

Repères

IREM

numéro 124

Juillet 2021

revue

des **Instituts**
de **Recherche**
sur l' **Enseignement**
des **Mathématiques**

*publiée sous le patronage de
l'Assemblée des Directeurs d'IREM*

TOPIQUES éditions

LES MATHÉMATIQUES DU SYSTÈME SOLAIRE EN PLEIN AIR

Le planétaire humain au collège

Maha ABOUD

Emmanuel ROLLINDE

LDAR, CY Cergy Paris Université

Irem de Paris

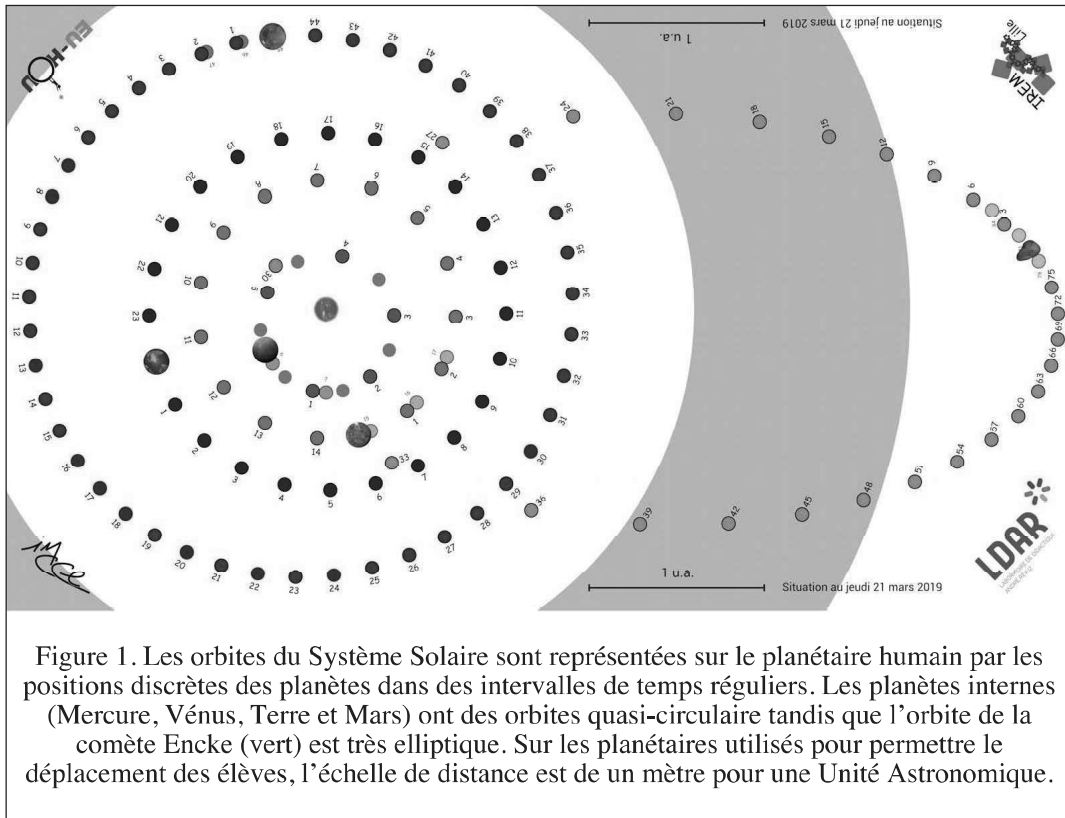
*Ce texte est également consultable
en ligne sur le portail des Irem,
onglet : Repères IREM
<http://www.univ-irem.fr/>*

Résumé : Faire des mathématiques en plein air en marchant dans le Système Solaire. C'est ce que permet l'outil pédagogique que nous présentons dans cet article : *le planétaire humain*. Il s'agit d'une représentation matérielle plane du Système Solaire sur laquelle apprenants et enseignants peuvent se déplacer. Établi par des calculs et des considérations astronomiques, le planétaire humain offre aux enseignants la possibilité d'une approche interdisciplinaire de concepts scientifiques (notamment mathématiques et physiques). Son potentiel principal est de permettre un engagement effectif des apprenants à travers une démarche de cognition incarnée. Nous détaillons en particulier les possibilités qu'il offre pour les apprentissages mathématiques au collège et analysons deux exemples de mises en œuvre au collège.

Introduction

« On pouvait ressentir un petit peu plus de liberté parce qu'on était en dehors de la salle et qu'on avait le droit de bouger parce que dans la salle on doit rester assis (...). C'est vrai qu'on se sentait plus libres que dans un vrai cours ». Cette impression de liberté exprimée par un élève de 6^{ème} après une séance sur le planétaire humain montre l'intérêt que peut avoir une séance en plein air sur la motivation des élèves. Le planétaire humain (Figure 1) est un outil pédagogique qui permet la mise en contexte par l'astronomie et une approche incarnée des objets physiques et mathématiques.

Les corps célestes, réels mais inatteignables, imperceptibles, prennent corps sur le planétaire humain. Les apprenants, en jouant le rôle des planètes, créent une analogie entre les corps humains et les corps célestes dans le système solaire, entre le mouvement du corps et le mouvement des planètes. L'enseignant comme les apprenants découvrent alors la présence d'un *corps enseignant* et d'un *corps apprenant* (Lapaire, 2019) qui permettent de rejouer et d'amplifier les situations astronomiques associées à des concepts de physique et de mathématiques. Le recours au « corps apprenant » permet de



prendre en compte la perception dans la démarche d'apprentissage de nouveaux concepts. Selon Varela et al. (1991), le corps est à la fois une structure vécue - à travers les perceptions sensorielles - et le lieu des mécanismes cognitifs. Du point de vue de l'apprentissage, on peut dire que les contenus et les relations entre concepts (notre réseau conceptuel) sont déterminés par des critères pratiques, en lien avec notre perception du monde concret, plutôt que par des critères abstraits ou logiques. Ainsi la démarche de cognition incarnée à laquelle nous faisons appel s'apparente à ce que Radford (2019) exprime de la connaissance qui peut être décri-

te par des processus incarnés et rationnels, réalisés à travers le corps, nos sens, sur des objets matériels et des artefacts culturels. On peut éventuellement aller plus loin en considérant que toute prise de conscience demande une mise en geste (Goldin-Meadow, 2013) ou « *Gestural Conceptual Mapping* » (Segal, 2011).

