



**HAL**  
open science

# Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique pour l'étude des troubles d'apprentissages en mathématiques

Peteers Florence

## ► To cite this version:

Peteers Florence. Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique pour l'étude des troubles d'apprentissages en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2020, 40 (2). hal-03318881

**HAL Id: hal-03318881**

**<https://hal.science/hal-03318881>**

Submitted on 11 Aug 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

APPORTS CROISES DE LA DIDACTIQUE ET DE LA  
COGNITION NUMERIQUE POUR L'ETUDE DES  
TROUBLES DES APPRENTISSAGES EN  
MATHEMATIQUES

Florence Peteers\*

CROSS CONTRIBUTIONS OF DIDACTICS AND NUMERICAL  
COGNITION FOR THE STUDY OF LEARNING DISABILITIES IN  
MATHEMATICS

**Abstract** There are various approaches to learning disabilities in mathematics, with the dominant approach focusing on the cognitive functioning of the individual. However, research in numerical cognition still presents many uncertainties: there is no consensus on a definition, diagnostic criteria are unclear, etc. We then ask ourselves the question of the place and role of didactics of mathematics in this research and how to reconcile approaches (didactic and cognitive) to better understand and support students with this disorder. In this article, we develop a methodology to study the integration of knowledge from didactics of mathematics and numerical cognition about the construction of numbers and its difficulties. This methodology combines these theoretical elements with the analysis of existing tests to assess basic numerical skills in and out of school. The objective is to build a tool for identifying mathematical difficulties in order to establish a student's competency profile that will allow the teacher to implement remedial measures. Moreover, thanks to its particular design (taking into account the specificities of numerical cognition and didactics of mathematics), it makes it possible to establish a common inventory of the child's difficulties that can be used by each of the professionals in charge of the student (teachers and paramedical and medical professionals), thus facilitating their exchanges.

**Key words:** dyscalculia, numerical cognition, learning disabilities, learning difficulties, tests, identification

---

\* Université de Cergy-Pontoise, LDAR, F-95000 Cergy, France,  
Universités de Paris, Artois, Paris-Est Créteil, Rouen  
florence.peteers@u-cergy.fr

## CONTRIBUCIONES CRUZADAS DE LA DIDÁCTICA Y LA COGNICIÓN NUMÉRICA PARA EL ESTUDIO DE LOS TRASTORNOS DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS

**Resumen** – Existen diversos enfoques para estudiar los trastornos del aprendizaje en matemáticas, donde el enfoque dominante está centrado en el funcionamiento cognitivo del individuo. Sin embargo, las investigaciones en cognición numérica aún presentan numerosas incertidumbres : ninguna definición hace llegar a un acuerdo, los criterios de diagnóstico son confusos, etc. Así, nos preguntamos acerca del lugar y el rol de la didáctica de las matemáticas en estas investigaciones, y de la manera de conciliar estos enfoques (didáctico y cognitivo) para comprender y acompañar mejor a los estudiantes que presentan estos trastornos. En este artículo desarrollamos una metodología que tiene por objetivo estudiar la integración de conocimientos de la didáctica de la matemática y de la cognición numérica con respecto a la construcción de número y sus dificultades. Esta metodología articula estos elementos teóricos et de análisis de test destinados a evaluar las competencias numéricas de base, en la escuela y fuera de la escuela. El objetivo es construir un dispositivo de identificación de dificultades en matemática dirigido al establecimiento de un perfil de competencias del estudiante, permitiendo la instalación de remediaciones de parte del profesor. Además, gracias a su concepción particular (teniendo en cuenta las particularidades de la cognición numérica y de la didáctica de las matemáticas), este dispositivo permite establecer un inventario común respecto a las dificultades del niño, de modo que sea explotable por cada uno de los profesionales a cargo del estudiante (profesor, profesionales paramédicos y médicos), facilitando así sus intercambios.

**Palabras-claves:** discalculia, cognición numérica, trastornos del aprendizaje, dificultades del aprendizaje, test, identificación de dificultades.

### RESUME

Il existe diverses approches des troubles des apprentissages en mathématiques, l'approche dominante étant centrée sur le fonctionnement cognitif de l'individu. Cependant, la recherche en cognition numérique présente encore de nombreuses incertitudes : aucune définition ne fait consensus, les critères diagnostiques sont flous, etc. Nous nous posons alors la question de la place et du rôle de la didactique des mathématiques dans ces recherches et de la manière de concilier les approches (didactique et cognitive) pour mieux comprendre et accompagner les élèves présentant ce trouble. Dans cet article, nous développons une méthodologie ayant pour but d'étudier l'intégration des connaissances issues de la didactique des mathématiques et de la cognition numérique à propos de la construction du nombre et de ses

## *Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique*

difficultés. Cette méthodologie articule ces éléments théoriques et l'analyse de tests existants destinés à évaluer les compétences numériques de base à l'école et hors école. L'objectif est de construire un dispositif de repérage des difficultés en mathématiques visant l'établissement d'un profil de compétences de l'élève permettant la mise en place de remédiations par l'enseignant. De plus, grâce à sa conception particulière (tenant compte des spécificités de la cognition numérique et de la didactique des mathématiques), il permet d'établir un inventaire commun des difficultés de l'enfant exploitable par chacun des professionnels en charge de l'élève (enseignant et professionnels paramédicaux et médicaux), facilitant ainsi leurs échanges.

**Mots-Clés** : dyscalculie, cognition numérique, troubles des apprentissages, difficultés d'apprentissage, tests, repérage

## INTRODUCTION

Ces dernières décennies sont clairement marquées, au niveau international, par une augmentation du nombre de recherches dont les objectifs sont tournés vers une meilleure compréhension des troubles spécifiques des apprentissages. Si certains d'entre eux sont aujourd'hui mieux identifiés et pris en charge (comme la dyslexie, par exemple), d'autres font encore l'objet d'études du fait de la complexité de leur repérage et de leur compréhension (Lewis & Fisher, 2016). C'est le cas des « troubles des apprentissages en mathématiques » qui toucheraient de 5 à 10 % des élèves (Szűcs & Goswami, 2013) et seraient persistants dans la scolarité (Geary & al., 2012). Aucune définition du trouble ne fait actuellement consensus au sein des chercheurs en psychologie et neurosciences cognitives (Lewis & Fisher, 2016 ; Szűcs, 2016 ; Verschaffel & al., 2018). De plus, ces définitions sont en constante évolution. En effet, souvent restreintes à des difficultés dans le traitement des quantités numériques et dans le calcul arithmétique (Butterworth, Varma & Laurillard, 2011), un nombre de plus en plus important d'études indique que les troubles des apprentissages en mathématiques sont hétérogènes (Fias, Menon & Szűcs, 2013 ; Karagiannakis & al., 2016) et affectent plusieurs aspects des compétences mathématiques (Kaufmann & al., 2013). Le terme même de « trouble des apprentissages » pose question. En effet, on observe des variations dans la terminologie (« *dyscalculia* », « *mathematical learning difficulties* », « *mathematical learning disabilities* », ...) selon le champ disciplinaire considéré mais également selon les pays (Scherer, Beswick, DeBlois, Healy & Moser Opitz, 2016).

Selon Giroux (2011) et l'INSERM<sup>1</sup> (2007), il est nécessaire de préciser la distinction que l'on peut faire entre une difficulté d'une part et un trouble d'autre part afin de mieux comprendre ce que l'on entend par « trouble des apprentissages en mathématiques ». La difficulté peut être définie comme un écart de performance par rapport à la moyenne, d'origine environnementale, socioculturelle, émotionnelle, pédagogique ou encore liée à un handicap sensoriel ou un retard du développement. Elle est provisoire, contextuelle et peut donc être surmontée. Un trouble consiste également en un écart de performance par rapport à la moyenne mais est, cette fois, associé à une dysfonction cognitive (*American Psychiatric Association*, 2015). Ce qui fait qu'il est résistant et durable. Sur cette base, nous pouvons donc définir les troubles des apprentissages en mathématiques comme un trouble neurodéveloppemental caractérisé par des difficultés persistantes dans les apprentissages en mathématiques, en l'absence de déficit intellectuel et en dépit d'un enseignement approprié à l'âge du sujet (Schwartz, 2017). Cette définition reprend les éléments communs à l'ensemble des définitions données dans la littérature en cognition numérique (Butterworth & Laurillard, 2010 ; Landerl & al., 2004, Butterworth, 2005 ; Shalev & al., 2001). Elle reste cependant très générale au vu des divergences existant dans la littérature notamment concernant les caractéristiques cognitives du trouble (Lewis & Fisher, 2016) et les critères de diagnostic. Malgré le manque de précision, cette définition permet de distinguer les troubles des apprentissages en mathématiques des troubles d'apprentissage au sens large et des difficultés d'apprentissage par leur caractère spécifique aux mathématiques et persistant. Elle sera donc retenue pour les premières considérations didactiques de notre étude.

L'identification des sujets présentant des troubles des apprentissages en mathématiques est cependant problématique car le diagnostic se base essentiellement sur des critères comportementaux et non sur des facteurs biologiques (Giroux, 2011 ; Lewis & Fisher, 2016). Il reste extrêmement difficile de différencier une difficulté qui serait symptomatique d'un trouble d'une difficulté ordinaire dans un système d'enseignement lambda (Heyd-Metzuyanim, 2013).

On retrouve deux approches distinctes concernant les difficultés d'apprentissage spécifiques aux mathématiques

---

<sup>1</sup> Institut national de la santé et de la recherche médicale

## *Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique*

(Giroux, 2011). L'une est centrée sur le fonctionnement cognitif et les caractéristiques propres à l'individu. Elle repose principalement sur les travaux issus des neurosciences et de psychologie (regroupées dans cet article sous le terme de « cognition numérique ») pour lesquelles les difficultés spécifiques en mathématiques seraient liées à un dysfonctionnement cognitif (les difficultés sont donc vues comme manifestation d'un trouble). La seconde approche, caractéristique de la didactique des mathématiques, s'intéresse, quant à elle, aux spécificités du savoir ainsi qu'aux caractéristiques didactiques des situations d'apprentissage. Selon cette approche, les difficultés ne sont pas uniquement dues à un dysfonctionnement propre à l'individu mais il faut également chercher ce qui, dans le rapport de l'élève au savoir et aux situations didactiques, empêche ou favorise l'accès des élèves à la connaissance. Actuellement, la première approche semble dominante dans la recherche. Effectivement, les recherches en cognition numérique concernant les troubles des apprentissages en mathématiques se multiplient et gagnent en popularité dans le monde de l'éducation ainsi que dans le discours public en France et à l'international (Heyd-Metzuyanim, 2013 ; Roiné, 2009).

Cette multiplicité et ce cloisonnement des approches ne sont pas sans conséquence sur le terrain. En effet, de nombreux acteurs gravitent autour des élèves dits dyscalculiques et tous ne s'appuient pas sur les mêmes approches du trouble, les professionnels médicaux et paramédicaux se situant plutôt du côté de la cognition numérique et les enseignants du côté de la didactique compte tenu de leur expertise respective. Le dialogue entre ces acteurs est donc parfois difficile, d'autant plus que le secret médical empêche la diffusion de certaines informations. Cela est particulièrement problématique en ce qui concerne les échanges entre enseignants et orthophonistes qui sont les intervenants majeurs auprès des élèves avec trouble des apprentissages en mathématiques.

## PROBLEMATIQUE

Pour construire notre problématique, nous nous sommes appuyés sur une série d'hypothèses de travail en lien avec les éléments mis en évidence dans l'introduction. Nous avons mis l'accent sur deux approches distinctes des troubles des apprentissages en mathématiques (l'une propre à la didactique des mathématiques et l'autre à la cognition numérique). Nous faisons alors l'hypothèse

qu'il est nécessaire d'interroger les liens et les ruptures entre ces approches pour une meilleure compréhension des apprentissages scolaires en mathématiques. En effet, les travaux en neurosciences et sciences cognitives peuvent apporter des suggestions quant aux pratiques pédagogiques et interventions qui seraient efficaces pour l'apprentissage mais ces travaux doivent être croisés avec ceux de la didactique pour répondre aux situations réelles et complexes de la classe (De Smedt & Grabner, 2016 ; Gardes & Prado, 2016).

