



**HAL**  
open science

## Amélioration de la modélisation de la propagation des ondes ultrasonores dans les milieux diphasiques

Mathieu Rossat, Gilles Corneloup, V. Garnier, J.F. Chaix

► **To cite this version:**

Mathieu Rossat, Gilles Corneloup, V. Garnier, J.F. Chaix. Amélioration de la modélisation de la propagation des ondes ultrasonores dans les milieux diphasiques. CFM 2007 - 18ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2007, Grenoble, France. hal-03324080

**HAL Id: hal-03324080**

**<https://hal.science/hal-03324080v1>**

Submitted on 23 Aug 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Amélioration de la modélisation de la propagation des ondes ultrasonores dans les milieux diphasiques

M. Rossat, G. Corneloup, V. Garnier, J.F. Chaix

Laboratoire de Caractérisation Non Destructive – IUT – Av Gaston Berger – 13625 Aix en Provence –  
Tél. 04 42 93 90 55 – Fax. 04 42 93 90 84  
rossat@iut.univ-aix.fr, corneloup@iut.univ-aix.fr, garnier@iut.univ-aix.fr,  
chaix@iut.univ-aix.fr

### Résumé :

*Les ondes ultrasonores sont souvent utilisées sur site en génie civil pour le contrôle de l'endommagement du béton. La mise en œuvre des essais et l'analyse des résultats voire l'inversion du problème nécessitent une bonne connaissance des phénomènes de propagation. En effet, celles-ci demandent une bonne maîtrise des interactions des ondes dans le milieu avec les diffuseurs que sont les granulats, les porosités et les fissures.*

*La diffusion multiple et spatiale des ultrasons est liée à la taille et à la forme des obstacles. Les travaux présentés montrent la possibilité de prendre en compte cette diffusion multiple par des modèles d'homogénéisation. Les dernières avancées de l'étude sur des sphères dans un milieu solide sont proposées, ainsi que le travail en cours sur la prise en compte d'une géométrie plus réaliste et plus proche des fissures réelles : le sphéroïde. Les vérifications expérimentales se feront dans des éprouvettes composées de billes de verres dans une matrice de ciment.*

### Abstract :

*To check up concrete structures 'in situ' engineers often employ ultrasonic waves. The implementation of tests and analysis of results even inversion of the problem need good knowledge about propagation phenomena. These phenomena require understanding interaction between ultrasonic waves and scatters, like granular, porosity and cracks. This defect can come from fabrication or mechanical damage.*

*The size and the shape of obstacle have an influence on the spatial scattering of ultrasonic waves. We propose to show you the possible using multiple scattering in homogeneous models of propagation and the last work on a sphere in a hard media. Our objective is to bring obstacle geometries closer to the reality. Consequently, we study spheroidal scatters with various aspect ratios.*

### Mots-clefs :

### Homogénéisation, Diffusion multiple, Waterman Truell

## 1 Introduction

La Caractérisation Non Destructive des milieux hétérogènes joue un rôle primordial dans la pérennisation des structures du génie civil. L'estimation de leur potentiel de vie restant, permettrait d'améliorer la qualité et la sécurité et de prolonger leur conformité. Elle donnerait accès à des méthodes de prédiction des risques et donc à une meilleure gestion des investissements. Il est de ce fait important de mettre en œuvre des techniques performantes et adaptées au contrôle des structures.

Pour cela, les ultrasons, la radiographie, l'impact écho, le radar... sont autant de techniques qui permettent de déterminer les caractéristiques d'un milieu souvent très hétérogène. Il apparaît cependant que les plus porteuses d'informations semblent être celles qui exploitent les ondes ultrasonores. Comme toutes les techniques de contrôle non destructif, il est nécessaire de relier les grandeurs observables, la vitesse et l'atténuation des ondes ultrasonores, aux évolutions du matériau. Ceci justifie le besoin de modéliser dans un premier temps le problème direct de propagation de l'onde ultrasonore dans le béton.