L'objectif de cet article est d'explicitier comment l'utilisation « en plein air » du planétaire humain peut rendre possible cette incarnation de notions abstraites. Plusieurs articles ont été déjà publiés pour rendre compte des expériences faites avec le planétaire humain et pour

les analyser du point de vue de l'enseignement en sciences physiques ou de la formation des enseignants à l'interdisciplinarité. Les enseignants qui ont utilisé le planétaire humain sont pour une grande majorité des enseignants de physique-chimie. Seule la construction du planétaire humain a déjà impliqué des enseignants de mathématiques (voir Section 4). Cet article est le premier qui prend l'enseignement des mathématiques comme point d'entrée pour revenir sur ces expériences. Nous allons tout d'abord décrire le schéma du planétaire humain, conçu comme une carte spatio-temporelle du Système Solaire et la chorégraphie qui permet de reproduire « la danse des planètes ». Nous passerons ensuite au potentiel de cet outil en termes de mobilisation de connaissances mathématiques au collège, en cycle 4, que ce soit pour l'étude de figures géométriques (orbites des planètes), de la mesure de grandeurs, des nombres et des relations (relation de Kepler, mesures de la vitesse...) ou encore du repérage dans le plan (rétrogradation de Mars...). Puis, nous illustrerons les apports effectifs à l'enseignement à travers deux exemples : une séance menée avec des élèves de 6^{ème} d'un collège de Paris dans le cadre d'un « projet Sciences » autour du voyage vers Mars ; puis la construction du planétaire dans plusieurs établissements, co-animée par des enseignants de mathématiques et de physique.

1. — Description du planétaire humain

Le planétaire humain est une représentation matérielle plane des déplacements d'une partie des corps du Système Solaire autour du Soleil. Le planétaire sur la Figure 1 inclut les déplacements des planètes internes (Mercure, Vénus, Terre et Mars), ainsi que d'une comète (Encke). L'échelle utilisée est d'un mètre pour une Unité Astronomique, qui est la distance moyenne entre le Soleil et la Terre. Le planétaire de la Figure 1 est tracé sur une bâche qui mesure ainsi 3 mètres sur 6 mètres. Une autre

version du planétaire humain inclut également les déplacements de Jupiter, d'une autre comète (Churyumov-Gerasimenko) et d'un astéroïde (Cérès, planète naine). Ce planétaire humain mesure alors 12 mètres sur 12 mètres. L'ensemble des planétaires humains existant à ce jour est répertorié sur le site planetaire.overblog.com¹.

1. 1. La forme des orbites

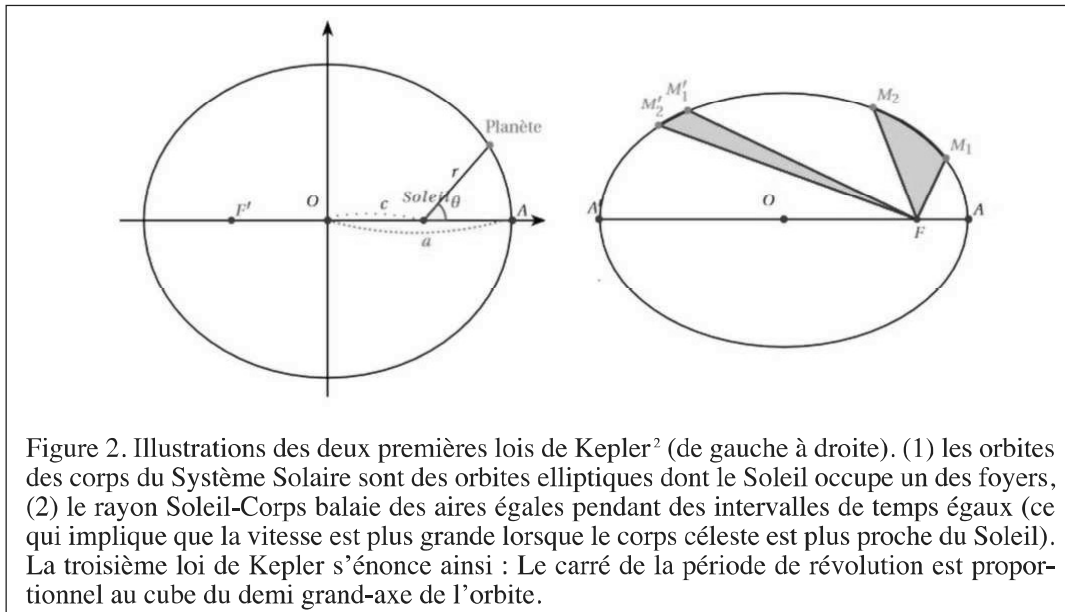
La trajectoire (fermée) suivie par un corps céleste au cours de son déplacement autour du Soleil est appelée « orbite ». Cette trajectoire est régie par les lois de la mécanique newtonienne : le déplacement d'un corps de masse m est décrit par son accélération (\vec{a}) qui est reliée à la somme des forces qui s'exercent sur lui. Dans le cas du Système Solaire, il est raisonnable de ne considérer que l'attraction gravitationnelle du Soleil. Le déplacement des corps est alors décrit par la relation :

$$m\vec{a} = \vec{F}_{\text{Soleil}} = -G \frac{mM}{r^2} \vec{u}_r,$$

avec G , la constante universelle de gravitation, r , la distance entre le corps et le Soleil, et \vec{u}_r le vecteur unitaire dirigé du corps vers le Soleil. Cette relation conduit à des déplacements réguliers, décrits par les trois relations de Kepler (Figure 2 de la page suivante).

