et tente de la modéliser en termes de situations pour la rendre fonctionnelle au sein d'une institution.

Toutefois, l'approche par la structuration du milieu comporte certaines insuffisances. La structuration du milieu permet de décrire le fonctionnement du milieu micro-didactique, c'est-à-dire la relation didactique au sein d'une institution (scolaire). Mais cette analyse du milieu s'arrête au professeur (noosphérique) et ne montre pas les rapports du professeur aux autres institutions scolaires et sociétales. Le milieu micro-didactique ne peut pas décrire les contraintes ergonomiques que les autres institutions exercent sur l'institution au sein de laquelle agit le professeur et qui conditionnent son enseignement (souvent à son insu). On est donc conduit à élargir la notion de milieu pour étudier le fonctionnement des institutions. » (Ibid., pp. 177-178).

Il propose alors de prolonger cette notion pour étudier les phénomènes macro-didactiques :

« Dans le cadre d'activités inter-institutionnelles, le milieu est un objet plus vaste que la situation (Fregona, 1995). C'est un champ de connaissances et de situations qui peuvent être reliées entre elles non seulement par des relations logiques ou fonctionnelles mais aussi par d'autres relations ergonomiques. Un milieu est donc un ensemble de situations et de répertoires de connaissances proches d'un certain point de vue, qui s'établit, au voisinage de savoirs mathématiques reliés par la culture qui les a fabriqués (cadres), par le rapprochement de savoirs et de situations liés par des relations logiques et fonctionnelles, en conservant une proximité avec des connaissances folklorisées fréquemment coprésentes dans certaines situations du milieu, et en intégrant les rapports qu'un individu ou une institution peut établir entre des connaissances et des situations grâce aux moyens que ces connaissances lui apportent. » (Ibid., p. 179).

Ainsi les travaux de Comin proposent des outils et des exemples d'usage de ces outils pour les études macro-didactiques avec le cadre de la TSD. Cependant les études macro-didactiques effectuées avec ce cadre sont, je pense, moins connues que les études micro-didactiques. Elles sont plus récentes, peu nombreuses, ce qui ne donne guère la possibilité de consolider les outils.

#### EN GUISE DE CONCLUSION : OUTILS POSSIBLES POUR LES ÉTUDES MACRO-DIDACTIQUES ET PERSPECTIVES CURRICULAIRES POUR LA TSD

Ce cours m'a permis de revisiter le développement de la TSD depuis son origine sous l'angle d'un questionnement curriculaire à partir de l'identification de trois dynamiques de critique de curriculum, développement d'outils et propositions d'évolution. Ce tour d'horizon permet de mesurer la contribution des travaux effectués avec ce cadre aux questions curriculaires. Il permet aussi de mesurer la contribution possible de la TSD aux questions macro-didactiques et la nécessité d'affiner ces outils pour cela. En guise de conclusion, je propose à cet effet une réflexion sur les outils et le travail qui pourrait être réalisé pour appréhender avec le cadre de la TSD certaines questions macro-didactiques.

##### *1. Contrat didactique*

Dans son étude macro-didactique sur la diffusion des résultats de la TSD et les conditions de possibilités d'apprentissage des mathématiques, Brousseau (2003) mobilise les concepts de glissement métadidactique, contrat didactique et la différence, fondatrice, entre savoir et connaissance. Il évoque aussi des conceptions sur l'enseignement des mathématiques.

L'analyse des ressources pour la formation ou les enseignants ou des programmes pourrait, il me semble, se faire en termes de contrat didactique à condition de préciser comment on peut définir un tel contrat à partir de ces documents. Cette idée de contrat aurait l'avantage, par rapport à celle de conception, de permettre de dépasser potentiellement les « grandes conceptions » de l'enseignement des mathématiques connues. C'est ce que j'ai essayé de faire, trop rapidement, dans la partie précédente et qui m'a amené à conclure à un contrat didactique « d'activité finalisée dans un contexte d'interactions sociales ».