La thèse de Chaix (2003) sur le contrôle de l'endommagement thermique du béton au sein du Laboratoire de Caractérisation Non Destructive s'appuie sur une description des granulats par des sphères de roche mais aussi sur une représentation des fissures, générées lors d'un endommagement, par des sphères d'air équivalente. Les résultats numériques obtenus sur des échantillons de béton contenant des billes de polystyrène pour simuler l'endommagement, donne des résultats très proches de l'expérience. Il a été montré un comportement systématique de l'évolution de la vitesse de phase en fonction de la fréquence qui est lié au taux de diffuseurs et à leurs dimensions. Cependant lorsque l'on veut décrire le matériau béton de base (matrice, granulats solides et fissures) par le modèle de Waterman Truell, les résultats numériques ne sont qu'en accord qualitatif avec les résultats expérimentaux. Ce modèle permet de prendre en compte des diffuseurs de différentes natures, tailles et géométries dans une matrice solide.

L'objectif est de modéliser les effets de fissures et autres pathologies sur la propagation des ondes. Nous cherchons donc à faire le lien entre la microstructure et les caractéristiques mécaniques.

## 2 Diffusion des ondes ultrasonores

La propagation des ondes ultrasonores dans les milieux hétérogènes amène à une atténuation et à une dispersion spatiale d'une partie de l'onde incidente. D'une manière générale, on peut considérer le milieu à caractériser comme un filtre fréquentiel affectant phase et amplitude de l'onde ultrasonore émise (Vander Meulen 2000). Il en résulte un phénomène rencontré lors de la propagation des ondes ultrasonores dans un milieu hétérogène : la diffusion. Nous l'évaluerons par la mesure et la modélisation de la vitesse et de l'atténuation.

Ishimaru (1978) synthétise les principales études concernant la diffusion des ondes dans les milieux aléatoires et propose les équations à la base des phénomènes rencontrés (figure 1).

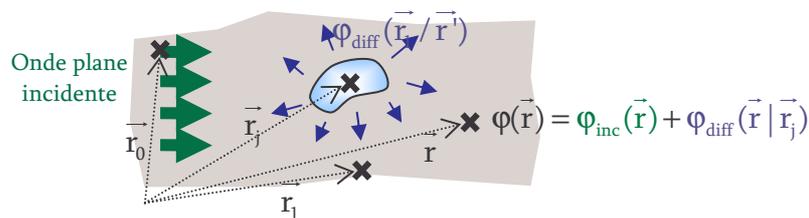


FIG. 1 - DIFFUSION SUR UN OBSTACLE

Dans le cas de plusieurs obstacles, l'onde est diffusée plusieurs fois (figure 2). A partir de cela nous pouvons étudier la diffusion simple (prise en compte des ondes diffusées une fois sur chaque diffuseur) et la diffusion multiple (prise en compte des ondes diffusées plusieurs fois).

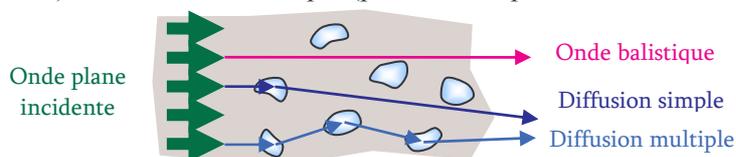


FIG. 2 - DIFFUSION SIMPLE ET MULTIPLE

Born propose de travailler en diffusion simple. Cette approximation n'est valable que pour des milieux faiblement chargés en diffuseurs (de l'ordre de 5%). Il est donc essentiel dans le cas des milieux fortement hétérogènes comme le béton d'utiliser la diffusion multiple. De nombreux auteurs, comme Foldy (1945), Waterman (1961) et Fikioris (1964), proposent des modèles d'homogénéisation dynamiques adaptés dans lesquels on ne considérera pas une distribution spatiale des diffuseurs mais un ensemble de distribution dont on extrait des caractéristiques moyennes.