Il est important de réaliser que les orbites planétaires ont une excentricité très faible et « ressemblent » à des cercles. Les images classiques des orbites planétaires dans les manuels ou sur internet (Figure 3, gauche) montrent des orbites très elliptiques, qui correspondent à une vue par la tranche du Système Solaire, alors que le planétaire humain est une vue de dessus. Lorsque

¹ <http://planetaire.over-blog.com/2017/09/le-blog-des-planetaires-humains-eu-hou.html.html>



ces images servent à illustrer les saisons (Figure 3, droite), elles renforcent souvent la conception selon laquelle la variation de la distance Terre-Soleil est à l'origine des saisons alors que les variations de température sur la surface de la Terre sont expliquées par l'inclinaison de son axe de rotation.

1. 2. La mesure du temps

Sur le planétaire humain, les orbites elliptiques ne sont pas représentées par un trait continu mais par des points (matérialisés par des disques de couleur) correspondant à la position du corps le long de sa trajectoire à intervalle de temps constant, dt , pendant la durée d'une révolution autour du Soleil. Deux choix pédagogiques sont possibles pour dt . Dans le

cas de la Figure 1, dt est égal à une année terrestre divisée par 24. Ainsi, la Terre revient exactement sur la position initiale après un tour, sa position sera toujours exacte le long de son orbite, mais la valeur de dt — qui n'est alors pas un nombre entier de jours — n'est pas simple à manipuler dans des calculs ultérieurs. Nous utilisons d'autres représentations du planétaire dans lesquelles la valeur de dt est fixée égale à 16 jours terrestres. Ceci permet des calculs plus simples, mais implique que les positions de la Terre sur son orbite au-delà d'une année terrestre sont décalées par rapport aux positions sur le planétaire humain.

Quel que soit le choix pour la valeur de dt , les autres corps célestes ne reviennent pas sur leur position initiale après une révolution. Ce décalage est illustré sur la Figure 1 par quelques positions de couleurs plus

² https://cral-perso.univ-lyon1.fr/labo/fc/cdroms/cdrom2014/gravitation/genese/140324-kepler_demontre.pdf

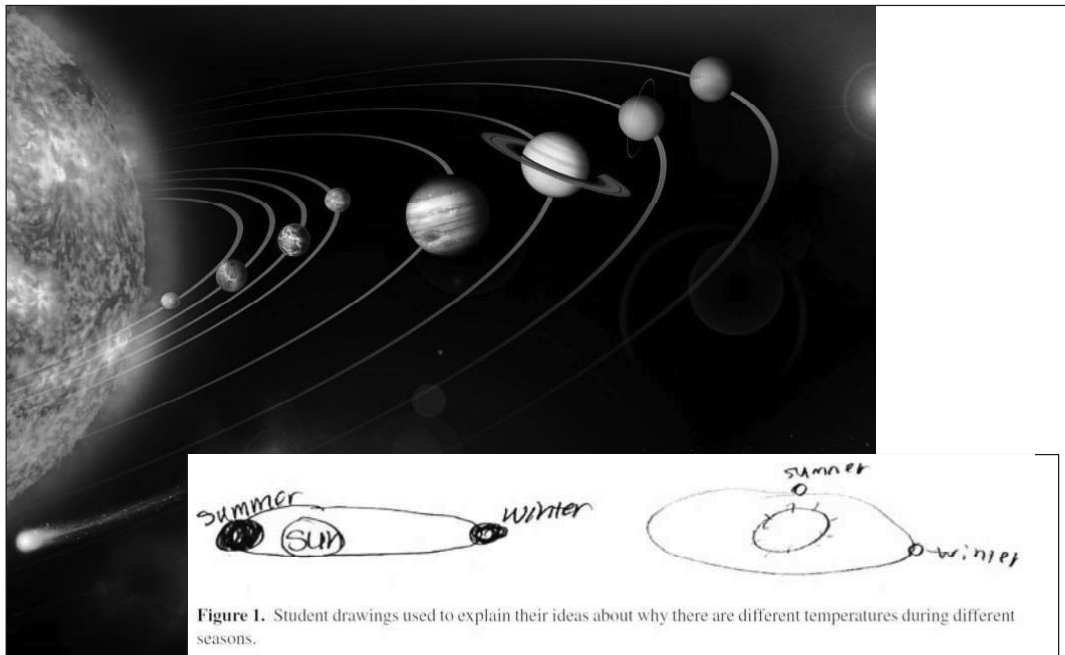


Figure 3. Les orbites planétaires sont souvent représentées comme des ellipses sur les sites Internet (gauche, futura-sciences.com © NASA) ou les manuels qui peuvent conduire à des représentations erronées sur les saisons (à droite, Lee, 2010, page 2). La représentation correcte est donnée par exemple sur le site de Pierre Causeret (2015).

claires qui représentent le début du mouvement des corps après une révolution. Dans le cas de Mercure seulement, le reste de la division euclidienne entre la période réelle et la valeur de dt étant de l'ordre de 8 jours, une seconde orbite est également matérialisée pour éviter un dernier pas qui serait très différent des autres. Dans le cas de la comète Encke, la durée entre deux disques est de trois fois la valeur de dt afin de ne pas avoir des points trop rapprochés à l'aphélie (point le plus éloigné du Soleil, autour duquel la comète a une vitesse très faible). Pour la même raison, la durée entre deux disques sur les orbites de Jupiter, de la comète Churyu-

mov-Gersimenko et de la planète naine Cérés est de cinq fois la valeur de dt .