Comme nous l'avons signalé précédemment, la différence entre trouble et difficulté n'est pas facile à établir. Nous faisons donc l'hypothèse que certaines difficultés (pouvant être considérées comme les manifestations d'un trouble des apprentissages) peuvent être surmontées par un enseignement mieux adapté. Cette hypothèse a été validée par Baccaglioni-Frank (2017) pour ce qui est des difficultés au niveau des compétences numériques de base chez des élèves italiens âgés de 6 à 8 ans. Le dispositif d'enseignement développé dans le cadre de son étude (axé sur l'internalisation des relations parties/tout en recourant à l'utilisation des mains et des doigts) a, en effet, permis d'améliorer considérablement les performances des élèves aux tests standardisés utilisés lors du diagnostic de la dyscalculie. Cette hypothèse est également renforcée par Heyd-Metzuyanin (2013) qui, dans son étude de cas, a montré l'impact des interactions enseignant-élève dans le développement des difficultés en mathématiques. Toutes les difficultés rencontrées par les élèves en mathématiques ne relèvent donc pas d'un dysfonctionnement cognitif. Il ne s'agit pas de remettre en cause l'existence de troubles des apprentissages mais de renforcer la place et le rôle de l'enseignant dans la prise en charge des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Nous faisons également l'hypothèse que plus l'intervention est réalisée tôt, plus elle est efficace (Gersten, Jordan, & Flojo, 2005). C'est pourquoi, dans le cadre de notre travail, nous nous focaliserons sur la construction du nombre à l'école élémentaire (depuis la maternelle jusqu'à la fin du cours préparatoire) puisque c'est à ce niveau que sont détectables les premières difficultés et éventuels signes d'un trouble des apprentissages en mathématiques.

Enfin, dans le cas de difficultés plus résistantes, nous faisons l'hypothèse qu'un dialogue entre enseignant et professionnels médicaux et paramédicaux est nécessaire pour l'encadrement de l'élève en difficulté. C'est d'ailleurs ce qui est préconisé au

## *Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique*

niveau institutionnel par la circulaire du 8 août 2016 relative à la scolarisation des élèves en situation de handicap.

Dans la thèse (Peteers, 2018), nous avons formulé les questions de recherche suivantes :

- Q1 : Quels sont les points de convergence et de divergence entre didactique des mathématiques et cognition numérique en ce qui concerne la construction du nombre depuis la maternelle jusqu'à la fin du cours préparatoire ?
- Q2 : Comment concevoir un dispositif pouvant être utilisé par l'enseignant dans la mise en place de remédiations mais aussi par l'orthophoniste dans le cas de difficultés persistantes ?

Afin de répondre à cette deuxième question, nous posons deux questions intermédiaires :

- Q2.1 : Quelles tâches (en termes d'habillage et de variables) sont utilisées dans les tests issus de la didactique des mathématiques et de la cognition numérique pour évaluer les compétences numériques de base ?
- Q2.2 : Comment les choisir et les combiner pour construire un dispositif pouvant être utilisé par l'enseignant pour orienter une remédiation ET par les professionnels médicaux et paramédicaux en cas d'échec de la remédiation ?

Pour répondre à ces questions et aboutir à la conception du dispositif souhaité, nous avons mis au point une méthodologie spécifique permettant d'apporter un regard didactique sur les troubles des apprentissages en mathématiques tout en tenant compte des aspects cognitifs qui y sont liés. Nous proposons dans cet article un cadre théorique plus complet que celui développé dans la thèse ainsi qu'une méthodologie légèrement modifiée sur base de ces nouveaux choix théoriques. Les résultats obtenus dans la thèse seront réexaminés selon cette nouvelle approche. Nous terminerons par une discussion des résultats obtenus et proposerons quelques perspectives pour la poursuite du travail.

## CADRES THEORIQUES

Comme nous nous intéressons aux apports respectifs de la didactique des mathématiques et de la cognition numérique quant à la construction du nombre depuis la maternelle jusqu'à la fin du cours préparatoire, nous allons nous appuyer sur des cadres

théoriques issus de ces deux champs de recherche. En didactique, nous définirons le concept de nombre d'après la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1990). Nous explorerons également les modèles de traitement du nombre développés en cognition numérique.

### **Concept de nombre en didactique**

Vergnaud (1990) définit un concept par un triplet : l'ensemble des situations qui donnent sens au concept et problèmes<sup>2</sup> qu'il permet de résoudre, l'ensemble des invariants sur lesquels reposent l'opérationnalité des schèmes et l'ensemble des formes langagières ou non langagières qui permettent de représenter symboliquement le concept. Le concept de nombre peut donc être défini par les situations qui vont donner sens au nombre, les propriétés et procédures qui permettant de travailler avec les nombres et les différentes représentations du nombre.

#### *Problèmes et procédures*

Les nombres sont utilisés dans différents types de problèmes. Ils permettent de se situer dans une liste, de mémoriser sa position dans une suite de cases sur un plateau de jeu, de se repérer dans une rue, ... Dans ces problèmes, c'est l'aspect ordinal du nombre qui est mis en avant. Le nombre est alors considéré comme un moyen de repérer un élément par la position qu'il occupe dans une liste ordonnée d'objets (Margolinas & Wozniak, 2012). Le nombre permet également de répondre à la question : « Combien ? » et d'évoquer une quantité en son absence. Cette fonction fait référence à l'aspect cardinal du nombre. Celui-ci peut alors être défini comme « le représentant de toutes les collections qui lui sont équipotentes, c'est-à-dire de toutes les quantités égales : quatre représente la quantité de toutes les collections équipotentes à la collection des mots-nombres un, deux, trois, quatre » (Margolinas & Wozniak, 2012, p.40).

Plusieurs types de procédures peuvent être utilisés pour exprimer une position ou déterminer le cardinal d'une collection. Certaines méthodes sont déjà disponibles au début de CP, c'est le cas de la correspondance terme à terme qui permet de définir la quantité sans avoir recourt au nombre mais qui reste cependant

---

<sup>2</sup> « Par problème il faut entendre, dans le sens large que lui donne le psychologue, toute situation dans laquelle il faut découvrir des relations, développer des activités d'exploration, d'hypothèse et de vérification, pour produire une solution. » (Vergnaud, 1986, p.22).

limitée. D'autres procédures font quant à elles intervenir le nombre telles que le subitizing (reconnaissance immédiate de petites quantités) pour les petites collections et le dénombrement dans le cas de plus grandes collections. Cette dernière procédure fait notamment intervenir l'énumération qui consiste à considérer une et une seule fois tous les éléments d'une collection (Briand, 1993).

Pour ces différents aspects du nombre et procédures, des situations fondamentales (au sens de Brousseau, 1998) ont été développées dans la littérature en didactique (Briand, Loubet, & Salin, 2004 ; Margolinas & Wozniak, 2012) et des variables<sup>3</sup> de ces situations ont été mises en évidence. Par exemple, la situation « garage – voitures » consistant à associer à chaque voiture un garage (Briand, Loubet, & Salin, 2004) constitue une situation fondamentale du nombre cardinal. Le choix de certaines variables pourra amener l'enfant à développer ses stratégies. En effet, si les collections sont éloignées l'une de l'autre, il devient difficile d'effectuer une correspondance terme à terme, le recours à des procédures plus efficaces, comme le dénombrement, prend alors tout son sens.

Les nombres nous permettent également d'anticiper le résultat d'une action portant sur des quantités ou des positions. En ce qui concerne les problèmes additifs, Vergnaud (1990) a recensé 6 types de relations à partir desquelles peuvent être engendrés tous les problèmes faisant intervenir addition et soustractions. Différentes variables ont également été identifiées. Selon Fayol (1990), c'est généralement la place de l'inconnue qui entraîne le plus de difficultés. La recherche d'un état initial dans un problème de transformation d'une mesure constitue, par exemple, un obstacle qui n'est pas surmonté avant le CE1 tandis que la recherche d'un état final ne pose, en maternelle, aucun problème.

Les procédures permettant de résoudre des problèmes additifs sont nombreuses et variées allant de procédures liées au comptage à des stratégies plus élaborées relevant du calcul. En ce qui concerne ces dernières, Butlen (2007) a notamment répertorié différentes stratégies de résolution (décomposition, passage à la dizaine, ...) dont l'emploi est très contextualisé et varie, entre autres, en fonction du domaine numérique et de la taille relative des nombres.

---

<sup>3</sup> Par variable on entend « variable cognitive, une variable de la situation telle que par le choix de valeurs différentes on peut provoquer des changements de la connaissance optimale» (Brousseau, 1997, p.4).

*Représentations*

Pour représenter les nombres, nous utilisons deux systèmes de numération, l'un écrit en chiffres arabes et l'autre parlé. Notre système de numération écrite est un système positionnel décimal qui repose sur différents principes (les chiffres ont une valeur positionnelle, les groupements sont réguliers, dix symboles suffisent et le zéro marque l'absence de groupement à un certain rang). Notre système de numération parlée est un système langagier qui possède un lexique et une syntaxe propres (Tempier, 2013). Dans ce système, toutes les quantités peuvent être désignées par une concaténation de mots issus d'un lexique restreint (nombres de un à seize, dizaines et puissances de dix).

Ces deux systèmes de numération, écrit et parlé, bien qu'ayant quelques origines communes ont évolué selon des chemins différents et ne se sont pas construits de la même manière. On constate effectivement que pour les nombres inférieurs à cent, la syntaxe de la numération parlée ne permet pas de retrouver la base dix et diffère donc sensiblement du système positionnel d'écritures chiffrées (Mounier, 2010).

Ces différences complexifient le passage d'un code à l'autre. C'est le cas, en particulier, de la transcription des dizaines complexes (« soixante-dix », « quatre-vingt-dix ») qui ont une forme verbale irrégulière donnant lieu à des erreurs du type 80108 pour transcrire « quatre-vingt-dix-huit ». Le transcodage de nombres comportant des zéros est également source de difficultés. En effet, il n'y a pas de mot dans la numération parlée pour signifier l'absence de groupement à un certain rang. Les enfants ont donc tendance à ajouter ou négliger des « 0 » lors du transcodage (« deux cent trois » sera écrit 21003 ou 213).

Outre les problèmes de congruence décrits ci-dessus, la numération parlée possède certaines limites que Tempier (2013, p.16) appelle « limite instrumentale de la numération parlée pour les conversions ». En effet, pour dire 1000, on utilise le mot « mille » et non « dix-cents » qui permettrait de mieux comprendre l'écriture chiffrée. Pour pallier ce problème, Tempier (2013) a défini des désignations intermédiaires entre la numération parlée et écrite qui entrent dans le champ plus large des ostensifs de la numération (utilisation des unités de numérations, puissances de dix, ...).

*Tâches relatives aux différentes composantes*

Pour résumer, en mettant les différents éléments identifiés dans la littérature en didactique concernant le nombre en lien avec

## *Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique*

les programmes officiels et plus précisément aux attendus de fin de maternelle et de fin de CP (Bulletin officiel spécial n°2 du 26 mars 2015 et Bulletin officiel n°22 du 29 mai 2019), nous pouvons identifier un certain nombre de tâches<sup>4</sup> relatives aux différentes composantes de ce concept, qui doivent pouvoir être réalisées par l'enfant (de façon analogue à Charnay, 2013). Au niveau des problèmes faisant intervenir le concept nombre, nous pouvons donc répertorier les tâches suivantes (faisant intervenir des quantités inférieures à 100) :

- Comparer des quantités, des positions
- Construire une collection équipotente à une collection donnée
- Anticiper le résultat d'une action portant sur une quantité ou une position (problèmes du champ additif)
- Repérer une position

Pour réaliser ces tâches, diverses procédures (de quantification ou de calcul) peuvent être utilisées. Les tâches spécifiques à ces procédures sont les suivantes (le domaine numérique étant limité aux nombres inférieurs à 100) :

- Reconnaître de très petites quantités (subitizing)
- Dénombrer une collection
- Calculer (faits numériques, calcul mental et en ligne de sommes et différences)

Nous pouvons également ajouter la tâche « Enumérer une collection » car bien que l'énumération relève d'un curriculum "caché" au sens de Margolinas (Joigneaux, Laparra, & Margolinas, 2012), elle semble jouer un rôle primordial dans le dénombrement mais également dans d'autres apprentissages (Briand, 1999, Margolinas, 2010).