### 3 Diffusion par un obstacle

#### 3.1 Formalisme de la T-Matrice

Varadan (1979) et Waterman (1961) traitent la diffusion des ondes longitudinales et transversales sur tout le domaine fréquentiel pour une grande variété d'obstacle (différents types, natures et géométries) en utilisant le formalisme de la T-Matrice.

Le champ de déplacement total dans la matrice est défini par :

$$(1) \quad \vec{u}^1(\vec{r}) = \vec{u}^1_{\text{inc}}(\vec{r}) + \vec{u}^1_{\text{diff}}(\vec{r})$$

Le champ de déplacement incident et diffusé sont définis dans la matrice par les équations :

$$(2) \quad \vec{u}^1_{\text{inc}}(\vec{r}) = \sum_{\sigma=1}^2 \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^p \left[ a_{pq}^{\sigma} \cdot \text{Re} \left[ \overline{\varphi_{pq}^{1\sigma}}(\vec{r}) \right] + b_{pq}^{\sigma} \cdot \text{Re} \left[ \overline{\psi_{pq}^{1\sigma}}(\vec{r}) \right] + c_{pq}^{\sigma} \cdot \text{Re} \left[ \overline{\chi_{pq}^{1\sigma}}(\vec{r}) \right] \right]$$

$$(3) \quad \vec{u}^1_{\text{diff}}(\vec{r}) = \sum_{\sigma=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left[ \alpha_{nm}^{\sigma} \cdot \overline{\varphi_{nm}^{1\sigma}}(\vec{r}) + \beta_{nm}^{\sigma} \cdot \overline{\psi_{nm}^{1\sigma}}(\vec{r}) + \gamma_{nm}^{\sigma} \cdot \overline{\chi_{nm}^{1\sigma}}(\vec{r}) \right]$$

Où a, b, et c sont les coefficients d'expansion du champ incident ; et  $\alpha$ ,  $\beta$ , et  $\gamma$  sont les coefficients d'expansion inconnus du champ diffusé. Ces coefficients inconnus sont reliés aux coefficients connus par l'intermédiaire d'un opérateur linéaire : la T-Matrice :

$$(4) \quad \begin{bmatrix} \alpha_{nm}^{\sigma} \\ \beta_{nm}^{\sigma} \\ \gamma_{nm}^{\sigma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (T^{11})_{nmpq}^{\sigma v} & (T^{12})_{nmpq}^{\sigma v} & (T^{13})_{nmpq}^{\sigma v} \\ (T^{21})_{nmpq}^{\sigma v} & (T^{22})_{nmpq}^{\sigma v} & (T^{23})_{nmpq}^{\sigma v} \\ (T^{31})_{nmpq}^{\sigma v} & (T^{32})_{nmpq}^{\sigma v} & (T^{33})_{nmpq}^{\sigma v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{pq}^v \\ b_{pq}^v \\ c_{pq}^v \end{bmatrix}$$

La T-Matrice dépend de la nature, de la fréquence et de la forme de l'obstacle. Les coefficients de ce tenseur correspondent aux différentes conversions de modes possibles.

#### 3.2 Géométrie des obstacles

L'utilisation de géométrie particulière pour définir les diffuseurs va permettre la simplification des relations. Les symétries des obstacles auront pour effet d'annuler certaines composantes de la T-Matrice.

La propagation des ondes ultrasonores sur un obstacle de type sphérique (figure 3) présente beaucoup d'avantages, notamment pour les calculs. Cette géométrie est représentative des diffuseurs réels que sont les granulats et les fissures dans certaines conditions.

Pour palier ce problème, l'ellipsoïde est une bonne solution. L'ellipsoïde a trois plans de symétrie perpendiculaires avec des sections elliptiques dans chacun d'eux. Dans un premier temps, on l'a choisie tel qu'il y ait deux rayons égaux.