1. 3. La danse des planètes

Lorsque le planétaire est utilisé dans un cadre scolaire, les élèves peuvent alors marcher sur les orbites en rythme, tout en respectant les trois relations de Kepler. Pour cela, le professeur tape régulièrement dans les mains, donnant ainsi une échelle temporelle. La durée entre deux *claps* (son produit lorsque le professeur tape dans les mains) correspond à la durée dt pour les corps du Système Solaire. Dans cet intervalle de temps entre deux claps, les élèves

font un pas le long de l'orbite. *C'est la première règle du planétaire humain.* Pour se déplacer en suivant les vitesses relatives des planètes, il convient de fixer la distance parcourue en un pas pour chaque orbite. *C'est la deuxième règle du planétaire.* Ainsi, sur les orbites des planètes de Mercure à Mars, les élèves vont d'un point-disque à l'autre en un pas (les disques sont numérotés d'un en un). Sur l'orbite de Mercure, un disque non numéroté est situé entre chaque disque numéroté ; cette série « non numéroté » est suivie lors de la deuxième révolution autour du Soleil. Sur la comète Encke, les élèves font trois pas pour aller d'un point-disque à un autre (les disques sont numérotés de trois en trois). Enfin, sur les orbites de Jupiter, Cérès, Churyumov-Gerasimenko, les élèves font cinq pas pour aller d'un point-disque à un autre (les disques sont numérotés de cinq en cinq).

Ainsi, les notions de distance, de durée et par suite de vitesse sont incarnées par le déplacement des élèves sur le planétaire humain. En imposant la distance parcourue et la durée entre deux claps, la vitesse de chaque élève le long de son orbite est fixée.

Le planétaire humain peut être considéré comme une représentation hybride (Hegarty, 2011) d'une partie du Système Solaire. D'une part, les corps célestes sont représentés en tant qu'entités spatiales visuelles (affichage iconique) sous la forme de disques de couleur associés à chaque corps céleste. D'autre part, leurs déplacements (affichage relationnel) sont représentés dans une seule image statique par l'ensemble de leurs positions atteintes à des instants régulièrement espacés. Il s'agit donc d'une « carte spatio-temporelle du système solaire » qui permet de faire vivre aux élèves de nombreux éléments du programme scolaire en sciences physiques, en mathématiques (et même en géographie).

2. — Le planétaire au collège : des potentialités identifiées à travers les programmes

Le savoir scolaire qui peut être associé au Système Solaire et plus particulièrement au planétaire humain n'est pas limité à des connaissances en astronomie. Rollinde & Decamp (2019) puis Rollinde et al. (2020) ont démontré le lien naturel qui s'établit avec l'enseignement de la cinématique dans le programme du collège en physique (mouvements et interaction). L'utilisation interdisciplinaire du planétaire humain associant sciences et mathématiques a été initiée par Abboud et al. (2019) puis appliquée dans le contexte de la formation initiale de professeurs des écoles de l'académie de Versailles (Abboud & Rollinde 2020). Dans cette section, nous décrivons plus précisément des liens possibles avec les programmes de mathématiques du cycle 4 au collège, et les connexions avec le programme de physique. Ces liens et connexions peuvent être considérés comme des pistes de réflexion pour des activités potentielles en classe. Les citations présentes dans cette section proviennent du programme consolidé publié au BO n°31 du 30 juillet 2020.

2. 1. Une démarche de modélisation au cœur du cycle 4

L'utilisation du planétaire permet d'entrer dans une démarche de modélisation très présente dans le programme du cycle 4 et clairement indiquée dans le domaine 4 du socle commun : « Le domaine 4 permet d'initier aux premiers éléments de modélisation scientifique et de comprendre la puissance des mathématiques, l'importance de prendre conscience des ordres de grandeur de l'infiniment grand de l'univers à l'infiniment petit (de la cellule à l'atome) ». En mathématiques, s'appuyer sur des situations réelles et les traduire « en langage mathématique », est for-

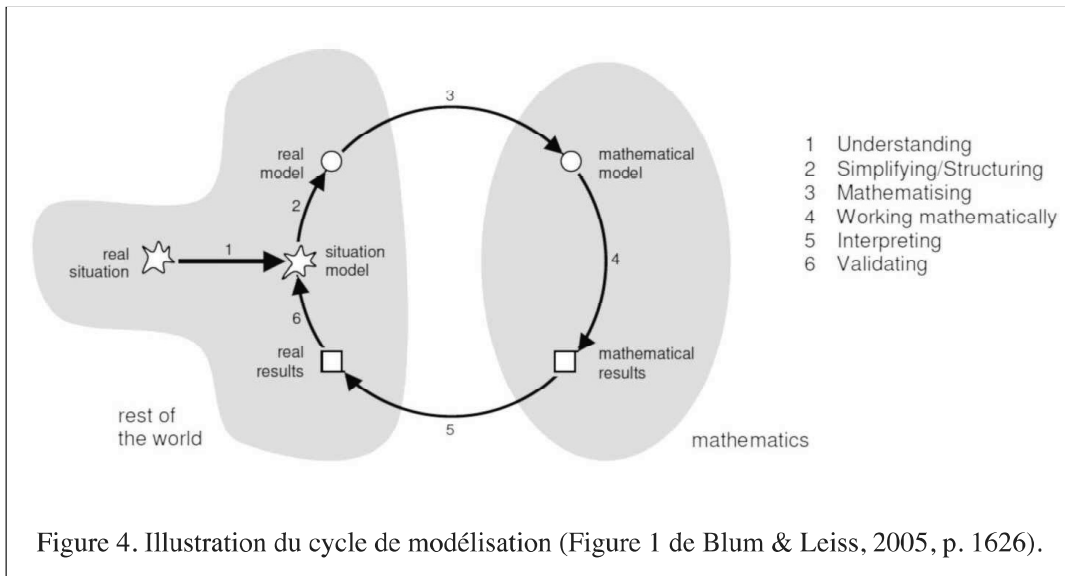


Figure 4. Illustration du cycle de modélisation (Figure 1 de Blum & Leiss, 2005, p. 1626).

tement recommandé au cycle 4 : « Le raisonnement, au cœur de l'activité mathématique, doit prendre appui sur des situations variées » ; « La diversité des activités concerne aussi bien les contextes (internes aux mathématiques ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines) ». Cet appui sur le réel est le point de départ du cycle de modélisation, illustré par la Figure 4.