Mais il y a une méthodologie à préciser. Il s'agit d'inférer à partir de l'analyse de documents les hypothèses d'apprentissage des auteurs, qu'elles soient de l'ordre épistémologique (par exemple : prise en compte de la notion d'obstacle au sens de Bachelard), sociale (importance du travail en groupe ou de l'autonomie des élèves), psychologique (le rôle du langage dans les apprentissages) ... et de les relier à des résultats issus des différents champs scientifiques. Ces hypothèses peuvent être explicites ou pas. Il faut alors indiquer comment faire cette inférence. Ces différentes entrées, et j'en oublie certainement, pourraient ainsi constituer des composantes de ce contrat.

Il y a aussi des questions théoriques. Ce contrat didactique serait une sorte de macro-contrat mais il n'est pas inféré de l'analyse des méso et micro-contrat didactiques, il ne prend pas encore réalité dans l'espace d'une classe, il est au niveau des intentions et ne se situe donc pas dans la même institution que le macro-contrat didactique défini dans la partie précédente de ce cours. Cette nuance est importante puisque ce contrat subira le filtre des hypothèses de l'enseignant lui-même. C'est pourquoi il me semble de nature différente. Nous avons donc à faire à deux concepts distincts ; peut-être que le terme de méta-contrat didactique permettrait de rendre compte de cette différence de nature ?

Enfin, je crois qu'il faut aussi s'interroger sur la spécificité de telles analyses : en quoi relèvent-elles de la didactique ? Que peuvent-elles apporter que d'autres analyses de sociologie des savoirs ou de philosophie de l'éducation ne peuvent apporter ? Par exemple, en 1999, Fabre livre une analyse du phénomène d'enseignement par situation-problème en sciences et en mathématiques avec le point de vue d'un philosophe de l'éducation fortement marqué par les travaux de Bachelard. Il identifie bien le hiatus entre la « gestion didactique » et la « gestion pédagogique » de la situation problème :

« Si les didacticiens des sciences et des mathématiques exigent généralement une analyse préalable du savoir à enseigner, la situation-problème peut apparaître seulement comme une autre façon, plus active et plus motivante, de faire le programme, sans que ni la pertinence des concepts à enseigner, ni la teneur épistémologique des problèmes soumis aux élèves ne soient le moins du monde interrogées. » (Fabre, 1999, p. 138).

Il conclut sur l'unité et la diversité des situations-problèmes ainsi que sur les usages sociaux de la situation-problème. Que peut apporter de plus un regard didactique sur ce phénomène macro-didactique ?

## 2. Répertoire et milieu

Lorsqu'il fait l'hypothèse qu'une partie des difficultés provient de l'usage d'un vocabulaire commun mais avec des significations non partagées entre la sphère des chercheurs en didactique et celle des enseignants, Brousseau pointe la question du répertoire de chacune des institutions, sans vraiment définir cette notion. Cette conception relativement naïve de répertoire suffit pour identifier les risques de malentendus entre institutions. Une condition pour éviter les malentendus semble être que le répertoire de l'une permette de comprendre le répertoire de l'autre, ce qui suppose des significations partagées des éléments communs et donc la construction de ces significations partagées à partir d'un répertoire propre à chacun. Il y a là une condition de diffusion des savoirs du didactique ; ce n'est probablement pas la seule.

Comin (2002) définit des répertoires de connaissances propres aux institutions dans lesquels il inclut le vocabulaire utilisé, les connaissances et les modalités d'action, ce qui lui permet de

considérer les répertoires et les milieux propres à chaque institution et d'envisager ensuite les questions relatives aux interactions entre les institutions. Ainsi définie la notion de répertoire permet d'étudier des questions macro-didactiques relatives aux conditions d'apprentissage des mathématiques et aux dispositifs associés ainsi qu'au devenir d'une notion particulière. Dans ce dernier cas, la notion de milieu apparaît comme un outil complémentaire, tandis que dans le premier cas c'est la notion de contrat didactique qui pourrait être intéressante. Ces propositions seraient à éprouver dans des études. Par exemple, à titre d'exercice, on pourrait étudier et définir le méta-contrat didactique proposé par la méthode « méthode heuristique pour l'enseignement des mathématiques » à l'école élémentaire de N. Pinel ou encore par la méthode « Accès » pour l'enseignement à la maternelle puis s'interroger sur les origines de ces contrats et les liens qu'ils ont (ou pas avec) l'institution « recherche en didactiques ». On pourrait aussi travailler sur la démarche d'investigation dans l'enseignement des mathématiques. Comme ces travaux sont proches de ceux réalisés par les sociologues du savoir scolaire, des lectures dans ce domaine seraient probablement éclairantes.