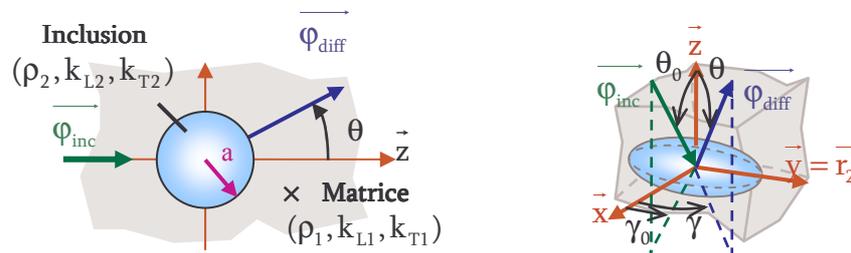


FIG. 3 - DIFFUSION DANS LE CAS D'UNE SPHERE ET D'UN SPHEROÏDE

#### 4. Diffusion par un ensemble d'obstacle : l'homogénéisation

A partir de géométries simples se rapprochant des diffuseurs réels, nous cherchons à modéliser la propagation des ondes ultrasonores dans un milieu dont la répartition des granulats et des fissures est aléatoire. Foldy (1945) a développé une théorie de la diffusion multiple appliquée à

la diffusion isotrope des ondes dans le cas d'une distribution aléatoire d'obstacles. On s'intéresse au comportement du milieu moyen, moyenne de toutes les configurations géométriques autorisées. La théorie des milieux effectifs remplace un milieu hétérogène réel par un milieu homogène équivalent (Figure 4).

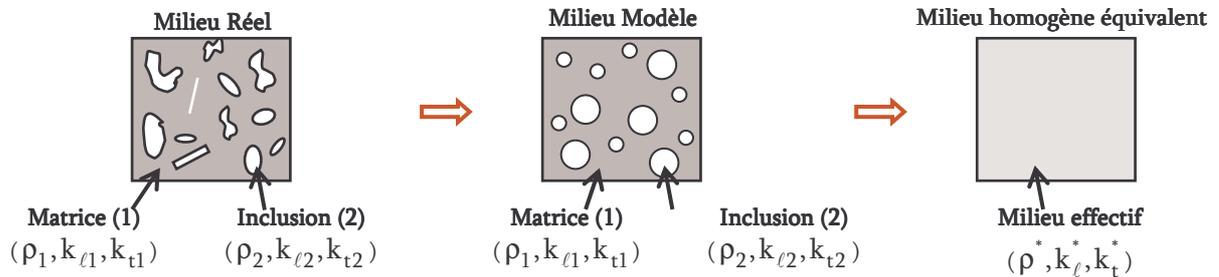


FIG. 4 - MILIEU REEL, MILIEU MODELE ET MILIEU HOMOGENE EQUIVALENT

Poujol (1994) synthétise les différents modèles d'homogénéisation. Il met en évidence que seuls les modèles dynamiques (ou quasi statiques) de diffusion multiple sont adaptés au cas des milieux hétérogènes, notamment grâce à leur domaine fréquentiel plus étendu et à une prise en compte de taux de diffuseurs plus importants (>10%).

Waterman et Truell (1961) proposent un modèle d'homogénéisation simple et efficace. C'est celui retenue pour notre problème. En voici les hypothèses : le milieu diffusant est limité par le plan  $z=0$ , il est semi infini, la densité de diffuseurs est constante dans le milieu, la répartition des diffuseurs est supposée aléatoire, l'onde incidente est une onde plane et l'interpénétration des diffuseurs est impossible.

Pour prendre en compte le cas de plusieurs types ou formes de diffuseurs, Waterman propose de faire la moyenne sur les fonctions de répartitions couplées aux fonctions d'amplitude :

$$(5) \quad \langle f(\theta) \rangle = \int_{\alpha} p(\alpha) f(\theta, \alpha) d\alpha$$

Où  $\alpha$  est le type de diffuseurs et  $p(\alpha)$  une fonction de répartition des types ou formes de diffuseurs. Ceci permet d'obtenir l'expression adapté de la théorie de Waterman et Truell exploitable pour le sphéroïde :

$$(6) \quad \left( \frac{k^*}{k_1} \right)^2 = \left[ 1 + \frac{2\pi n_0 \langle f(0) \rangle}{k_1^2} \right]^2 - \left[ \frac{2\pi n_0 \langle f(\pi) \rangle}{k_1^2} \right]^2$$

où  $k_1$  et  $k^*$  sont respectivement les nombre d'onde de la matrice et du milieu effectif,  $n_0$  est la densité volumique de diffuseurs,  $\langle f(0) \rangle$  la moyenne de ce qui est diffusé vers l'avant et  $\langle f(\pi) \rangle$  la moyenne de ce qui est rétrodiffusé.