Dans le cas du planétaire, la situation « réelle » est le mouvement des planètes autour du Soleil qui ne peut pas être observé directement (sauf par un extra-terrestre habitant au-dessus de notre Système Solaire, de la même manière que nous pouvons observer des planètes extrasolaires orbitant autour de leur étoile). Les positions successives des planètes sont observées à travers leur projection sur le ciel nocturne, puis reconstruites dans différents référentiels (le référentiel héliocentrique dans notre cas). La situation « modèle » (étape 1) revient à ne s'intéresser qu'aux positions à certaines dates

observées dans un référentiel donné. Le modèle réel (étape 2) correspond au planétaire humain, une carte spatio-temporelle : « utiliser, produire et mettre en relation des représentations (...) de situations spatiales ». La production d'une telle carte nécessite soit des calculs trigonométriques très complexes (en partant d'observation du ciel nocturne avec des images réelles ou des logiciels tels que Stellarium© par exemple), soit une procédure informatique complexe à partir du site de l'IMCCE³. Cette dernière solution a été mise en place par François Recher (directeur de l'Irem de Lille, enseignant-chercheur en mathématiques). Cependant, la construction d'une carte à partir des paramètres physiques de chaque orbite et de cartes à taille réduite permet aux élèves de suivre l'étape 2 de construction d'un modèle réel. Une telle construction sera détaillée dans la partie 3 de cet article. Sur cette carte, et à partir d'un questionnement précis, les élèves pour-

³ <https://www.imcce.fr/services/ephemerides/>

ront « extraire (...) les informations utiles, les reformuler, les organiser, les confronter à [leurs] connaissances ». Ils suivent ainsi les étapes 3 et 4, incluant la prise de mesure et la mise en équation, puis enfin l'interprétation avec un retour vers la situation réelle dans les étapes 5 et 6. L'ensemble de la démarche couvre les domaines du socle commun D1, D2 et D4. Il est à noter que l'utilisation du planétaire humain intègre l'expression corporelle et musicale directement au langage scientifique.

Nous explicitons maintenant plusieurs situations particulières qui permettront une mise en œuvre dans le cadre des thèmes du programme de mathématiques, et une connexion avec les programmes de sciences physiques.

2. 2. Des notions mathématiques qui pourraient être traitées à travers l'utilisation du planétaire

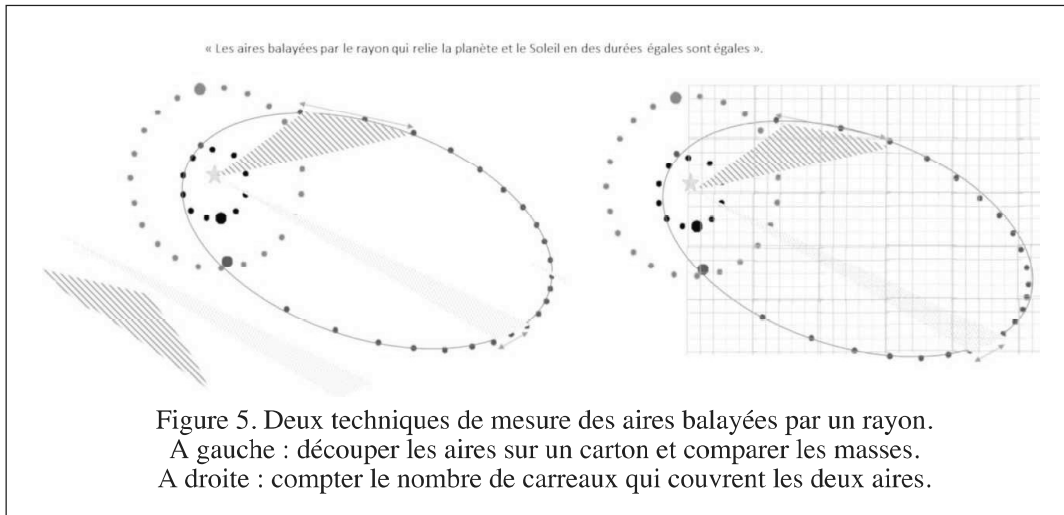
« L'apprentissage des mathématiques est facilité si la présentation des notions est faite sous différents angles ; approcher certaines notions abstraites (numération, fractions, équations, aires et volumes, etc.) de manière tactile, sensorielle ». Nous illustrons ici les apprentissages en mathématiques avec des activités ponctuelles basées sur le planétaire humain. Certaines de ces activités ont déjà été mises en place et observées à travers nos travaux antérieurs. Ces activités pourront ensuite s'intégrer dans des projets plus larges, tels que ceux décrits plus loin en parties 3 et 4.

Le thème Grandeurs et mesures : approches de l'incertitude et de l'approximation

Le travail de mesure sur le planétaire humain est centré sur les longueurs, les aires et les durées. Les distances astronomiques sont adaptées pour un travail sur les changements d'uni-

tés. Il est possible de partir de références concrètes telles que le kilomètre, puis le diamètre de la Terre, mesurées ou discutées en dehors du planétaire. Ces références seront ensuite prolongées vers des distances inaccessibles telles que la distance Terre-Soleil, l'Unité Astronomique qui est nécessaire pour comprendre l'échelle de la carte. Toutes les mesures de longueur sur le Système Solaire utiliseront ensuite cette unité, inhabituelle pour les élèves. La mesure des distances parcourues ou des distances au Soleil peuvent se faire sur le planétaire humain, en plein air, ou sur un planétaire imprimé, en classe. Nous revenons sur des mesures de longueur ci-dessous dans le cadre des connaissances en géométrie.