En ce qui concerne les représentations du nombre, nous pouvons identifier les tâches suivantes (le domaine numérique étant limité aux nombres inférieurs à 100):

- Réciter la comptine numérique
- Associer mot-nombre et écriture chiffrée
- Associer un nombre entier à une position sur une demi-droite
- Comparer et ordonner des nombres

---

<sup>4</sup> Cette notion de tâche est à prendre ici au sens défini par Brousseau comme « succession définie d'actions connues, réalisables ou du moins envisagées comme telles, soit par celui qui doit les accomplir, soit par celui qui demande de les accomplir » (Brousseau, 2004, p.3).

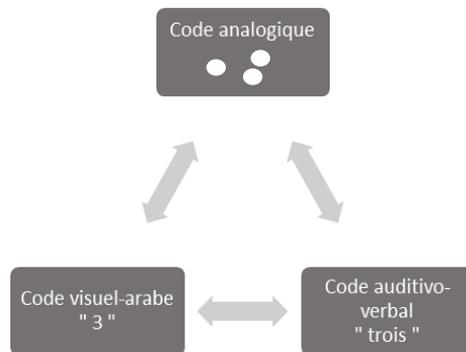
- Associer écritures en unités de numération ou autres ostensifs intermédiaires (au sens de Tempier, 2013) à une écriture chiffrée ou un mot nombre
- Dénombrer une collection groupée

### **Modèles de traitement du nombre en cognition**

En cognition numérique, le travail de Piaget, psychologue développemental, fut le premier à marquer le domaine du nombre (Piaget & Szeminska, 1997) et a été considéré comme théorie de référence pendant de nombreuses années. Entre 1980 et le début du 21<sup>ème</sup> siècle, on observe une rupture avec ce modèle (Fayol, 1985) avec le développement de recherches en neuropsychologie sur l'acalculie (troubles du calcul liés à des lésions cérébrales suggérant l'existence d'un réseau cortical distinct responsable des processus arithmétiques). Les capacités arithmétiques ne sont alors plus considérées comme un phénomène unitaire mais elles sont divisées en composantes élémentaires, chacune constituant un module de traitement autonome (on parle de conception modulaire de l'esprit). Le modèle du triple code (Dehaene & Cohen, 1995) s'inscrit dans ce mouvement. Ce modèle postule l'existence de trois systèmes de représentation mentale des nombres (voir Figure 1) :

- le code auditivo-verbal via lequel les nombres sont représentés par des ensembles de mots ;
- le code visuel-arabe via lequel les nombres sont représentés par des chiffres arabes ;
- le code analogique via lequel les nombres sont représentés de façon non symbolique.

Contrairement aux représentations verbales et arabes qui sont acquises lors de la scolarité, la représentation analogique des quantités serait présente dès la naissance. Les quantités seraient représentées mentalement sous forme d'une ligne numérique mentale et orientée. C'est elle qui permettrait notamment l'estimation ou la comparaison de quantités. Chaque tâche peut impliquer un ou plusieurs codes et différentes procédures de transcodage permettent le passage d'un code à l'autre. De plus, chaque type de représentation peut être associé à des structures cérébrales correspondantes (il s'agit de l'implémentation anatomique du modèle du triple code).



**Figure 1.** – Modèle du triple code (Dehaene & Cohen, 1995)

En plus de ce cadre général, nous avons également listé les habiletés mathématiques relatives au nombre qui ont été traitées en cognition numérique et pour lesquelles des modèles ont été développés pour rendre compte des processus cognitifs en jeu. Nous avons ensuite identifié, sur base de ces modèles, les différentes variables pouvant avoir un impact sur le traitement de l'activité par l'enfant. Ces éléments ne sont pas détaillés dans cet article (voir Peteers, 2018 pour plus de détails).

### **Liens et ruptures entre didactique et cognition numérique**

Si l'on compare les deux champs disciplinaires, on peut constater que certaines procédures ou représentations identifiées en didactique des mathématiques constituent également un objet d'étude en cognition numérique. C'est le cas, par exemple, du dénombrement qui est étudié en didactique (Margolinas & Wozniak, 2012) mais également en cognition numérique (Gelman & Gallistel, 1986) ou encore du calcul (Butlen, 2007 ; Ménissier, 2003). Cependant, les variables associées à ces procédures ne sont pas toujours identiques d'un champ disciplinaire à l'autre. Dans le cas de la résolution de calcul réfléchi, par exemple, les études menées en cognition numérique prennent en compte, en plus des variables communes avec les études issues de la didactique (telles que la taille des opérands, leur écart, ...), des variables extrinsèques comme le temps de présentation des énoncés (Ménissier, 2003).

On retrouve également des éléments spécifiques à chaque champ disciplinaire en particulier. Le traitement des représentations analogiques constitue, par exemple, un objet d'étude spécifique en cognition numérique (Dehaene & Cohen, 1995). En revanche, l'énumération (au sens de Briand, 1999)

constitue une procédure particulièrement étudiée en didactique des mathématiques, ce qui n'est pas le cas en cognition numérique.

Enfin, on peut remarquer que certaines tâches identifiées dans les deux champs peuvent avoir des enjeux différents. En effet, certaines tâches liés à la représentation décimale des nombres lorsqu'on se place dans un cadre didactique (tels que l'association d'un nombre entier à une position sur une demi-droite, par exemple) sont plutôt associés, en cognition numérique, à la maturité des représentations analogiques (voir par exemple Siegler & Booth, 2004). Un même support peut donc avoir des objectifs d'apprentissage différents selon le champs considéré.

## METHODOLOGIE

Dans cette partie, nous décrivons la méthodologie utilisée pour répondre à notre deuxième question de recherche. Nous détaillerons la procédure suivie pour l'analyse des tests destinés à évaluer les compétences numériques de base à l'école et hors école (dans un contexte médicalisé). Nous présenterons également la manière dont nous nous sommes appuyés sur ces analyses et les cadres théoriques précédemment décrits pour concevoir notre dispositif.

### **Analyse des tests**

Dans cette section, nous décrivons la méthode d'élaboration des grilles d'analyse utilisées dans la suite du travail. Nous précisons les critères utilisés pour la sélection des tests et la procédure d'analyse que nous avons adoptée.

#### *Création des grilles d'analyse*

Afin d'identifier et analyser les tâches proposées dans différents tests issus de la didactique ou de la cognition numérique pour évaluer les compétences numériques de base, nous avons conçu une grille d'analyse tenant compte des spécificités de chaque champ disciplinaire. Pour cela, nous avons repris les tâches relatives aux problèmes, procédures et représentations mis en évidence lors de la description du concept de nombre d'un point de vue didactique. Nous avons ensuite complété ces tâches de manière à tenir compte des aspects identifiés en cognition numérique concernant la construction du nombre. Nous avons donc ajouté une autre procédure (estimer de grandes quantités) et

## Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique

une tâche liée à la représentation analogique (comparer rapidement des nuages de points).

Pour chaque tâche, nous avons ensuite répertorié les variables identifiées en didactique et/ou en cognition numérique. Ces variables constituent nos critères d'analyse.

Nous avons ainsi construit trois grilles d'analyse relatives aux trois aspects du concept de nombre (problèmes, procédures et représentations). La Figure 2 présente la grille d'analyse construite pour l'étude des tâches relatives à la composante « Problèmes ». Nous retrouvons les 4 types de tâches identifiées précédemment (comparer des quantités, construire une collection équipotente à une autre, anticiper un résultat et communiquer une position) ainsi que les différents critères d'analyse didactiques et/ou cognitifs.

| Problèmes   |   |  |   |   |
|---|---|--|---|---|
| Comparer des quantités, des positions   | Construire une collection équipotente   | Anticiper un résultat  | Repérer une position  |   |
| <ul style="list-style-type: none"><li>• Caractère +/- identifiable</li><li>• Taille des collections</li><li>• Eloignement</li><li>• Disposition</li><li>• Caractère manipulable</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Taille de la collection</li><li>• Disposition</li><li>• Nature des objets</li><li>• Caractère manipulable</li><li>• Eloignement</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• <u>Type de problème</u></li><li>• <u>Ostensif d'arrivée</u></li><li>• Présence de matériel</li><li>• <u>Tailles relatives des nombres</u></li><li>• <u>Position de l'inconnue</u></li><li>• Résultat visible</li><li>• <u>Place de la question</u></li><li>• <u>Ordre des événements</u></li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>• Nombre d'éléments</li><li>• Contraintes sur l'origine</li></ul> |   |
| <table border="1"><tr><td>Critères didactiques<br/>Critères cognitifs<br/><u>Critères communs</u></td></tr></table>   |   |  |   | Critères didactiques<br>Critères cognitifs<br><u>Critères communs</u> |
| Critères didactiques<br>Critères cognitifs<br><u>Critères communs</u>   |   |  |   |   |

**Figure 2.** – Grille d'analyse des tâches relatives à la composante « Problèmes » (les critères issus de la littérature en didactique sont en noir, ceux issus de la littérature en cognition en gris - absents sur cette figure - et les critères communs sont soulignés)

Par exemple, en ce qui concerne les items nécessitant la comparaison de quantité, nous avons analysé plus spécifiquement les variables suivantes (identifiée en didactique, en faisant référence à Margolinas & Wozniak, 2012) : le caractère plus ou moins identifiable des collections (qui peuvent naturellement être mises en relation), les tailles des collections, le nombre d'éléments à appairer et l'éloignement des collections. Les modèles issus de la cognition numérique ne nous ont, en revanche, fourni aucun critère concernant la comparaison de quantités (non approximative).

Les grilles relatives aux procédures et représentations conçues selon le même procédé sont présentées en annexe (voir Annexe 1). Elles sont les plus exhaustives possible (compte tenu de la littérature étudiée précédemment en didactique des

mathématiques et en cognition numérique) et pourront être amenées à évoluer suite aux analyses des tests existants.

### *Tests sélectionnés*

Les tests ont été sélectionnés sur base de deux critères : l'âge du public auquel ils sont destinés et la diversité des fondements théoriques de l'ensemble de tests. En effet, comme nous nous intéressons à la construction du nombre et à ses difficultés, nous avons choisi de nous concentrer sur des tests permettant l'évaluation d'enfants en fin de CP voire même avant (afin d'analyser également ce qui relèverait de prérequis au niveau qui nous intéresse). Le deuxième critère concerne les cadres théoriques sur lesquels repose la conception des tests. En effet, afin d'identifier les éléments évalués en fonction des différents champs disciplinaires concernés par l'évaluation des difficultés en mathématiques (didactique des mathématiques et cognition numérique), il est nécessaire d'inclure dans notre analyse des tests issus de chacun de ces domaines. Pour cela, nous avons donc choisi des tests diagnostiques utilisés par les professionnels médicaux (notamment les orthophonistes) qui sont majoritairement issus de la cognition numérique ainsi que des tests permettant l'évaluation de l'enfant dans un cadre scolaire élaborés sur base d'éléments issus de la didactique.

Nous nous sommes, dans un premier temps, intéressés aux tests utilisés par les professionnels médicaux et paramédicaux (psychologues, neuropsychologues et orthophonistes) dans le cadre du diagnostic des troubles des apprentissages en mathématiques. Parmi les tests les plus fréquemment utilisés en France (Lafay, St-Pierre & Macoir, 2014) et à l'étranger (Flanagan, 2006), nous avons effectué une sélection répondant à nos deux critères (âge et diversité des fondements théoriques<sup>5</sup>). Nous avons également décidé de choisir des tests variés au niveau de la forme (tests papier-crayons ou informatisés). Sept tests ont été sélectionnés :

- le Zareki-R (Dellatolas & Von Aster, 2006) ;
- le Woodcock-Johnson (Woodcock, Mather & McGrew, 2007) ;

---

<sup>5</sup> Rappelons que nous avons englobé sous le terme « cognition numérique » les travaux issus des sciences cognitives et de la psychologie.

## *Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique*

- l'UDN-II<sup>6</sup> (Meljac & Lemmel, 1999),
- le MathEval (Heremans, 2011) ;
- le Tedi-Math (Van Nieuwenhoven, Grégoire & Noël, 2001) ;
- l'Examath (Lafay & Helloin, 2016) ;
- l'ECPN<sup>7</sup> (de Barbot & al., 1995).