## 5. Validations du modèle de propagation en ondes longitudinales

Dans cette partie nous comparons les résultats expérimentaux avec le modèle de Waterman et Truell. Nous nous intéressons à une éprouvette dans laquelle nous avons des billes de verres de 3mm dans l'une (CF\_B3) et de 10mm dans l'autre (CF\_B10) dans une matrice de mortier. L'objectif est de déterminer les limites du modèle d'homogénéisation de WT.

Nous récupérons, pour la modélisation, les informations expérimentales obtenues sur la matrice de mortier, à savoir la vitesse et l'atténuation. Ceci nous donne le nombre d'onde  $k_1$  de la matrice en fonction de la fréquence, nécessaire dans l'expression 6. Nous déterminons également la fonction de diffusion théorique d'une bille de verre de 3mm et de 10mm.

Dans la cas de l'éprouvette CF\_B3, la matrice de l'éprouvette modèle est défini par  $k_1$ , la diffusion vers l'avant  $f(0)$  et la rétrodiffusion  $f(\pi)$  sont connues et la densité  $n_0$  est déterminé à partir de la composition (figure 5).

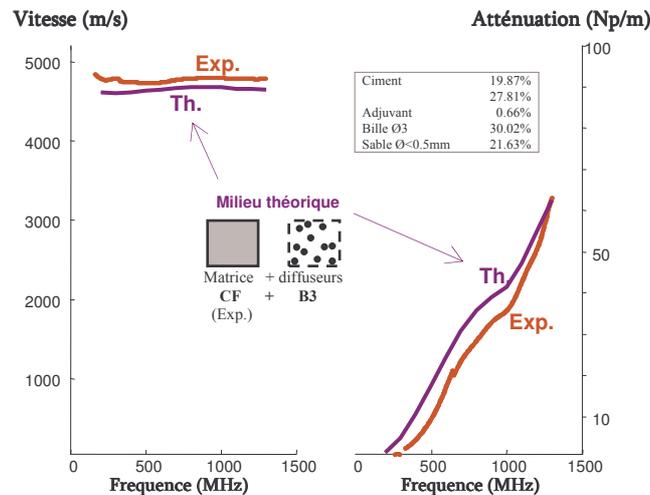


FIG. 5 - VITESSE DE PHASE ET ATTENUATION D'UNE EPROUVETTE DE BETON COMPOSEE DE BILLES DE VERRE DE 3MM (30%) DANS DU MORTIER.

Nous observons que la vitesse et l'atténuation théorique, et la vitesse et l'atténuation expérimentale ont une allure générale très satisfaisant. L'écart maximum entre les courbes est de 100m/s soit 2% pour la vitesse et de 7NP/m soit 17% pour l'atténuation.

De la même manière que précédemment la matrice de l'éprouvette CF\_B10 modèle est défini par  $k_1$ , la diffusion vers l'avant  $f(0)$  et la rétrodiffusion  $f(\pi)$  sont connues et la densité  $n_0$  est déterminé à partir de la composition (figure 6).