Nous illustrons maintenant une mesure d'aire particulière qui est directement reliée à la seconde loi de Kepler (Figure 2) : la mesure de l'aire d'une surface définie par la surface balayée par le rayon Soleil-Corps sur une durée donnée. La théorie de Newton et les mesures effectuées à l'époque de Kepler nous indiquent que cette surface doit être constante. Deux techniques peuvent être utilisées sur le planétaire humain pour retrouver ou confirmer ce résultat. La première consiste à reproduire les orbites elliptiques sur un carton épais, et d'en découper les formes associées aux déplacements sur des durées constantes, comme illustré sur la Figure 5 (gauche). La surface devient alors proportionnelle à la masse du morceau de carton. Cette mesure est nécessairement entachée d'incertitudes dues au découpage du carton ou à l'hétérogénéité du carton. Un travail en statistique est alors nécessaire pour déterminer si les mesures des aires obtenues sont cohérentes avec une valeur précise et unique donnée. La seconde technique consiste à disposer un quadrillage sur le planétaire et de compter les carreaux (Figure 5, droite). L'incertitude de cette mesure est reliée aux carreaux présents sur le bord et qu'il faut comp-



ter en partie, donnant ainsi des valeurs minimales et des valeurs maximales à chaque mesure. En variant la taille des carreaux, il est alors possible de voir que l'incertitude d'une mesure est liée à l'instrument de mesure. Il est à noter que ces deux mesures se font plutôt en classe qu'en plein air.

Nous terminons avec une mesure de durée, typiquement la période orbitale – ou la durée mise par un corps pour parcourir son orbite autour du Soleil. Les périodes peuvent être calculées en utilisant l'échelle de durée entre deux nombres consécutifs, nous y reviendrons à propos des connaissances sur les nombres ci-dessous. Elle peut aussi être mesurée avec un chronomètre au cours de la chorégraphie sur le planétaire en plein air et mise à l'échelle en utilisant la période de la Terre comme référence (Rollinde, 2017). Ceci permet de faire plusieurs chorégraphies avec des rythmes différents, et de montrer alors que la référence de la Terre permet de retrouver les mêmes périodes (en année) quelle que soit la période mesurée sur le planétaire humain (en minutes).

*Le thème Nombres et calculs :
écriture scientifique et division euclidienne*

L'astronomie est souvent utilisée dans l'apprentissage des nombres pour travailler sur l'écriture scientifique des grands nombres. Dans le cas du planétaire humain, le travail sur les nombres intervient surtout à travers les mesures de période, ainsi que les échelles spatiales et temporelles. Ainsi, il paraît simple de déterminer les périodes en multipliant la durée d'un trajet entre deux points successifs (notée dt) par le nombre de points. Une vigilance est ici nécessaire pour les orbites dont les points sont placés trois à trois ou parfois cinq à cinq (pour l'orbite de Jupiter par exemple).

Sur le planétaire illustré dans la Figure 1, cette opération est exacte pour la Terre mais la durée dt n'est pas un nombre entier de jours (voir plus haut la description du planétaire). Pour les autres orbites, la période s'obtiendra en utilisant une proportionnalité entre la période et le nombre de points, avec la Terre comme référence. Si dt est un nombre entier (16 jours), alors

toutes les périodes s'obtiennent de la même manière. Dans les deux cas, l'estimation de la période sur le planétaire est entachée d'une incertitude égale à dt . En effet, le nombre de points représentés sur le planétaire pour une orbite est égale à la partie entière de la division euclidienne de la période réelle par la valeur de dt . Le reste est donc situé entre $-dt$ et $+dt$. Nous pourrions nous arrêter là et considérer qu'il s'agit d'une estimation de l'incertitude sur la valeur de la période. Il est possible également de discuter de cette limite du modèle utilisé sur le planétaire, insistant ainsi sur l'existence de conditions d'utilisation pour tout modèle. Connaissant la valeur exacte de la période, il est possible alors d'améliorer le modèle en ajoutant une règle d'utilisation. Prenons l'exemple de la Terre avec un planétaire humain construit avec une valeur de dt égale à 16 jours. Il comprendra alors 23 points, soit une période estimée à 368 jours. Ainsi, lorsque l'élève a parcouru une orbite, il aura fait un trajet de 368 jours alors que la durée réelle du trajet de la Terre est de 365,25 jours. Le modèle est donc en retard de 2,75 jours. Au bout de 6 tours, le modèle est en retard de 16,5 jours

sur la réalité. Il est possible alors pour l'élève de sauter un point, rattrapant ainsi 16 jours, et revenant presque en accord avec la réalité !

Nous voyons ainsi que le travail sur les nombres et le reste d'une division euclidienne dans le cas réel du Système Solaire permet d'associer cette notion à une perception concrète, et de l'enrichir avec une réflexion sur les limites d'un modèle.

*Le thème Espace et géométrie.
Représenter l'espace et tracer des orbites*

Nous avons vu que le planétaire humain est une représentation plane d'une partie de l'espace interplanétaire autour du Soleil. Du point de vue géométrique, il est composé de points situés le long de figures géométriques elliptiques, et d'un des foyers de ces figures (le Soleil). Le second foyer n'est jamais représenté.

Nous verrons que la construction du planétaire humain (partie 4) permet de travailler sur trois aspects du programme : (i) le repère,



Figure 6. Mesure de la distance entre le Soleil et les points de l'orbite de la Terre par les élèves du collège de Bercé. *Les visages des élèves ont été cachés pour préserver leur anonymat.*

origine et axe ; (ii) les caractéristiques du cercle et de l'ellipse ; (iii) l'homothétie à partir d'une version au format A3 ou A4 de chaque orbite. L'ellipse est une notion hors programme mais utilisée en situation, elle permet d'illustrer des notions du programme. À noter que même si l'essentiel de ces connaissances géométriques est plutôt mobilisé en phase de construction du planétaire (voir la partie 4), le travail sur des éléments de géométrie est toujours possible lorsqu'il est déjà construit.

Les élèves peuvent vérifier si les orbites des planètes ont une forme circulaire. Pour cela, ils doivent mesurer les distances de chaque point au centre présumé, le Soleil (Figure 6). Une vérification plus rigoureuse consiste à rechercher le centre avec plusieurs paires de points, en utilisant les propriétés de la médiatrice. Dans le cas du planétaire humain, la réponse est négative. Les médiatrices ne se croisent pas en un point unique, et les distances au Soleil ne sont pas constantes (à nouveau, les élèves découvrent que la Terre est plus éloignée du Soleil en juin...). Il est alors pos-

sible d'introduire la notion de grand axe pour une ellipse comme l'équivalent du diamètre pour le cercle. La recherche du grand axe est rendue plus difficile par le fait que les points dessinés n'incluent pas nécessairement le périhélie et l'aphélie (les deux points de l'orbite situés sur le grand axe). Les élèves peuvent alors simplement estimer les positions de ces deux points, ou essayer de tracer l'ellipse avec « la méthode du jardinier », ce qui nécessite d'estimer la position du second foyer...