Dans un second temps, nous avons sélectionné une série de tests conçus par des didacticiens des mathématiques et destinés à être utilisés dans le cadre de la recherche ou dans un contexte scolaire. Ces tests permettent donc à l'enseignant ou aux chercheurs de situer les compétences des élèves à différents moments de l'année scolaire (en début d'année pour évaluer les prérequis ou en fin d'année pour évaluer les apprentissages réalisés, par exemple). Les tests sélectionnés sont les suivants :

- l'évaluation du début d'année de CP du dispositif « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 » (Salin & Briand, 1996) ;
- la prise d'information initiale CP de ERMEL (Argaud, Douaire, Emprin, Emprin-Charlotte & Gerdil-Margueron, 2016) ;
- un test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017 (Gardes, 2017) ;
- l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2 (Grapin, Mounier & Sayac, s. d.).

Au total, notre sélection comporte donc 11 tests. Le Tableau 1 présente l'ensemble des champs disciplinaires balayés par notre sélection, suivant l'organisation des domaines de recherche étudiant les troubles des apprentissages en mathématiques de Giroux (2011). Nous constatons que notre sélection répond bien au critère de diversité des fondements théoriques, toutes les disciplines considérées étant représentées dans notre échantillon (les différents champs constitutifs de ce que nous appelons « cognition numérique » et la didactique des mathématiques).

Les tests choisis ont été conçus entre 1995 et 2017. Six tests sont exclusivement destinés à être utilisés par les professionnels du secteur médical ou paramédical (dont les orthophonistes) et servent à objectiver les difficultés des enfants lors du diagnostic des troubles des apprentissages en mathématiques. Quatre tests sont utilisés dans un cadre scolaire et n'ont donc pas de visée

---

<sup>6</sup> Utilisation Du Nombre

<sup>7</sup> Epreuves Conceptuelles de résolution de Problèmes Numériques

diagnostique au sens médical. Il s'agit de tests permettant à l'enseignant (le dispositif « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 » et la prise d'information initiale CP de ERMEL) ou aux chercheurs en didactique (l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2 et le test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017) de situer les compétences des élèves en début ou en fin d'année scolaire. Seul l'ECPN a été conçu à l'usage des professionnels du secteur médical et des enseignants.

| <i>Sciences cognitives</i>              |   | <i>Psychologie<br/>développementale</i> | <i>Didactique des<br/>mathématiques</i> |
|---|---|---|---|
| <i>Neuropsychologie</i>                 | <i>Psychologie<br/>cognitive</i>        |   |   |
| ←----->                                 |   |   |   |
| Fonctionnement cognitif                 |   |   | Fonctionnement du savoir                |
| Traitement symbolique                   |   |   | Contenu de la connaissance              |
| Caractéristiques individuelles          |   |   | Interaction sujet/savoir/milieu         |
| <i>Zareki-R (2006)</i>                  | <i>Woodcock-<br/>Johnson<br/>(2005)</i> | <i>UDN-II (1999)</i>                    | <i>Quatre étapes<br/>(1996)</i>         |
| <hr/>                                   |   |   | <i>ECPN (1995)</i>                      |
| <i>MathEval (2007)</i>                  |   |   | <i>ERMEL (2016)</i>                     |
| <hr/>                                   |   |   | <i>EvalNumC2<br/>(s. d.)</i>            |
| <i>Tedi-Math (2001); Examath (2016)</i> |   |   | <i>Test maternelle<br/>(2017)</i>       |

**Tableau 1.** – Tests analysés<sup>8</sup>

(suivant l'organisation des domaines de recherche étudiant les troubles des apprentissages en mathématiques de Giroux, 2011, p.152)

Tous les tests sélectionnés visent bien l'évaluation des enfants aux alentours de 6-7 ans, excepté l'Examath, destiné à un public plus âgé (8-15 ans). Nous avons cependant décidé de l'inclure dans notre analyse étant donné qu'il s'agit d'un test récent qui s'appuie sur les derniers résultats de la recherche en cognition numérique. De plus, il permet l'évaluation de certaines tâches

<sup>8</sup> Nous utilisons les abréviations suivantes : « Quatre étapes » pour le dispositif « Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 », « Test maternelle » pour le test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017, « ERMEL » pour la prise d'information initiale CP de ERMEL et « EvalNumC2 » pour l'évaluation proposée dans le cadre du projet EvalNumC2.

## *Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique*

relatives à la construction du nombre considérés comme prérequis par rapport à la population cible de l'Examath. Nous nous limiterons à l'étude des tâches destinées aux « petits » (8-10 ans).

### *Procédure d'analyse*

Notre analyse s'effectue en deux temps. Nous avons d'abord procédé à une analyse de chacun des tests en utilisant les grilles précédemment construites. Cette première analyse nous a permis d'identifier les éléments évalués ainsi que la manière dont les différentes composantes sont évaluées (avec quelles variables ?).

Ensuite, nous avons effectué une analyse comparative des tests afin de mettre en évidence d'éventuels points de convergence ou de divergence au sein des tests en fonction des cadres théoriques utilisés (didactique des mathématiques ou cognition numérique). Nous avons ainsi repéré une série de tâches communes et de tâches spécifiques à chacun des cadres théoriques. Pour chacune d'elles, nous avons ensuite comparé les valeurs des variables utilisées dans les différents tests.

### **Conception du dispositif de repérage**

La Figure 3 présente l'ensemble des objectifs du dispositif de repérage de nous avons conçu en les situant par rapport aux différents acteurs (élève, enseignant et orthophoniste). Le dispositif peut être utilisé directement sur le terrain (flèches grises sur la figure) ou en formation (flèches en gras sur la figure). Les flèches en pointillés indiquent les utilisations du dispositif qui pourraient potentiellement être envisagées.

L'originalité du dispositif est de tenir compte des spécificités de chaque champ disciplinaire (cognition numérique et didactique des mathématiques) et de permettre ainsi d'établir un inventaire commun des difficultés de l'enfant exploitable par chacun des professionnels (enseignant et orthophoniste), facilitant les échanges. Il peut aussi être utilisé en formation des enseignants afin d'éclairer les liens entre le monde de l'éducation et celui de l'orthophonie. Une utilisation en formation des orthophonistes pourrait également être envisagée.

En pratique, le dispositif est destiné, dans un premier temps, à l'enseignant afin de lui permettre de définir un profil de compétences de l'élève et de prendre conscience de l'étendue de ses difficultés. L'enseignant peut alors mettre en place des aménagements ou remédiations (dans le cadre d'Activités Pédagogiques Complémentaires, par exemple). Cette première utilisation permet de renforcer le rôle de l'enseignant et de limiter

le recours aux professionnels médicaux aux élèves dont les difficultés sont résistantes aux remédiations pédagogiques.

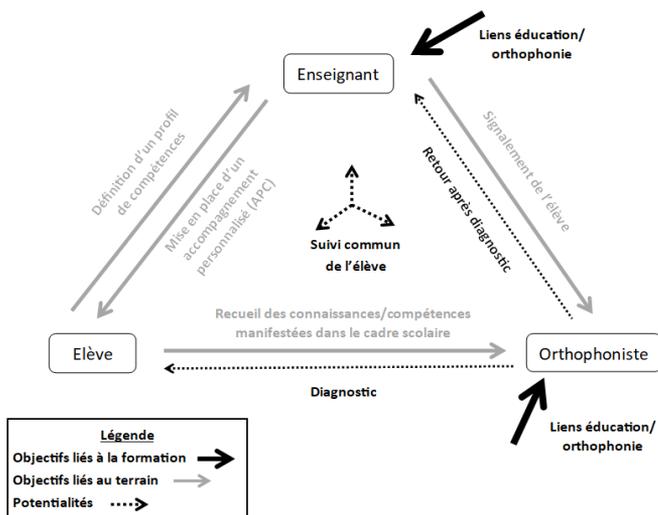


Figure 3. – Objectifs du dispositif

Dans un second temps et si les performances de l'élève restent nettement inférieures à ce qui est attendu compte tenu de son niveau scolaire et persistent malgré les remédiations, l'enseignant peut effectuer un signalement à l'orthophoniste (via les parents ou le psychologue scolaire) et lui transmettre les résultats de l'élève. Ces résultats permettront à l'orthophoniste d'identifier les connaissances et compétences manifestées par l'élève dans le cadre scolaire et éventuellement orienter son diagnostic. Actuellement, le dispositif est donc conçu pour la transmission d'informations de l'enseignant à l'orthophoniste mais nous envisageons également la possibilité qu'il soit utilisé par l'orthophoniste, après le diagnostic, pour transmettre de nouvelles informations à l'enseignant.

Le dispositif a été conçu de manière à couvrir l'ensemble des problèmes, procédures et représentations identifiées précédemment. Nous nous sommes appuyés sur les résultats de l'analyse des tests existants pour le choix de nos tâches. En vue de nos objectifs, nous avons inclus dans notre dispositif les tâches communes aux tests issus de la cognition numérique et de la didactique, les performances de l'élève à ces tâches pouvant dès lors être interprétées à la fois par les enseignants et par les orthophonistes. Nous avons également intégré des tâches

## *Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique*

spécifiques aux tests provenant de la recherche en cognition numérique ou en didactique. En effet, même si celles-ci restent informatives pour l'un des deux professionnels, elles constituent une source d'information importante pour l'autre. En ce qui concerne le choix des valeurs des variables, nous nous sommes appuyés principalement sur les tests existants. Dans le cas des tâches non présentes dans les tests ou en l'absence de consensus au sein des tests analysés concernant l'une ou l'autre variable, nous nous sommes référés à la littérature en didactique ou en cognition numérique.

## RESULTATS

Dans cette section, nous présenterons les résultats issus de l'analyse des tests et nous terminerons en illustrant le processus de création des tâches conçues pour les besoins de notre dispositif.

### **Analyse des tests**

Les résultats concernant l'analyse des tests sont de deux types. Nous illustrerons d'abord l'analyse des tests par quelques exemples (voir Peteers, 2018, pour les analyses complètes et détaillées des différents tests) et exposerons ensuite les résultats de l'analyse comparative des tests.

#### *Analyse des tests sélectionnés*

Les onze tests sélectionnés ont été analysés sur la base des grilles décrites ci-dessus, nous donnant ainsi une description précise des tâches et valeurs des variables utilisées dans chacun des tests. Un exemple d'analyse de tâche est présenté dans le Tableau 2. Il s'agit d'une tâche relative à la procédure de dénombrement issue du Zareki-R. Les documents d'accompagnement du test stipulent bien que c'est cette procédure qui est visée avec cette tâche. Elle consiste à compter le nombre d'éléments d'une collection. Les valeurs des variables choisies sont listées dans le Tableau 2 (ce tableau reprend la composante du concept de nombre visée, la tâche utilisée dans le test concerné et les valeurs des variables de cette tâche identifiées avec notre grille d'analyse).

En fonction des variables choisies, nous pouvons avoir une idée plus précise de la difficulté de la tâche et des stratégies de résolutions possibles. Dans cet exemple, la tâche proposée pour évaluer la maîtrise du dénombrement fait intervenir des objets non manipulables. En nous référant à la littérature en didactique

(Margolinas & Wozniak, 2012), on peut donc supposer que les capacités d'énumération de l'enfant peuvent influencer ses performances à cette épreuve, d'autant plus que les objets sont placés de manière aléatoire.

| Composante visée | Tâche utilisée           | Valeurs des variables  |
|------------------|--------------------------|--|
| Procédures       | Dénombrer une collection | 5 à 18 éléments<br>Disposition aléatoire<br>Objets non manipulables<br>Objets identiques<br>Réponse orale ou écrite<br>Prise en compte de la coordination<br>comptage/pointage, du principe d'ordre stable et de l'énumération |

**Tableau 2.** – Analyse de la tâche de dénombrement du Zareki-R

Ce type d'analyse permet également de mettre en évidence certains biais dans les tests issus de la cognition numérique. Prenons, par exemple, le Tedi-Math qui propose une tâche de construction de collection équipotente à une autre visant l'utilisation d'une procédure faisant appel au nombre (elle est considérée comme échouée si un autre type de procédure est utilisé). Les valeurs des variables choisies pour cette tâche sont décrites dans le Tableau 3.

| Composante visée | Tâche utilisée                        | Valeurs des variables   |
|------------------|---------------------------------------|---|
| Problèmes        | Construire une collection équipotente | 7 éléments<br>Disposition aléatoire<br>Collection modèle non manipulable<br>Jetons<br>Collections proches |

**Tableau 3.** – Analyse d'une tâche de construction de collection équipotente du Tedi-Math

Une analyse didactique de cette tâche nous permet de dire que le choix de la variable « proximité des collections » ne semble pas approprié à l'objectif d'évaluation qui est la mise en œuvre d'une procédure de quantification faisant appel au nombre. En effet, dans cette tâche, la collection modèle se situe à proximité de la réserve d'objets permettant de réaliser la collection équipotente.