Dans une étude micro-didactique, Gibel (2004) définit le répertoire didactique de la classe comme un ensemble de moyens sémiotiques dont la fonction principale est de « faciliter la communication dans la classe, en donnant à l'élève les moyens de produire ou de retrouver, et donc de mettre en œuvre au moment voulu, une suite d'actions, une formulation ou une justification » (Bloch & Gibel, 2011, p. 205). Il distingue deux types d'objets dans ce répertoire : les énoncés et les organisateurs qui permettent de réactiver des énoncés anciens et de produire des énoncés nouveaux (Ibid., p. 205). Le terme « répertoire » a ici me semble-t-il un sens élargi par rapport à la conception de Comin. L'idée que le répertoire fait système et comprend un système d'organiseurs<sup>2</sup> me paraît particulièrement intéressante pour travailler sur les obstacles aux flux possibles entre l'institution savoirs didactiques (savants) et l'institution scolaire.

### 3. *Quelques perspectives curriculaires avec la TSD*

Pour finir, soyons moins pessimiste que Brousseau quant aux apports de la TSD aux questions curriculaires. En effet, comme je l'ai montré, d'abord, la TSD a contribué à la contre-réforme des mathématiques modernes en se positionnant contre certaines propositions. Ce n'est pas rien. Ensuite, car la TSD propose des outils pour analyser les curriculums. Des travaux de la même veine que ceux déjà réalisés peuvent donc se poursuivre pour venir compléter les savoirs établis.

Certes, la diffusion des idées essentielles de la TSD a pu générer des malentendus importants et lourds de conséquence pour les apprentissages des élèves. Les ingénieries didactiques de première génération ont été, plus ou moins, et avec plus ou moins de réussite, diffusées dans l'enseignement (par exemple celles concernant la disposition des opérations). L'ingénierie micro-didactique ne permet pas de résoudre des problèmes macro-didactiques. Les ingénieries de seconde génération (Perrin-Glorian, 2011) qui comprennent une dimension micro-didactique et, inévitablement, une dimension macro-didactique — puisqu'il semble difficile de faire l'économie de l'étude des conditions de possibilités d'échange entre l'institution « didacticien » et l'institution « école » — devraient permettre d'avancer sur ces questions. Mais, comme l'indique Brousseau les limitations résident plus dans la culture didactique de la société que dans les capacités des élèves (Brousseau, 2011, p. 3). Il s'agit donc de faire évoluer cette culture. À quelles conditions cela peut-il se produire ?

Un premier levier réside, me semble-t-il, dans la façon dont nous présentons nos travaux. Incontestablement, ce que nous observons de façon récurrente dans les classes et en formation d'enseignants renvoie à des phénomènes didactiques. Or, nous le formulons assez peu de cette façon dans nos publications, peut-être parce que c'est pour nous évidence, peut-être aussi car nous sommes embarrassés pour parler de phénomènes à partir de l'observation de cas. Mais

---

<sup>2</sup> Il faut cependant clarifier cette composante et ses relations avec la notion de schème.

## QUESTIONNEMENT CURRICULAIRE À LA LUMIÈRE DE LA TSD

finalement, quand nous sommes dans une classe, nous recueillons des faits que nous conceptualisons en événements didactiques et à partir desquels, par comparaison avec d'autres événements, nous construisons des phénomènes. C'est un fonctionnement normal pour une science sociale. Cela me semble être une condition pour une meilleure compréhension et diffusion de nos travaux.