Un travail d'approximations successives ou de prédictions à partir de l'estimation initiale du grand axe est alors très instructif. Lorsqu'ils ont déterminé le « bon » second foyer, ils vont pouvoir suivre l'ensemble de l'orbite : deux élèves placent les deux bouts d'une corde sur le Soleil et sur le second foyer ; un troisième élève fait passer la corde sur un point de l'orbite et tend la corde créant ainsi un triangle. Cette construction est illustrée sur la Figure 7 « en l'air » (à gauche) et sur le dessin (à droite). En se déplaçant, le troisième élève doit suivre tous les points de l'orbite tout en maintenant la corde

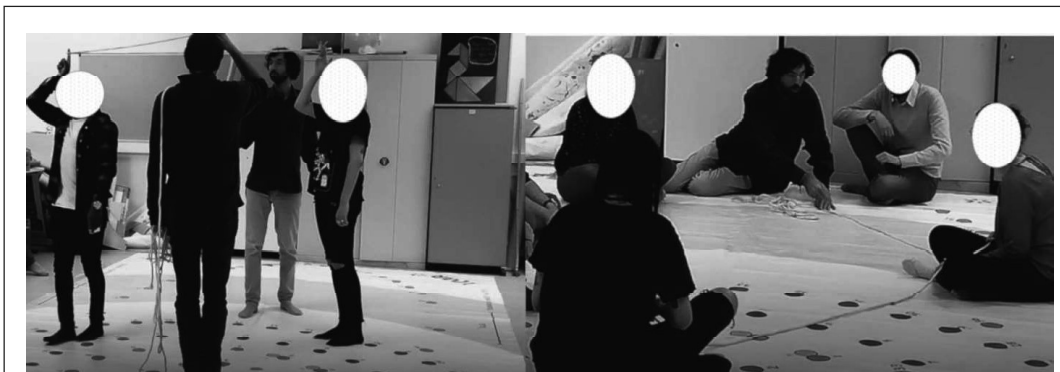


Figure 7. Application de la méthode du jardinier pour reproduire les orbites elliptiques. Le triangle constitué des deux foyers et d'un point de l'ellipse est observé « en l'air » (à gauche) ou sur le planétaire (à droite). *Les visages des Professeurs des Ecoles Stagiaires de l'INSPE de Versailles ont été cachés pour préserver leur anonymat.*

tendue. Nous pouvons retrouver ici le protocole de construction d'une ellipse comme l'ensemble des sommets d'un triangle dont deux sommets et le périmètre sont fixés (à l'image d'un cercle construit comme l'ensemble des extrémités d'un segment dont l'autre extrémité et la longueur sont fixés).

Le thème Gestion des données et Fonctions

Les mesures de distance parcourues et de durée pour différents trajets vont conduire à plusieurs relations qui vont questionner l'élève. En mesurant la distance et la durée associées à divers trajets effectués par un même objet, le rapport de la distance sur la durée est classiquement associé à la définition de la vitesse. Cependant, cette définition correspond uniquement à la vitesse moyenne. Lorsque les élèves observent le mouvement de leurs camarades sur le planétaire, ils observent une vitesse instantanée. Pour pouvoir associer les deux notions de vitesse, il faut que la relation distance-durée soit proportionnelle, ce qui implique que le rapport soit constant quelle que soit la durée du trajet étudié. Or, dans le

Système Solaire, aucun corps n'a une vitesse instantanée constante ce qui va conduire à des observations inattendues (Abboud et al., 2019). Les planètes, sur une orbite « quasi-circulaire », ont une très faible variation de vitesse. Avec des mesures prises sans une attention accrue, et surtout sur une durée faible devant la période orbitale, la relation distance-durée pourra être considérée comme proportionnelle : une droite ajustera linéairement tous les points définis par les mesures relevées (Figure 8, gauche). Les comètes ont au contraire des orbites très elliptiques avec des vitesses qui varient rapidement. Ainsi, les distances parcourues et les durées sur différents trajets ne seront pas proportionnelles et le graphique représentatif montrera un écart croissant avec une droite (Figure 8, droite). Ainsi, en partant du point 3, la comète Encke se rapproche du Soleil (voir Figure 1), et sa vitesse va augmenter. Les mesures montrent effectivement que le rapport distance sur durée augmente lorsque la durée du trajet augmente. En partant du point 36, la comète s'éloigne du Soleil et sa vitesse va diminuer, le rapport diminue lorsque la durée augmente.

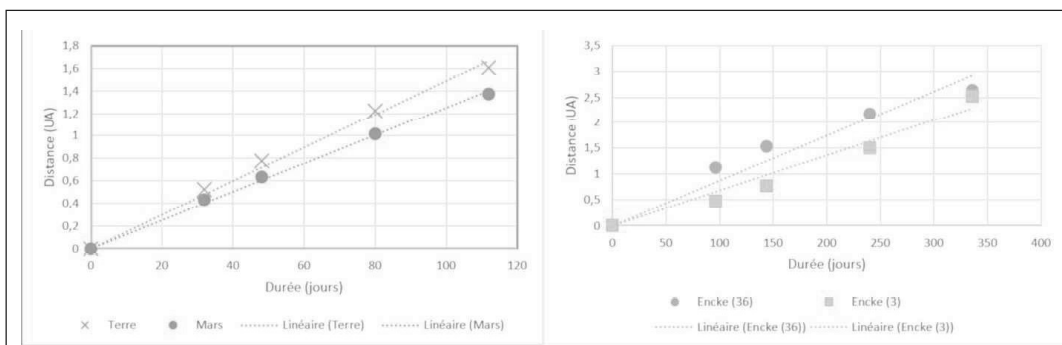


Figure 8. Mesures de distance pour des trajets de différentes durées sur les orbites de la Terre et de Mars (gauche) et de la comète Encke avec deux points de départs différents (droite). Les mesures sont cohérentes avec une relation proportionnelle pour les planètes, tandis que les mesures pour la comète ne sont pas proportionnelles.