## *Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique*

D'autres stratégies peuvent donc être envisagées comme la correspondance terme à terme qui serait tout aussi efficace.

Pour illustrer la présence de biais dans les tests issus de la cognition numérique, nous pouvons également prendre l'exemple d'une tâche relative aux représentations langagières présente dans le Zareki-R consistant à écrire en chiffres arabes des nombres dictés. Les valeurs des variables de la tâche sont présentées au Tableau 4.

| <b>Composante visée</b> | <b>Tâche utilisée</b>  | <b>Valeurs des variables</b>   |
|-------------------------|--|--|
| Représentations         | Associer mot-nombre et écriture chiffrée (dictée de nombres) | Nombres de 2 à 4 chiffres<br>Présence de nombres avec 0<br>Une seule dizaine complexe<br>Peu de primitives lexicales |

**Tableau 4.** – Analyse d'une tâche de dictée de nombres du Zareki-R

Les items à écrire en chiffres arabes sont les suivants : 14, 38, 1200, 503, 169, 4658, 756, 689. On constate que cette tâche présente peu de primitives lexicales isolées (nombres et 1 à 16, dizaines et puissances de 10) et peu de dizaines complexe (70, 80 et 90) à transcoder. Or, les études en didactique et en cognition numérique ont montré que ces éléments peuvent poser des difficultés particulières de transcodage (Mounier, 2010, Barrouillet, Camos, Perruchet & Seron, 2004). Cette tâche ne semble donc pas permettre l'identification précise d'éventuelles difficultés de transcodage chez les enfants scolarisés en France. L'absence de dizaines complexes dans cette tâche peut cependant s'expliquer par la langue d'origine du Zareki-R. En effet, il s'agit d'un test traduit de l'allemand, langue ne contenant pas de dizaines complexes comme c'est le cas en français.

L'analyse telle que celle qui a été développée ici permet donc une analyse fine des tests en y apportant un regard critique. Elle fournit notamment un éclairage didactique sur les tests en cognition numérique utilisés dans le cadre du diagnostic des troubles des apprentissages en mathématiques.

### *Analyse comparative des tests*

La Figure 7 présentée en Annexe 2 répertorie les tâches relatives aux différentes composantes du nombre (problèmes, procédures

et représentations) proposées dans les tests analysés. Un premier constat que l'on peut faire est que tous les tests proposent une sélection de tâches différente d'un test à l'autre et qu'aucun ne permet d'évaluer l'ensemble des problèmes, procédures et représentations identifiées dans notre modèle (voir section « Création des grilles d'analyse »). Cette différence est particulièrement marquée dans les tests basés sur des modèles issus de la cognition numérique, ce qui n'est pas étonnant puisque chacun d'entre eux a été élaboré sur base de modèles variés (ou de combinaisons différentes de modèles). Les tests en didactique sont, eux, plus homogènes.

Nous pouvons ensuite analyser la répartition des tâches en fonction des cadres théoriques (didactique des mathématiques ou cognition numérique) utilisés pour la conception des différents tests (une double ligne sépare les deux types de tests dans la Figure 7 de l'Annexe 2).

On retrouve, à la fois dans les tests ayant des fondements théoriques didactiques et ceux basés sur la recherche en cognition numérique, des tâches liées à l'aspect cardinal du nombre (comparer des quantités, construire une collection équipotente à une autre et anticiper un résultat portant sur des quantités). Ces deux types de tests proposent également l'évaluation de procédures communes. On trouve dans la majorité des tests des tâches de dénombrement et de récitation de la comptine numérique verbale. Les tâches de comparaison et de calcul sont également communes aux deux catégories de tests. En ce qui concerne les représentations, l'association d'un mot-nombre avec son écriture chiffrée est présente dans 9 des 11 tests et l'utilisation de désignations intermédiaires constitue également une tâche commune aux tests issus de la didactique et de la cognition. Cependant, seuls les tests en didactique mettent en jeu des unités de numération non canoniques (par exemple 6 dizaines et 15 unités pour 75). L'utilisation de tâches faisant intervenir l'aspect ordinal du nombre semble également caractéristique des tests ayant des fondements théoriques issus de la didactique des mathématiques. En revanche, certaines procédures comme le subitizing et l'estimation sont uniquement évaluées dans les tests issus de la cognition numérique. Ces tests sont également les seuls à proposer des tâches d'association d'un nombre à une position sur une demi-droite et de comparaison rapide de nuages de points.

De manière globale, on peut dire que les tests ayant des fondements théoriques didactiques sont principalement centrés

### *Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique*

sur les fonctions du nombre et ceux conçu sur base de modèles en cognition numérique sur les procédures et les tâches permettant d'évaluer les représentations analogiques (au sens de Dehaene, 2010). Seule la procédure d'énumération n'est évaluée dans aucun des tests analysés (bien que prise en compte dans les tâches de dénombrement d'un test issu de la cognition, le Zareki-R, et d'un autre issu de la didactique, le test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017). Cependant, elle n'est jamais évaluée de façon indépendante.

Nous avons également réalisé une analyse plus détaillée des valeurs des variables choisies pour chacune des tâches. Nous constatons que même les tâches communes à l'ensemble des tests présentent une certaine hétérogénéité. Prenons, par exemple, les tâches visant l'évaluation de la procédure de dénombrement. Parmi les onze tests analysés, seul l'Examath ne contient pas ce type de tâche. Au niveau de l'analyse des variables (voir Tableau 5), même si on constate certaines similitudes pour l'ensemble des tests (dans la majorité des tests, les objets constituant la collection à quantifier sont identiques, le nombre d'objets dépasse rarement la vingtaine et la réponse est demandée oralement), certaines valeurs des variables ne font pas consensus. C'est le cas du caractère manipulable des objets pour lequel on peut noter une nette distinction entre les tests issus de la cognition numérique et ceux s'appuyant sur des fondements théoriques en didactique des mathématiques, les premiers proposant toujours des collections d'objets non manipulables contrairement aux seconds.

|                  | <b>Taille coll.</b> | <b>Dispo.</b>                   | <b>Caract. manip.</b> | <b>Nature</b>          | <b>Code arrivée</b> |
|------------------|---------------------|---------------------------------|-----------------------|------------------------|---------------------|
| <b>Zareki-R</b>  | 5 à 18              | aléatoire                       | Non                   | identique              | O/E                 |
| <b>WJ</b>        | 2 à 6               | aligné                          | Non                   | différent              | O                   |
| <b>MathEval</b>  | 9 à 19              | aléatoire                       | Non                   | identique              | O                   |
| <b>Examath</b>   |                     |                                 |                       |                        |                     |
| <b>Tedi-Math</b> | 5 à 12              | aligné,<br>aléatoire            | Non                   | identique<br>différent | O                   |
| <b>UDN-II</b>    | 3 à 21              | aligné,<br>aléatoire,<br>schème | Non                   | identique              | O                   |

|                   |                     |           |     |           |   |
|-------------------|---------------------|-----------|-----|-----------|---|
| <b>4 étapes</b>   | Variable            | aléatoire | Oui | Identique | O |
| <b>ECPN</b>       | 2 à 7               | aléatoire | Oui | identique | O |
| <b>Maternelle</b> | 3 à 11              | aléatoire | Oui | identique | O |
| <b>ERMEL</b>      | variable,<br>40 max | aléatoire | Oui | Identique | O |
| <b>EvalNumC2</b>  | 53                  | aléatoire | Non | identique | E |

**Tableau 5.** – Choix des valeurs des variables pour les tâches de dénombrement

Même au sein de tâches spécifiques à un champ disciplinaire, on observe des variations plus ou moins importantes. En analysant, par exemple, les variables caractérisant les tâches destinées à évaluer les performances de l'enfant en subitizing et estimation (voir Tableau 6), on constate qu'un contrôle sur les variables physiques (surface occupée, longueur des contours, ...) n'est effectué que dans l'Examath. Les nombres proposés dans les tâches relatives à l'estimation, sont inférieurs à 100. Quant au subitizing, la limite varie (6 pour le MathEval et 9 pour l'Examath avec des schèmes particuliers tels celui des dés pour les quantités supérieures à 3). Un seul test (l'Examath) permet l'évaluation des deux procédures.

|                  | <b>Domaine numérique</b> | <b>Variables physiques</b> | <b>Répertoire d'arrivée</b> |
|------------------|--------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| <b>Zareki-R</b>  | 9 à 80                   | Non contrôlées             | Oral                        |
| <b>WJ</b>        |                          |                            |                             |
| <b>MathEval</b>  | 1 à 6                    | Non contrôlées             | Oral                        |
| <b>Examath</b>   | 1 à 9<br>8 à 99          | Contrôlées                 | Oral                        |
| <b>Tedi-Math</b> |                          |                            |                             |
| <b>UDN-II</b>    |                          |                            |                             |

**Tableau 6.** – Valeurs des variables pour les tâches de subitizing/estimation

### **Conception et mise à l'épreuve du dispositif de repérage**

Dans cette section, nous décrirons les tâches choisies pour le dispositif de repérage que nous avons conçu en réponse à notre deuxième question de recherche. Nous présenterons ensuite brièvement les résultats d'une première expérimentation de ce dispositif.

#### *Choix des tâches*

Nous reprendrons les deux types de tâches analysées à la section précédente (dénombrer pour quantifier et subitizing/estimation) afin d'illustrer la manière dont nous avons procédé pour le choix des valeurs des variables au sein de notre dispositif de repérage de difficultés en mathématiques.

Nous avons intégré dans le dispositif une tâche permettant d'évaluer la procédure de dénombrement. Dans l'analyse des tests sélectionnés, nous avons identifié un consensus pour ce type de tâche au niveau du choix de la taille des collections, de la nature et de la disposition des objets ainsi que de la nature de la réponse. Nous avons donc opté, dans notre dispositif, pour une collection d'objets (jetons) identiques disposés aléatoirement et une réponse orale. Nous avons fixé le nombre de jetons à 11 pour ne pas complexifier inutilement la tâche tout en rendant impossible la reconnaissance immédiate de la quantité. Pour ce qui est du caractère manipulable des objets, qui ne fait pas consensus dans les tests, nous optons pour des objets manipulables de manière à faciliter l'énumération (comme mis en évidence dans la littérature en didactique des mathématiques, Margolinas & Wozniak, 2012). Un récapitulatif des valeurs des variables choisies pour cette tâche est présenté dans le Tableau 7.