Par ailleurs, la formation des enseignants est une institution absente dans les travaux mobilisant la TSD. Or, il me semble que c'est un levier majeur. Les conditions actuelles de cette formation, avec la masterisation, ouvrent des possibilités de former au regard didactique et de développer « une connaissance précise et une sensibilité attentive aux variables essentielles de l'élève et de la situation » (Brousseau, 2012, p. 120). Dans chaque INSPÉ, des formations adossées aux travaux didactiques se déroulent. Que peut-on en dire ? Quels phénomènes curriculaires macro-didactiques peut-on identifier à l'articulation des institutions savoirs didactiques savants, école, institution de formation ? Quelles conditions permettent la construction d'un répertoire chez les enseignants débutant, et donc d'un système organisateur, favorable au développement d'un regard didactique sur les situations d'apprentissage mathématique ? Depuis 4 ans, dans le cadre de la recherche « Débuter : quelle activité pour quelle école ? » soutenue par l'ÉSPÉ/INSPÉ de l'académie de Nantes, dans un séminaire annuel, j'essaie de former des PE débutants « au regard didactique en mathématiques ». À partir d'une grille adossée à la TSD et mobilisant explicitement des concepts didactiques qui a une vocation organisatrice de la préparation et de l'analyse des situations réalisées, j'essaie d'acculturer les stagiaires à l'analyse préalable, l'analyse a priori et l'analyse a posteriori, avec un double objectif : qu'ils apprennent à analyser les ressources et se montrent critiques à leur égard lors de leur temps de préparation ; qu'ils apprennent à analyser l'activité mathématique des élèves à partir de vidéos. Tout cela pour rompre avec ce que j'ai appelé dans ce cours « l'activisme ». Ce séminaire qui est associé à des visites de classes et des entretiens permet de mettre au travail des questions comme :

- la différence entre manipulation matérielle et activité mathématique des élèves, surtout à la maternelle (idée que la manipulation ne suffit pas) ;
- la différence entre activité et activité mathématique en lien avec les choix de l'enseignant ;
- le lien étroit entre l'activité de l'enseignant et celle de l'élève ;
- les choix effectués dans les ressources et les hypothèses d'apprentissage qui les sous-tendent ; les fonctions didactiques du matériel (pour la validation, pour poser le problème...) et celles des différentes phases de la situation (Hersant, 2020).

Tout cela est certainement assez banal mais j'ai l'impression que certains étudiants se sont approprié cette grille et la mobilise de façon routinière. Mais évidemment, cela n'est pas révolutionnaire, d'autant qu'ils peuvent se sentir tiraillés entre ce point de vue et celui exposé par les titulaires de leurs classes ou leur PEMF.

Enfin, je n'ai pas parlé ni des assortiments didactiques (Esmenjaud-Genestoux, 2000), ni de la question de l'évaluation. Brousseau (2011) parle de cette dernière comme une « nervure » au sens où cela nourrit et soutient la feuille. Dans les brochures de l'IREM de Bordeaux sur les décimaux, des consignes au style direct sont proposées ainsi que des exercices d'entraînement et des évaluations. Mais cela semble avoir très peu diffusé. Pourquoi ? C'est une question à laquelle il serait intéressant de réfléchir.

## RÉFÉRENCES

- ALLARD C. (2015). *Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire : Le cas de l'enseignement des fractions*. Thèse de doctorat. Université Paris VII.
- ARTIGUE M. (1986). Étude de la dynamique d'une situation de classe : Une approche de la reproductibilité. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 7(1), 5-62.
- BAUTIER E., & RAYOU P. (2009). *Les inégalités d'apprentissage. Programmes, pratiques et malentendus scolaires*. Éducation et société. Presses Universitaires de France.