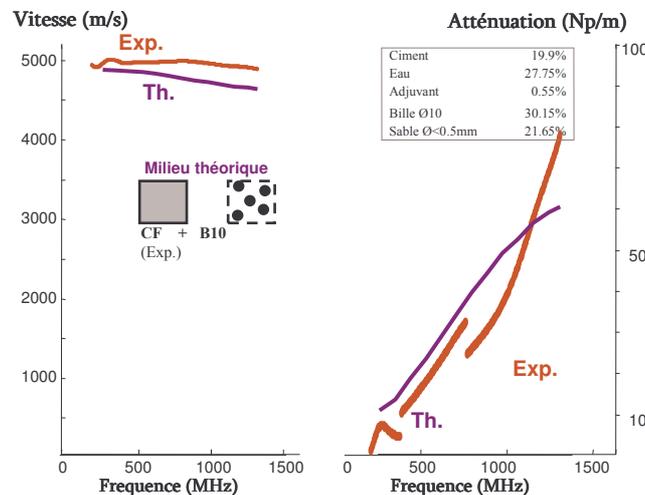


FIG. 6 - VITESSE DE PHASE ET ATTENUATION D'UNE EPROUVETTE DE BETON COMPOSEE DE BILLES DE 10MM (30%) DANS DU MORTIER.

On constate un bon accord en vitesse et atténuation entre théorique et expérimentale. Par contre plus la fréquence augmente, plus l'écart en vitesse est grand. Cependant l'écart maximum est de 250m/s soit 5% pour la vitesse et de 10NP/m soit 21% pour l'atténuation.

Ceci valide le modèle de Waterman et Truell dans le cas de diffuseurs élastiques dans une matrice élastique pour des taux de diffuseurs de l'ordre de 30%.

## 6. Conclusions

Nous avons étudié la diffusion multiple et appliqué celle-ci au cas du béton, milieu fortement hétérogène. Nous avons modélisé et mesuré les variations de vitesses et atténuation.

Le modèle de propagation proposé par Waterman et Truell donne de bon résultats dans le cas de diffuseurs élastiques tels que des billes de verre (jusqu'à 30% au moins) dans une matrice élastique tant en vitesse qu'en atténuation, malgré la discontinuité qui est liée à la réponse des couples de transducteurs, sur la bande fréquentielle de 150kHz à 1300kHz.

Un autre objectif serait de réaliser un lien entre le calcul d'un milieu composé d'obstacles sphéroïdaux et un milieu équivalent composé de sphères. Effectivement, la rapidité des calculs et l'avancé du travail dans ce domaine serait des atouts majeurs pour la description du phénomène de propagation dans un milieu hétérogène.

## References

- J.F. Chaix, Caractérisation non destructive de l'endommagement de bétons - Apport de la multidiffusion ultrasonore, *Thèse de doctorat*, Université de la Méditerranée, 2003,.
- J.G. Fikioris, P.C. Waterman, Multiple scattering of waves - II. Whole corrections in the scalar case, *Journal of Mathematical Physical*, Vol. 5, 1964, pp. 1413-1420.
- L. Foldy, The multiple scattering of waves, *Physical Review*, Vol.67 No3 & 4, 1945, pp. 107-119
- A. Ishimaru, Wave propagation and scattering in random media, Vol. 1&2, *Academic Press*, New York, 1978.
- M. Lax, Multiple scattering of waves, *Review of Modern Physics*, Vol. 23, No. 4, 1951, pp. 287-310.
- M.F. Poujol-Pfefer, Etude de la propagation acoustique dans un milieu inhomogène, application à la caractérisation des fonds sous-marin, Université d'Aix-Marseille II, *Thèse de Doctorat*, 1994.
- F. Vander Meulen, Application des theories de diffusion multiple à la caractérisation ultrasonore des milieux biphasiques, Université François Rabelais de Tours, *Thèse de Doctorat*, 2000.
- V.V. Varadan, V.K. V aradan, Scattering matrix for elastic waves. III. Application to spheroids, *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 65, 1979, pp. 896-905.
- P.C. Waterman, R. Truell, Multiple scattering of waves, *Journal of Mathematical Physics*, Vol. 2, No. 4, 1961, pp. 512-537.
- Fourment, L., Miles, M.P., Bay, F. Carpenter, D. & Chenot, J.L. 1995 Adaptative strategies for the simulation of 2D and 3D forming processes. In *Computational Plasticity. Fundamentals and applications* (ed. D.R.J. Owen & E. Oñate), pp. 395-406. Pineridge Press, Swansea.