Pour ce qui est de l'évaluation de l'estimation et du subitizing, nous avons proposé, au sein du dispositif, une tâche consistant à quantifier une collection de points présentée durant un très court instant (1 à 2 secondes) similaire à celles présentes dans les tests analysés. Nous avons choisi, toujours en nous référant aux tests analysés, de nous limiter à des quantités inférieures à 100 et d'opter pour une réponse orale. De plus, nous avons identifié, dans la littérature en cognition numérique (Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004), deux systèmes différents intervenant dans le traitement des quantités analogiques (le système numérique précis et le système numérique approximatif). Il nous a donc semblé judicieux d'évaluer l'estimation et le subitizing de façon séparée (à l'instar de la tâche proposée dans l'Examath). Des études en cognition (Pesenti & Rousselle, 2005) ont également montré

l'influence de certaines variables physique (telles que la surface occupée par les points) dans ce type de tâche, nous avons donc opté pour un contrôle de ces variables (la taille des points varie aléatoirement et ceux-ci sont répartis, toujours de façon aléatoire, sur une même surface). Le choix final des valeurs des variables pour cette tâche est présenté dans le Tableau 7.

| <b>Composante visée</b> | <b>Tâche utilisée</b>   | <b>Valeurs des variables</b>   |
|-------------------------|---|--|
| Procédures              | Dénombrer une collection  | 11 éléments<br>Disposition aléatoire<br>Objets identiques<br>Objets manipulables<br>Réponse orale    |
| Procédures              | Reconnaître de très petites quantités et estimer de grandes quantités | 1 à 4 objets (subitizing)<br>< 100 (estimation)<br>Contrôle des variables physiques<br>Réponse orale |

**Tableau 7.** – Tâches et valeurs des variables choisies au sein du dispositif

Nous avons procédé de manière similaire pour l'ensemble des tâches du dispositif qui seront précisées par la suite. Pour l'énumération qui, rappelons-le, n'était évaluée dans aucun des tests analysés, nous nous sommes appuyés sur les travaux de Briand et de la situation des boîtes d'allumettes qu'il présente comme la situation fondamentale de l'énumération (Briand, 1999).

Pour structurer notre dispositif, nous avons classé les différentes tâches identifiées précédemment dans 4 modules thématiques pour faciliter la passation (voir Figure 4). L'enseignant pourra alors cibler un module en particulier en fonction des difficultés ou facilités déjà observées chez l'élève et lui éviter ainsi de passer l'entièreté du test. Le premier module concerne l'évaluation des prérequis à la construction du nombre. Par prérequis, nous entendons les objectifs qui doivent être atteints (au regard des recherches en didactique des mathématiques et cognition numérique et des programmes officiels (Bulletin officiel spécial n°11 du 26 novembre 2015)) par l'enfant afin qu'il puisse réaliser les tâches proposées dans les autres modules. Au niveau cognitif, nous classons dans cette catégorie la tâche de comparaison rapide de nuages de points relative aux représentations analogiques qui sont supposées être

## *Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique*

innées et sous-jacentes à toute activité mathématique (selon Dehaene, 2010). Au niveau didactique, nous retenons dans cette catégorie les tâches relevant d'un curriculum « caché » au sens de Margolinas (Joigneaux & al., 2012) et plus particulièrement à l'énumération, compétence nécessaire au dénombrement mais qui intervient également dans le cadre d'autres apprentissages (et pas seulement en mathématiques (Margolinas, 2010)). Nous considérons également comme étant un prérequis les objectifs visés au cycle 1 tels que la comparaison de collections proches spatialement et la maîtrise de la chaîne numérique verbale. Le deuxième module rassemble les tâches portant sur l'aspect ordinal et cardinal du nombre (construire une collection équipotente à une autre, communiquer une position et anticiper le résultat de l'ajout d'une petite quantité) ainsi que sur la procédure de dénombrement qui intervient directement dans ces tâches. Le troisième module porte sur les représentations (excepté les représentations analogiques évaluées dans le premier module) et comprend des tâches d'association d'un nombre à une position sur une demi-droite, d'association de mots-nombres et écritures chiffrées et d'utilisation d'ostensifs intermédiaires. Ce module permet également l'évaluation de la procédure de comparaison de deux nombres qui doit être maîtrisée afin de résoudre les tâches de positionnement de nombres sur une demi-droite. Enfin, le quatrième module comporte diverses tâches d'anticipation d'un résultat portant sur des quantités (avec matériel ou uniquement énoncé verbal). Il permet également d'évaluer les procédures de calcul (calcul réfléchi et faits arithmétiques).

|   |  |
|---|--|
| <b>Module 1</b><br>Prérequis                            | <ul style="list-style-type: none"><li>• Comparer rapidement deux nuages de points</li><li>• Reconnaître de très petites quantités et estimer</li><li>• Comparer deux collections proches</li><li>• Enumérer</li><li>• Réciter la comptine numérique</li></ul>  |
| <b>Module 2</b><br>Aspect cardinal et ordinal du nombre | <ul style="list-style-type: none"><li>• Construire une collection équipotente</li><li>• Dénombrer une collection</li><li>• Anticiper un résultat portant sur une quantité (ajout d'une petite quantité)</li><li>• Communiquer une position</li></ul>   |
| <b>Module 3</b><br>Représentations du nombre            | <ul style="list-style-type: none"><li>• Comparer des nombres</li><li>• Associer un nombre à une position sur une demi-droite</li><li>• Associer mot-nombre et écriture chiffrée</li><li>• Dénombrer une collection organisée et utiliser des ostensifs intermédiaires (unités de numération)</li></ul> |
| <b>Module 4</b><br>Opérations                           | <ul style="list-style-type: none"><li>• Anticiper un résultat portant sur une quantité (transformation et comparaison)</li><li>• Calculer (calcul réfléchi et faits arithmétiques)</li><li>• Anticiper un résultat portant sur une quantité (énoncé verbal)</li></ul>                                  |

**Figure 4.** – Structure générale du dispositif

En ce qui concerne la conception du dispositif (dont le contenu est disponible à l'adresse suivante : <https://url9.fr/sTmxu5>), nous avons opté pour une version hybride combinant support numérique et matériel concret. Le support numérique permet l'affichage des consignes de passation et de certains items (par exemple les nombres en chiffres arabes que l'enfant doit lire dans l'épreuve de transcodage). Il permet aussi l'encodage des résultats par l'enseignant (réponse donnée par l'élève mais également stratégie de résolution et erreurs éventuelles) et lui fournit un retour indicatif immédiat sur la réussite de l'élève évaluée via un code couleur (rouge si la tâche est échouée, orange si elle est réussie entre 50 et 75% et vert si elle est réussie à plus de 75%). Toutes les épreuves ne font pas uniquement appel au support numérique, nous avons souhaité garder une partie manipulatoire pour éviter que l'implémentation visuelle de certaines tâches n'entraîne des difficultés extérieures aux difficultés mathématiques (d'ordre visuo-spatial ou liées à l'utilisation de la tablette par exemple).

#### *Mise à l'épreuve du dispositif*

En vue de tester l'efficacité du dispositif, nous avons procédé à une mise à l'épreuve sur le terrain. Ces expérimentations ont montré que le dispositif est bien opérationnel au niveau ergonomique et fonctionnel (le support est facilement utilisable, la durée du test est adaptée et celui-ci fonctionne correctement au niveau de l'encodage des résultats ainsi que du retour fourni à l'utilisateur). Une première validation au niveau des tâches et variables choisies a été réalisée. Pour ce faire, nous avons effectué une analyse comparative des résultats obtenus par 18 élèves de 7 à 9 ans, classés en 3 catégories : les élèves n'ayant pas de difficultés particulières en mathématiques (selon leur enseignant), les élèves étant signalés en difficulté par leur enseignant sans être diagnostiqués et/ou suivis par un professionnel médical ou paramédical et les élèves diagnostiqués et/ou suivis par un professionnel médical ou paramédical. Nous avons fait passer l'ensemble des épreuves du dispositif aux élèves de manière individuelle.

Nous avons ensuite comparé, pour les différentes catégories d'élèves, les scores moyens (pour les tâches comportant plusieurs items comme la tâche de transcodage, par exemple) ou les taux moyens de réussite (pour les épreuves ne contenant qu'un seul item comme la tâche de construction de collection équilibrée).

## *Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique*

Cette analyse nous a permis d'identifier une série de tâches peu discriminantes soit parce qu'elles sont bien réussies par l'ensemble des élèves, soit parce que le taux d'erreur est similaire pour l'ensemble des élèves. Par exemple, pour le premier module, qui concerne les prérequis, on constate que les épreuves de comparaison rapide de nuages de points, de subitizing/estimation sont généralement bien réussies par tous (voir Annexe 3). Les représentations analogiques ne semblent donc pas affectées chez les élèves suivis considérés dans notre expérimentation. Cela va à l'encontre de l'hypothèse d'un trouble du sens du nombre (Lafay, 2016). Une expérimentation à plus grande échelle permettrait de confirmer ou infirmer ce constat. En revanche, la tâche d'énumération n'est pas toujours bien réussie et ce même chez élèves qui ne sont pas considérés en difficulté. Ce type de difficultés concernant l'énumération a également été mis en évidence par Mounier & Pfaff (2014) qui ont montré que les erreurs de dénombrement au CE1 étaient en grande partie dues à une énumération mal maîtrisée. Ce qui pose alors la question de l'importance de cette compétence dans la construction du nombre. Sur cette première expérimentation, ces trois épreuves sont donc peu discriminantes. Cela reste à confirmer à plus grande échelle. Le taux de réussite à l'épreuve de comparaison de collections proches est également peu indicatif car les élèves signalés en difficulté et non suivis réussissent mieux que ceux n'ayant pas de difficultés particulières. Cependant, ces élèves ont plutôt tendance à utiliser une stratégie basée sur l'estimation (en prolongement des tâches de comparaison de nuage de points, de subitizing et d'estimation proposées avant cette tâche), ce qui pourrait expliquer ce résultat inattendu. L'épreuve relative à la maîtrise de la suite verbale semble particulièrement poser problème aux élèves suivis pour des troubles en mathématiques, les élèves signalés en difficulté réussissant aussi bien que ceux qui ne sont, a priori, pas en difficulté.

## DISCUSSION ET PERSPECTIVES

### **Apports de la recherche**

*Des apports croisés des recherches en didactique et cognition numérique*

Nous avons vu que la didactique des mathématiques et la cognition numérique proposent des cadres théoriques différents concernant le concept de nombre. Les éléments nécessaires à la

construction du nombre varient suivant le champ disciplinaire dans lequel on se situe. On pourrait donc s'interroger sur la pertinence de l'évaluation des différentes composantes du concept de nombre : Est-il vraiment nécessaire d'en maîtriser tous les aspects ? Existe-t-il un cheminement d'apprentissage unique ou des cheminements différents ne passant pas nécessairement par la maîtrise des mêmes problèmes, procédures ou représentations ? Cette question devra être approfondie notamment pour l'aménagement des propositions de remédiations qui sont à construire en prolongement de ce travail.

Notons également que nous avons utilisé un point de vue francophone pour catégoriser les champs disciplinaires considérés. Autrement dit, ce que nous avons considéré comme relevant de la didactique relève essentiellement de la didactique française. L'état de l'art en didactique pourrait donc être élargi en tenant compte de recherches en « *mathematics education* » de manière plus générale.

Les cadres didactiques mobilisés, en plus de nous servir d'outil d'analyse nous permettant de structurer notre grille, nous apportent également un autre regard sur les tests issus de la cognition numérique qui ne sont pas destinés au milieu scolaire. Ils fournissent ainsi un cadre d'analyse critique permettant de mettre en évidence certains biais de ces tests (éléments non évalués comme l'énumération ou remise en question du choix des variables dans certaines tâches). Ces éléments confortent donc l'intérêt de la didactique des mathématiques dans la recherche concernant les troubles des apprentissages en mathématiques, en particulier en ce qui concerne le diagnostic.

#### *Un dispositif de repérage de difficultés en mathématique*

Le dispositif que nous avons mis au point vise à faciliter l'identification par l'enseignant des difficultés relatives aux premiers apprentissages numériques ainsi que la communication et les échanges entre enseignant et orthophoniste autour de ces difficultés afin qu'un partenariat efficace puisse s'installer entre eux. Il tient compte des spécificités de chaque champ disciplinaire (cognition numérique et didactique) et vise à renforcer la place et le rôle de chacun (orthophoniste et enseignant) dans l'encadrement des enfants en difficulté d'apprentissage. De plus, il permet d'évaluer l'ensemble des problèmes, procédures et représentations identifiées dans cet article comme participant, d'un point de vue didactique et cognitif, à l'émergence du concept de nombre depuis la maternelle jusqu'en fin de CP.