- BESSOT A. (2002). Formation des enseignants et étude didactique de l'enseignant. In A. Bessot (Ed.), *Actes de la journée scientifique en l'honneur de Claude Comiti*. France. (Vol. 53). Laboratoire Leibniz-IMAG. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01528050/document>
- BESSOT A. (2011). L'ingénierie didactique au cœur de la théorie des situations didactiques. In C. Margolinas et al. (Eds.), *En amont et en aval des ingénieries didactiques. Actes de la 15ème Ecole d'Été de didactique des mathématiques* (pp. 29-56). La Pensée Sauvage.
- BLOCH I. (1999). L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en première scientifique. Détermination d'un milieu - Connaissances et savoirs. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 135-194.
- BLOCH I. (2002). Différents niveaux de modèles de milieu dans la théorie des situations. Recherche d'une dialectique scientifique entre analyses théoriques et contingence. In J.L. Dorier et al. (Eds.), *Actes de la 11è école d'été de didactique des mathématiques ?* (pp. 125-139). La Pensée Sauvage.
- BOLEA M., BOSCH M., & GASCON J. (1998). Le caractère problématique du processus d'algébrisation, Proportionnalité et grandeurs dans l'enseignement obligatoire. In *Actes de la 9ème École d'été de didactique des mathématiques* (pp. 153-159). La Pensée Sauvage.
- BOSCH M. (1994). *La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad*. Thèse de doctorat. Universitat Autònoma de Barcelona.
- BROUSSEAU G. (1968). Structures culturelles de la société industrielle et de l'éducation (*Les cahiers de liaison du CREM*, p. 7). CRDP d'Aquitaine. [http://math.unipa.it/~grim/brousseau\\_macro\\_03.pdf](http://math.unipa.it/~grim/brousseau_macro_03.pdf)
- BROUSSEAU G. (1996). L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. In R. Noirfalise & M.J. Perrin-Glorian (Eds.), *Actes de la 8ème École d'Été de didactique des mathématiques* (pp. 3-46). IREM.
- BROUSSEAU G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La Pensée Sauvage.
- BROUSSEAU G. (2003a). Situations, processus et curriculums en mathématiques. <http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2011/04/03-6-Situations-processus-et-curriculums-en-math%C3%A9matiques.pdf>
- BROUSSEAU G. (2003b). L'enseignement des mathématiques dans la scolarité obligatoire : Micro et Macro—Didactique. *La matematica et la sua didattica*, 1. [http://math.unipa.it/~grim/brousseau\\_macro\\_03.pdf](http://math.unipa.it/~grim/brousseau_macro_03.pdf)
- BROUSSEAU G. (2004). Des dispositifs d'apprentissages aux situations didactiques en mathématiques [Conférence invitée à Genève].
- BROUSSEAU G. (2009). *L'école et la didactique des mathématiques* [Conférence invitée à Sao Polo]. <http://guy-brousseau.com/3205/didactique-des-mathematiques-2009/>
- BROUSSEAU G. (2011a). Commentaires (2011) sur l'allocation de Chypre (2007). *Éducation et didactique* [En ligne], 5(1).
- BROUSSEAU G. (2011b). *Introduction à l'étude de phénomènes macro-didactiques. Dossier 10*. <https://guy-brousseau.com/2084/dossier-n%C2%B09-introduction-a-letude-de-phenomenes-macro-didactiques/>
- BROUSSEAU G. (2012). Des dispositifs Piagétiens... aux situations didactiques. *Éducation et didactique*, 6 (2), 103-129. <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.1475>
- BROUSSEAU G., & CENTENO J. (1991). La mémoire du système didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11(2-3), 167-210.
- CHEVALLARD Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- CHOQUET C. (2014). *Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts au cycle 3*. Thèse de doctorat. Université de Nantes.
- COMIN E. (2002). L'enseignement de la proportionnalité à l'école et au collège. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2-3), 135-182.
- COMITI C. (2002). À la recherche d'une modélisation de l'enseignant. Brève histoire de dix ans de réflexion sur la question de l'enseignant et de la modélisation de ses pratiques ou L'évolution d'une problématique, en relation avec le développement des avancées théoriques de la didactique des mathématiques. *Formation des enseignants et étude didactique de l'enseignant*, 37-62.
- COMITI C., & GRENIER D. (1996). Étude de quelques phénomènes typiques de l'activité didactique. In R. Noirfalise, & M.J. Perrin-Glorian, *Actes de la 8ème École d'Été de didactique des mathématiques* (pp. 57-65). IREM.
- COMITI C., & GRENIER D. (1997). Régulations didactiques et changements de contrats. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 17(3), 81-102.
- COMITI C., GRENIER D., & MARGOLINAS C. (1995). Niveaux de connaissances en jeu lors d'interactions en situation de classes et modélisation de phénomènes didactiques. In G. Arzac, J. Gréa, D. Grenier, & A. Tiberghien (Eds.), *Différents types de savoirs et leur articulation* (pp. 92-113). La Pensée Sauvage.
- DOUADY R. (1987). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 5-31.
- ESMENJAUD-GENESTOUX F. (2000). *Fonctionnement didactique du milieu culturel et familial dans la régulation des apprentissages scolaires en mathématiques*. Thèse de doctorat. Université de Bordeaux-I.
- FABRE M. (1999). *Situations-problèmes et savoir scolaire*. Éducation et société. Presses Universitaires de France.
- HERSANT M. (2001). *Interactions didactiques et pratiques d'enseignement, le cas de la proportionnalité au collège*. Thèse de doctorat. Paris 7.
- HERSANT M. (2004). Caractérisation d'une pratique d'enseignement des mathématiques, le cours dialogué. *Canadian Journal of Sciences, Mathematics and Technologies Education*, 4(2), 241-258.
- HERSANT M. (2005). La proportionnalité dans l'enseignement obligatoire en France, d'hier à aujourd'hui. *Repères IREM*, 59, 5-41.
- HERSANT M. (2008). Problèmes pour chercher : Des conduites de classes spécifiques. *Grand N*, 81, 57-75.
- HERSANT M. (2010a). *Empirisme et rationalité à l'école élémentaire, vers la preuve au cycle 3*. Habilitation à Diriger des recherches (Mémoire de recherche), Université de Nantes. <https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01777604>
- HERSANT M. (2010b). *Le couple (contrat didactique, milieu) et les conditions de la rencontre avec le savoir : De l'analyse de séquences ordinaires au développement de situations didactiques*. Habilitation à diriger des recherches (Note de synthèse des travaux), Université de Nantes.