*Une méthodologie reproductible et flexible*

La méthodologie développée dans cet article permet d'intégrer des connaissances issues de la didactique des mathématiques et de la cognition numérique à propos de la construction du nombre et de ses difficultés. Elle possède l'avantage d'être reproductible et pourrait être réexploitée pour analyser d'autres tests de même type en vue notamment d'élargir l'étude pour engager une comparaison sur plusieurs pays (en tenant compte de leurs spécificités langagières). Elle est également flexible au sens où elle pourrait éventuellement être complétée dans le cas où de nouveaux critères seraient mis en évidence dans de futures recherches en didactique ou en cognition numérique. Enfin, vu le caractère hétérogène des troubles des apprentissages en mathématique (Fias & al., 2013 ; Karagiannakis & al., 2016), l'identification d'autres types de difficultés, liées à d'autres concepts mathématiques, pourrait également être intégrée en suivant la même méthodologie. Nous pourrions notamment nous intéresser aux spécificités des élèves en difficulté par rapport aux raisonnements mathématiques indispensables dans la vie courante et qui ne sont actuellement pas (ou très peu) pris en compte dans les études en cognition numérique (Lewis & Fisher, 2016).

**Questions soulevées**

*La question de la fiabilité du diagnostic et de l'identification des élèves en difficulté*

Les biais mis en évidence dans l'analyse des tests issus de la cognition numérique utilisés pour diagnostiquer les troubles des apprentissages en mathématiques ainsi que l'hétérogénéité des tâches proposées dans ces tests posent la question de la validité et de la portée de ce type de diagnostic. En effet, on peut se demander si tous les tests identifient effectivement la même population et s'il existe des différences d'un pays à l'autre (Scherer & al., 2016).

Dans ce travail, nous avons abordé différentes causes possibles aux difficultés constatées en mathématiques. Ces sources peuvent être de nature cognitive mais peuvent également être liées aux interactions entre l'élève et l'enseignant durant le processus d'apprentissage (Heyd-Metzuyanin, 2013), ce qui nous a amené à différencier trouble et difficultés.

Le rôle de l'enseignant est, dès lors, primordial car en proposant des remédiations adaptées, il peut aider les élèves à surmonter leurs difficultés (Baccaglini-Frank, 2017). Ce n'est

donc qu'après plusieurs remédiations infructueuses qu'un trouble au sens cognitif pourra être envisagé. La mise en place de remédiations adaptées passe tout d'abord par l'identification des difficultés de l'élève.

En proposant un dispositif de repérage des difficultés en mathématiques à l'entrée à l'école élémentaire, axé à la fois sur les performances et les stratégies, nous visons une meilleure identification des élèves en difficulté pour orienter l'enseignant dans la mise en place d'activités de remédiation. Celles-ci restent à construire en tenant compte des spécificités des systèmes d'enseignement et des spécificités cognitives des apprentissages.

#### *Des impacts pour la formation des enseignants et orthophonistes*

Comme nous l'avons souligné dans notre travail, un partenariat entre enseignant et orthophoniste est nécessaire pour que l'enfant en difficulté d'apprentissage puisse être encadré au mieux. Malheureusement, les échanges entre ces deux types de professionnels, sont, en réalité, relativement pauvres et peu porteurs (Morel, 2014). Ces difficultés sont notamment liées aux spécificités de chacune des professions (enseignant et orthophoniste) ainsi qu'aux cadres théoriques utilisés dans les formations respectives de ces professions. Afin de faciliter les échanges, il est donc important de définir un corpus de connaissances et compétences commun pour la formation initiale et continue des enseignants et des orthophonistes basé sur la didactique des mathématiques et la cognition numérique. La revue de littérature et le dispositif mis en œuvre peuvent constituer un support pour engager ce travail à condition d'avoir un contexte institutionnel qui le permette.

### **Perspectives**

#### *Evolution du dispositif*

Le dispositif conçu dans ce travail est amené à évoluer et à être mis à l'épreuve sur un échantillon plus large. Nous avons émis quelques pistes pour l'évolution suite à nos premières expérimentations. En effet, la question de la pertinence de certaines tâches peu discriminantes a été soulevée. Cette première expérimentation nous a également amené à reconsidérer le système de notation utilisé. Une réévaluation des seuils de réussite ou la mise en place d'une échelle de score non linéaire en donnant plus de poids à certains items est envisagée. Nous considérons également la possibilité de prendre en compte des

## *Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique*

stratégies de résolution dans la cotation puisque certaines stratégies semblent caractéristiques des élèves en difficulté (tel que le recours à des stratégies « immatures » telles que l'utilisation des doigts, le recomptage du tout, etc.).

Une diffusion à plus grande échelle au sein des classes mais également en partenariat avec des orthophonistes serait nécessaire pour éprouver et valider quantitativement le dispositif.

### *Développement de recherches à l'interface entre didactique et cognition*

Il nous paraît important de développer de telles recherches interdisciplinaires afin de construire un domaine de recherche à l'articulation entre didactique et cognition. C'est entre autres pour répondre à ce besoin d'articulation de cadres théoriques qu'a été créée une équipe de Recherche Internationale sur les Troubles d'Enseignement et d'Apprentissage des Mathématiques (RITEAM). Les objectifs de cette équipe, à laquelle nous apportons notre contribution, se scindent en trois axes principaux (Dias & Ouvrier-Buffer, 2018) :

- axe 1 : Dispositifs et outils de repérage des MLD<sup>9</sup> ;
  - axe 2 : Etude des spécificités de l'activité mathématique des élèves avec MLD dans des situations d'apprentissage ;
  - axe 3 : Propositions innovantes de processus de remédiation, de dispositifs de soutien et d'étayage auprès d'élèves avec MLD.
- Notre travail s'inscrit plus précisément dans l'axe 1 et la méthodologie d'analyse développée pourra être appliquée à d'autres tests afin de permettre une comparaison internationale des modalités de repérage des troubles des apprentissages en mathématiques qui est l'un des objectifs principaux de cet axe de recherche.

## BIBLIOGRAPHIE

- AMERICAN PSYCHIATRIC ASSOCIATION. (2015). *Manuel diagnostique et statistique des troubles mentaux (DSM-V)* (5ème ed.). Elsevier Masson.
- ARGAUD, H.-C., DOUAIRE, J., EMPRIN, F., EMPRIN-CHAROTTE, F. & GERDIL-MARGUERON, G. (2016). *Les essentielles ERMEL CP : 15 situations pour l'apprentissage de la numération et du calcul*. Paris : Hatier.

---

<sup>9</sup> Mathematical Learning Disabilities

- BACCAGLINI-FRANK, A. (2017). Preventing learning difficulties in arithmetic: the approach of the PerContare project. *MATHEMATICS TEACHING*, 258, 14-18.
- BARROUILLET, P., CAMOS, V., PERRUCHET, P., & SERON, X. (2004). ADAPT: a developmental, asemantic, and procedural model for transcoding from verbal to arabic numerals. *Psychological review*, 111(2), 368-394.
- BRIAND, J. (1999). Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(1), 41-76.
- BRIAND, J., LOUBET, M., & SALIN, M.-H. (2004). *Apprentissages mathématiques en maternelle*. Hatier.
- BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La Pensée Sauvage : Grenoble.
- BROUSSEAU, G. (2004). *Tâche, situation, activité*. Texte en exclusivité pour la Société Suisse pour la Recherche en Didactique des Mathématiques, 6 p.
- BULLETIN OFFICIEL SPECIAL n°2 du 26 mars 2015 ; Journal Officiel du 12 mars 2015. Repéré à [https://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin\\_officiel.html?cid\\_bo=86940](https://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin_officiel.html?cid_bo=86940)
- BULLETIN OFFICIEL n°22 du 29 mai 2019 ; Note de Service n°2019-072 du 28 mai 2019. Repéré à [https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin\\_officiel.html?pid\\_bo=38847](https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?pid_bo=38847)
- BUTLEN, D. (2007). *Le calcul mental entre sens et technique: recherches sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, du calcul mental à la résolution de problèmes numériques*. Besançon: Presses universitaires de Franche-Comté.
- BUTTERWORTH, B. (2005). Developmental dyscalculia. Dans J. I. D. Campbell (dir.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 455–468). New York : Psychology Press.
- BUTTERWORTH, B. & LAURILLARD, D. (2010). Low numeracy and dyscalculia: Identification and intervention. *ZDM*, 42(6), 527–539. doi:10.1007/s11858-010-0267-4
- BUTTERWORTH, B., VARMA, S. & LAURILLARD, D. (2011). Dyscalculia: from brain to education. *Science*, 332, 1049-1053.
- CHARNAY, R. (2013). *Enseigner à l'école primaire - Comment enseigner les nombres entiers et la numération décimale*. Hatier.
- DE BARBOT, F., DUQUESNE, F., MARCHAND, M. H., MAZEAU, M., MELJAC, C., TRUSCELLI, D. & VERGNAUD, G. (1995). *ECPN. Epreuves Conceptuelles de résolution des Problèmes Numériques*. CIMETE.
- DE SMEDT, B. & GRABNER, R. (2016). Potential applications of cognitive neuroscience to mathematics education. *ZDM*, 48, 249-253.
- DEHAENE, S. (2010). *La bosse des maths: quinze ans après* (Nouv. édition revue et augmentée). Paris : O. Jacob.
- DEHAENE, S. & COHEN, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical cognition*, 1, 83-120.
- DELLATOLAS, G. & VON ASTER, M. (2006). *Zareki-R : Batterie pour l'évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l'enfant*. Paris : ECPA.

## *Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique*

- DIAS, T. & OUVRIER-BUFFET, C. (2018). Perspectives de recherches sur les difficultés d'apprentissage en mathématiques. *Revue de Mathématiques pour l'école*, 229, 47-53.
- FAYOL, M. (1985). Nombre, numération et dénombrement: que sait-on de leur acquisition ? *Revue française de pédagogie*, 59-77.
- FAYOL, M. (1990). *L'enfant et le nombre: du comptage à la résolution de problèmes*. Paris : Delachaux et Niestlé.
- FEIGENSON, L., DEHAENE, S., & SPELKE, E. (2004). Core systems of number. *Trends in cognitive sciences*, 8(7), 307-314.
- FIAS, W., MENON, V. & SZUCS, D. (2013). Multiple components of developmental dyscalculia. *Trends in Neuroscience and Education*, 2(2), 43-47.
- FLANAGAN, D. P. (2006). *The achievement test desk reference: a guide to learning disability identification* (2<sup>e</sup> éd.). Hoboken, N.J : John Wiley & Sons.
- GARDES, M.-L. (2017). *Test des compétences numériques du programme de maternelle 2016-2017*. Document inédit.
- GARDES, M.-L. & PRADO, J. (2016). Entre neurosciences et éducation : les chaînons manquants. *Cahiers Pédagogiques*, 71(527), 35-38.
- GEARY, D. C., HOARD, M. K., NUGENT, L. & BAILEY, D. H. (2012). Mathematical cognition deficits in children with learning disabilities and persistent low achievement: A five-year prospective study. *J. of Educ. Psych.*, 104(1), 206–223.
- GELMAN, R. & GALLISTEL, C. R. (1986). *The child's understanding of number*. Harvard University Press.
- GERSTEN, R., JORDAN, N. C. & FLOJO, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities*, 38(4), 293-304.
- GIROUX, J. (2011). Pour une différenciation de la dyscalculie et des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Dans *Enjeux de la didactique des mathématiques pour la formation et la pratique des enseignants : Quelle(s) didactique(s) ? : actes de colloque du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec* (pp. 148-158).
- GRAPIN, N., MOUNIER, E. & SAYAC, N. (s. d.). *EvalNumC2*. Document inédit.
- HEREMANS, M. (2011). MathEval Dépistage de la dyscalculie. Consulté 10 octobre 2017, à l'adresse <https://sites.google.com/site/testmatheval/>
- HEYD-METZUYANIM, E. (2013). The co-construction of learning difficulties in mathematics—teacher–student interactions and their role in the development of a disabled mathematical identity. *Educational Studies in Mathematics*, 83(3), 341-368.
- INSTITUT NATIONAL DE LA SANTE ET DE LA RECHERCHE MEDICALE (INSERM). (2007). *Dyslexie, dysorthographe, dyscalculie. Bilan des données scientifiques*. Paris: Editions INSERM.
- JOIGNEAUX, C., LAPARRA, M. & MARGOLINAS, C. (2012). Une dimension cachée du curriculum réel de l'école maternelle : la littératie émergente? Dans *Sociologie et didactiques* (p. 411-425). Lausanne, Suisse.
- KARAGIANNAKIS, G. N., BACCAGLINI-FRANK, A. E. & ROUSSOS, P. (2016). Detecting strengths and weaknesses in learning mathematics

through a model classifying mathematical skills. *Australian Journal of Learning Difficulties*, 21(2), 115-141.