## QUESTIONNEMENT CURRICULAIRE À LA LUMIÈRE DE LA TSD

- HERSANT M. (2013). Le contrat didactique et l'organisation de la rencontre des élèves avec le savoir. In M. Hersant & C. Morin (Eds.), *Pratiques enseignantes en mathématiques : Expérience, savoirs et normes* (p. 292). Presses Universitaires de Bordeaux.
- HERSANT M. (2014). Facette épistémologique et facette sociale du contrat didactique : Une distinction pour mieux caractériser la relation contrat didactique milieu, l'action de l'enseignant et l'activité potentielle des élèves. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(1), 9-31.
- HERSANT M. (2020). Pratiques de débutants en mathématiques en maternelle : matérialité des situations et chronologie. *Revue française de pédagogie*, 208, 17-30.
- HERSANT M., & MORIN C. (2013). *Pratiques enseignantes en mathématiques : Expérience, savoir et normes*. Presses Universitaires de Bordeaux.
- HERSANT M., & PERRIN-GLORIAN M.-J. (2005). Characterization of an ordinary teaching practice with the help of the theory of didactic situations. *Educational Studies in Mathematics*, 59(1), 113-151.
- HERSANT M., & THOMAS Y. (2009). Quels savoirs mathématiques dans les problèmes pour chercher à l'école élémentaire ? Le cas de problèmes d'optimisation au cycle 3. *Actes du 35<sup>e</sup> colloque de la Copirelem. Enseigner les mathématiques à l'école : où est le problème ?* Bombannes.
- LAPARRA M., & MARGOLINAS C. (2016). *Les premiers apprentissages scolaires à la loupe—Des liens entre énumération, oralité et littératie*. De Boeck Education.
- MANGIANTE-ORSOLA C., & PERRIN-GLORIAN M. J. (2017). Ingénierie didactique de développement en géométrie au cycle 3 dans le cadre du LéA Valenciennes—Denain. In T. Barrier et C. Chambris (Eds.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques de 2016* (pp. 35-57). ARDM.
- MARGOLINAS C. (1993). *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques*. La Pensée Sauvage.
- MARGOLINAS C. (1995). La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori de situations. In C. Margolinas (Ed.), *Les débats en didactique des mathématiques, annales 1993-1994* (pp. 89-103). La Pensée Sauvage.
- MARGOLINAS C. (2004). *Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques*. Habilitation à diriger des recherches. Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand.
- MATHE A.-C., BARRIER T., & PERRIN-GLORIAN M. J. (2020). *Enseigner la géométrie élémentaire. Enjeux, ruptures et continuités*. L'Hamattan.
- PERRIN-GLORIAN M. J. (2011). L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche et de l'enseignement. Développement des ressources et formation des enseignants. In C. Margolinas et al. (Eds.), *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (pp. 57-78). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- PERRIN-GLORIAN M. J., & HERSANT M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23(2), 217-276.
- ROBERT A., & ROGALSKI J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : Une double approche. *Canadian Journal of Sciences, Mathematics and Technologies Education*, 2(4), 505-528.
- ROEGIER, X. (2000). *Une pédagogie de l'intégration*. Brussels: De Boeck.