KAUFMANN, L., MAZZOCCO, M. M., DOWKER, A., VON ASTER, M., GÖBEL, S. M., GRABNER, R. H., ... NUERK, H.-C. (2013). Dyscalculia from a developmental and differential perspective. *Frontiers in Psychology*, 4(516), 1-5.

LAFAY, A. (2016). *Déficits cognitifs numériques impliqués dans la dyscalculie développementale* (Thèse de doctorat). Université Laval.

LAFAY, A. & HELLOIN, M.-C. (2016). *Examath : Batterie d'évaluation des troubles de la cognition mathématique*. Grenoble: HappyNeuron.

LAFAY, A., ST-PIERRE, M.-C. & MACOIR, J. (2014). L'évaluation des habiletés mathématiques de l'enfant: inventaire critique des outils disponibles. *Glossa*, 116, 33-58.

LANDERL, K., BEVAN, A. & BUTTERWORTH, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8-9-year-old students. *Cognition*, 93(2), 99-125.

LEWIS, K. E. & FISHER, M. B. (2016). Taking stock of 40 years of research on mathematical learning disability: Methodological issues and future directions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 47(4), 338-371.

MARGOLINAS, C. (2010). Recherches en didactiques des mathématiques et du français: par-delà les différences. *Pratiques. Linguistique, littérature, didactique*, (145-146), 26-32.

MARGOLINAS, C. & WOZNIAK, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle: Une approche didactique*. Paris: De Boeck Education.

MELJAC, C. & LEMMEL, G. (1999). *UDN-II Construction et Utilisation du nombre*. Paris : ECPA.

MENISSIER, A. (2003). Les variations stratégiques chez l'enfant dans le calcul d'additions et de soustractions élémentaires. *Glossa*, 83, 20-33.

MOREL, S. (2014). *La médicalisation de l'échec scolaire*. Paris: La Dispute.

MOUNIER, E. (2010). *Une analyse de l'enseignement de la numération. Vers de nouvelles pistes*. (Thèse de doctorat inédite). Université Paris-Diderot-Paris VII.

MOUNIER, E., & PFAFF, N. (2014). *Quoi de neuf dans la numération au CP ? Le dénombrement en question*. Actes du XXXXI Colloque Copirelem, Mont de Marsan 2014.

PESENTI, M., & ROUSSELLE, L. (2005). Les procédures de quantification chez l'enfant. Dans A. Van Hout, C. Meljac, & J.-P. Fischer (dir.), *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant* (p. 92-110). Paris : Masson.

PETEERS, F. (2018). *Un trouble à l'interface entre différents champs disciplinaires (handicap, santé et formation) : la dyscalculie - Une approche didactique*. (Thèse de doctorat inédite). Université de Reims Champagne-Ardenne.

PIAGET, J., & SZEMINSKA, A. (1997). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.

ROINE, C. (2009). *Cécité didactique et discours noosphériens dans les pratiques d'enseignement en SEGPA : une contribution à la question des inégalités*. (Thèse de doctorat inédite). Université de Bordeaux 2.

## *Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique*

- SALIN, M.-H. & BRIAND, J. (1996). *Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2 (cours préparatoire). Construction du nombre et de l'addition*. Talence : IREM d'Aquitaine.
- SCHERER, P., BESWICK, K., DEBLOIS, L., HEALY, L., & MOZER OPITZ, E. (2016). Assistance of students with mathematical learning difficulties: how can research support practice? *ZDM Mathematics Education*, 48, 633–649.
- SCHWARTZ, F. (2017). *Raisonnement transitif et dyscalculie : étude par IRMf chez l'enfant*. (Thèse de doctorat inédite). Université de Lyon.
- SHALEV, R. S., MANOR, O., KEREM, B., AYALI, M., BADICHI, N., FRIEDLANDER, Y. & AL. (2001). Developmental dyscalculia is a familial learning disability. (Statistical data included). *Journal of Learning Disabilities*, 34(1), 59–65.
- SIEGLER, R. S., & BOOTH, J. L. (2004). Development of numerical estimation in young children. *Child development*, 75(2), 428-444.
- SZUCS, D. (2016). Subtypes and comorbidity in mathematical learning disabilities: multidimensional study of verbal and visual memory processes is key to understanding. *Progress in Brain Research*, 227, 277-304.
- SZUCS, D. & GOSWAMI, U. (2013). Developmental dyscalculia: fresh perspectives. *Trends in Neurosc & Educ*, 2(2), 33–37.
- TEMPIER, F. (2013). *La numération décimale à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. (Thèse de doctorat inédite). Université Paris-Diderot-Paris VII.
- VAN NIEUWENHOVEN, C., GREGOIRE, J. & NOËL, M. (2001). *Tedi-Math. Test diagnostique des compétences de base en mathématiques*. Paris : ECPA.
- VERGNAUD, G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. *Grand N*, 38, 21-40.
- VERGNAUD, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10(2.3), 133-170.
- VERSCHAFFEL, L., BACCAGLINI-FRANK, A., MULLIGAN, J., VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M., XIN, Y. P., & BUTTERWORTH, B. (2018). Special Needs in Research and Instruction in Whole Number Arithmetic. In *Building the Foundation: Whole Numbers in the Primary Grades* (pp. 375-397). Springer, Cham.
- WOODCOCK, R. W., MATHER, N. & MCGREW, K. S. (2007). *Woodcock-Johnson III Normative Update: Tests of Achievement*. Rolling Meadows, IL : Riverside Publishing.

## ANNEXE 1

| Procédures  |   |   |  |
|---|---|---|--|
| <b>Reconnaitre de très petites quantités</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Taille des collections</u></li> <li>• <u>Disposition</u></li> <li>• Contrainte temporelle</li> </ul> | <b>Dénombrer</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Taille des collections</li> <li>• Disposition</li> <li>• Caractère manipulable</li> <li>• Répertoire d'arrivée</li> <li>• Principes de G&amp;G</li> </ul> | <b>Enumérer</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Organisation spatiale</li> <li>• Taille de la collection</li> <li>• Caractère manipulable</li> <li>• Conditions matérielles</li> </ul> | <b>Calculer</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Ostensifs</u></li> <li>• <u>Domaine numérique</u></li> <li>• <u>Tailles relatives</u></li> <li>• <u>Position de l'inconnue</u></li> <li>• Contrainte temporelle</li> </ul> |
| <b>Estimer de grandes quantités</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Taille</li> <li>• Disposition</li> <li>• Contrainte temporelle</li> </ul>  | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">           Critères didactiques<br/>           Critères cognitifs<br/>           Critères communs         </div>  |   |  |

Figure 5. – Grille d'analyse des tâches relatives aux procédures

| Représentations  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| <b>Associer mot-nombre et écriture chiffrée</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Ostensif de départ/arrivée</u></li> <li>• <u>Taille des nombres</u></li> <li>• Dizaines complexes</li> <li>• Présences de zéros</li> </ul> | <b>Associer un nombre à une position sur une demi-droite</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Ostensif de départ</u></li> <li>• <u>Orientation</u></li> <li>• <u>Bornes</u></li> <li>• <u>Repères</u></li> <li>• Contrainte temporelle</li> </ul> | <b>Associer écriture intermédiaire à écriture chiffrée ou mot-nombre</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ostensifs de départ/arrivée</li> <li>• Caractère canonique de l'écriture</li> <li>• Présence de conversions</li> </ul> | <b>Comparer rapidement deux nuages de points</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Taille des collections</li> <li>• Tailles relatives</li> <li>• Contrôle des variables physiques</li> </ul> |
| <b>Réciter la comptine numérique</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Nombre de départ</u></li> <li>• <u>Nombre d'arrivée</u></li> <li>• <u>Sens de la suite</u></li> <li>• <u>Pas</u></li> </ul>                           | <b>Comparer et ordonner des nombres</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ostensifs</li> <li>• Tailles relatives</li> <li>• Domaine numérique</li> <li>• Compatibilité</li> </ul>   | <b>Dénombrer une collection groupée</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ostensifs</li> <li>• Type de matériel</li> <li>• Taille des collections</li> <li>• Contraintes temporelle</li> </ul>                                    | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">           Critères didactiques<br/>           Critères cognitifs<br/>           Critères communs         </div>                                 |

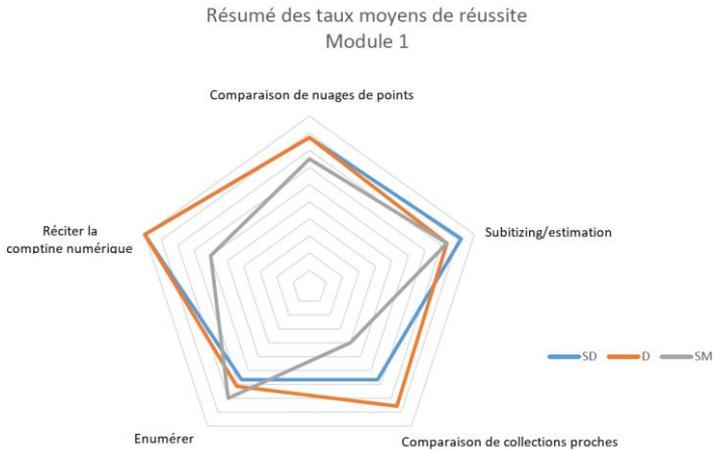
Figure 6. – Grille d'analyse des tâches relatives aux représentations

ANNEXE 2

|            | Problèmes              |                                       |                       | Procédures               |            |           | Représentations |         |          |  |                                 |                      |   |                                  |  |
|------------|------------------------|---------------------------------------|-----------------------|--------------------------|------------|-----------|-----------------|---------|----------|--|---------------------------------|----------------------|---|----------------------------------|--|
|            | Comparer des quantités | Construire une collection équivalente | anticiper un résultat | Communiquer une position | Subitizing | Dénombrer | Calculer        | Estimer | Enumérer | Associer mot-nombre et écriture chiffrée | Réécouter la comptine numérique | Comparer les nombres | Associer des nombres et mot-nombre ou écriture chiffrée | Dénombrer une collection groupée | Comparer rapidement des nuages de points |
| Zareki-R   |                        |                                       | >                     |                          |            | >         | >               | >       |          | >  | >                               | >                    |   |                                  |  |
| WJ         |                        |                                       | >                     |                          |            | >         | >               |         |          | >  | >                               | >                    |   |                                  |  |
| MathEval   |                        |                                       | >                     |                          | >          | >         | >               | >       |          | >  | >                               | >                    | >   | >                                | >  |
| Examath    |                        |                                       | >                     |                          | >          | >         | >               | >       |          | >  | >                               | >                    | >   | >                                | >  |
| Tech-Math  |                        | >                                     | >                     |                          |            | >         | >               | >       |          | >  | >                               | >                    | >   | >                                | >  |
| UDN-II     | >                      | >                                     |                       |                          |            | >         | >               | >       |          | >  | >                               | >                    | >   | >                                | >  |
| 4-étapes   |                        | >                                     |                       |                          |            | >         | >               | >       |          | >  | >                               | >                    | >   | >                                | >  |
| ECFN       | >                      |                                       | >                     |                          |            | >         | >               | >       |          | >  | >                               | >                    | >   | >                                | >  |
| Maternelle | >                      | >                                     | >                     |                          |            | >         | >               | >       |          | >  | >                               | >                    | >   | >                                | >  |
| ERMEL      |                        | >                                     | >                     |                          |            | >         | >               | >       |          | >  | >                               | >                    | >   | >                                | >  |
| EvalNumC2  | >                      | >                                     | >                     |                          |            | >         | >               | >       |          | >  | >                               | >                    | >   | >                                | >  |

Figure 7. – Analyse comparative des tests

## ANNEXE 3



**Figure 8.** – Résumé des taux moyens de réussite au module 1 en fonction du type d'élève : élèves bénéficiant d'un suivi pour des troubles en mathématiques (= SM), élèves signalés en difficulté en mathématiques par l'enseignant (= D) et élèves ne présentant, selon leurs enseignants respectifs, pas de difficultés particulières (= SD).