## ANNEXE 1 : EXTRAITS DES PROGRAMMES DE 1978

« Au cycle élémentaire encore plus qu'au cycle préparatoire, les activités mathématiques quelles qu'elles soient doivent entre autres choses permettre aux enfants de développer des attitudes de recherche. C'est pourquoi on privilégiera les démarches pédagogiques à travers lesquelles les élèves sont toujours confrontés à des situations qu'ils doivent traiter. Il peut s'agir de situations conçues et proposées par l'enseignant qui exigent, soit l'introduction de nouvelles notions ou de nouvelles techniques, soit le réinvestissement de notions ou de techniques travaillées antérieurement dans des situations différentes. Chaque situation constitue alors un point de départ qui motive psychologiquement et légitime intellectuellement la construction par l'enfant de nouveaux apprentissages et une étape qui permet de vérifier de quels outils les élèves disposent effectivement. Mais il peut également s'agir de "situations problèmes" beaucoup plus ouvertes, élaborées par l'enseignant ou par les élèves à propos desquelles la recherche peut s'exercer dans de multiples directions. Ainsi les apprentissages strictement mathématiques effectués dans la tranche horaire prévue à cet effet doivent permettre aux élèves d'exercer leur imagination et leur raisonnement tout autant que les situations complexes construites dans le cadre d'autres activités, en particulier les activités d'éveil, où l'outil mathématique peut être requis en raison de son efficacité.

Enfin de telles démarches trouveront tout leur sens dans le travail collectif ou le travail de groupe qui (plus aisément que le travail individuel) contraint les enfants à expliciter leurs objectifs et les étapes de leur recherche, à valider leurs résultats, à communiquer leurs procédures de travail. Ce sera l'occasion pour la classe de s'approprier activement le raisonnement et le langage mathématique, l'occasion pour l'enseignant de percevoir non seulement les réussites et les échecs mais aussi ce qui les produit. »

## ANNEXE 2 : EXTRAITS DES PROGRAMMES DE MATERNELLE 2015

L'enseignant met en place dans sa classe des situations d'apprentissage variées : jeu, résolution de problèmes, entraînements, etc. et les choisit selon les besoins du groupe classe et ceux de chaque enfant. Dans tous les cas et notamment avec les petits, il donne une place importante à l'observation et à l'imitation des autres enfants et des adultes. Il favorise les interactions entre enfants et crée les conditions d'une attention partagée, la prise en compte du point de vue de l'autre en visant l'insertion dans une communauté d'apprentissage. Il développe leur capacité à interagir à travers des projets, pour réaliser des productions adaptées à leurs possibilités. Il sait utiliser les supports numériques qui, comme les autres supports, ont leur place à l'école maternelle à condition que les objectifs et leurs modalités d'usage soient mis au service d'une activité d'apprentissage. Dans tous les cas, les situations inscrites dans un vécu commun sont préférables aux exercices formels proposés sous forme de fiches. »