Mais nous pouvons aller encore plus loin en revenant aux orbites planétaires. En améliorant la précision de leur mesure ou en augmentant la durée du trajet, les élèves pourront alors détecter une variation de la vitesse (et une relation non-proportionnelle). Or, cette variation de la vitesse explique que l'été en Europe dure plus longtemps que l'hiver (en 1998, l'été a duré 93 jours tandis que l'hiver a duré 89 jours). En effet, la Terre est plus éloignée du Soleil en été dans l'hémisphère Nord et va donc moins vite qu'en hiver ! Cet exemple sur la vitesse combine des notions nouvelles pour les élèves en physique (la vitesse moyenne et la vitesse instantanée) et en mathématiques (la proportionnalité et les graphes).

Il est enfin possible de travailler la notion de proportionnalité avec la troisième relation de Kepler, qui permet de ne pas introduire la vitesse, source de difficulté de compréhension supplémentaire. Il s'agit alors de mesurer les périodes et les demi-grands axes des différentes orbites (Figure 2, droite). Les mesures prises sur le planétaire et remises à l'échelle pour les planètes jusqu'à Mars et la comète semblent en accord avec une relation proportionnelle, $\frac{T[\text{année}]}{a[\text{UA}]} = 1$. En uti-

lisant une version plus grande du planétaire incluant Jupiter, ou en cherchant les données des autres corps du Système Solaire sur internet, la

relation de Kepler est évidente $\frac{T^2[\text{année}]}{a^3[\text{UA}]} = 1$.

Il est alors possible d'introduire une relation de puissance, et de montrer que le graphique qui la représente se rapproche d'une droite passant par l'origine. Au lycée, cette relation permet également d'introduire la notion de tangente ainsi que la fonction logarithmique qui permet une représentation linéaire des fonctions puissance.

2. 3. Intégration dans des EPI : un exemple de mise en place effective

« Se représenter le monde dans sa complexité et ses processus passe par des réalisations de projets. Ceux-ci peuvent notamment se développer dans le cadre des enseignements pratiques interdisciplinaires auxquels chaque discipline apporte sa spécificité. » Nous avons présenté ci-dessus des activités indépendantes. Nous souhaitons décrire maintenant deux thèmes qui ont été choisis par les enseignants de mathématiques et de physique d'un collège parisien pour initier des projets plus cohérents dans le cadre des EPI.

L'EPI a été envisagé pour les huit classes de 4ème. Cela a impliqué cinq enseignants de mathématiques et trois ou quatre enseignants de SPC. Les séquences ont été construites afin d'assurer une cohérence entre les programmes de mathématiques et de SPC. Lors du premier semestre, un planétaire a été construit. Il a ensuite été utilisé au cours du second semestre et réinvesti les années ultérieures sur les deux thèmes suivants.

Thème commun en 4ème : La vitesse

- Application de la proportionnalité.
- Calcul de vitesses moyennes à partir du périmètre et de la période, ou entre deux points plus ou moins éloignés. Lien possible avec la troisième relation de Kepler.
- Recherche de relation entre vitesse et distance au Soleil. Ceci conduit à une relation de puissance, $v^2 \propto \frac{1}{r}$, qui peut être transformée en relation linéaire entre les grandeurs v^2 et $\frac{1}{r}$.
- Lien possible avec l'énergie en physique en classe de troisième (énergie cinétique et

énergie potentielle de position qui seront revues au lycée)

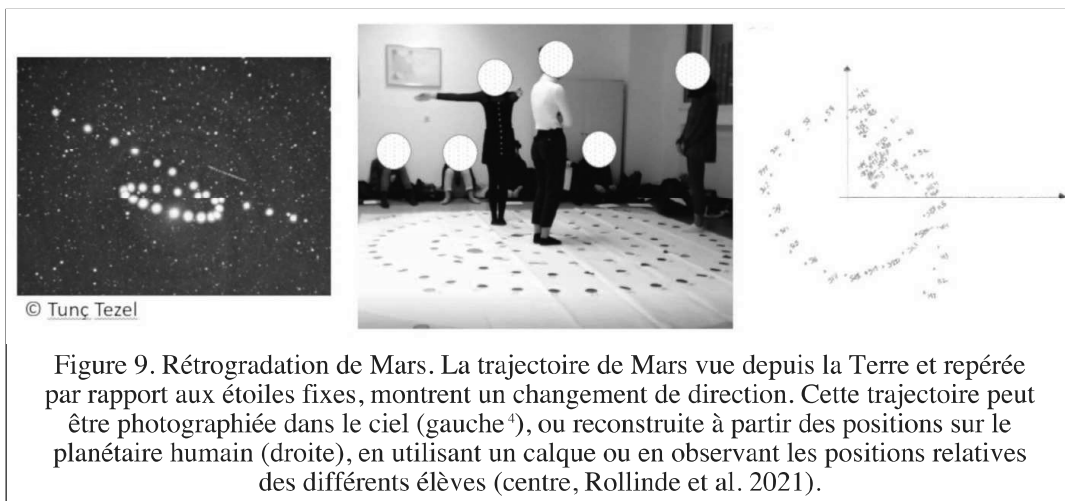
Thème commun en 3^{ème} : Référentiel

- Définition, les différents référentiels en astronomie (terrestre, géocentrique et héliocentrique)
- Repérage sur un quadrillage
- Rétrogradation de Mars sur le planétaire humain et sur calque

L'observation de la rétrogradation de Mars est classique en classe de seconde, mais elle peut être abordée dans le contexte des apprentissages du cycle 4. Le déplacement de Mars, observé depuis le Soleil, est une ellipse (celle qui est représentée sur le planétaire). Observée depuis la Terre pendant 24h, Mars a une trajectoire circulaire (celle qui est vue au cours d'une nuit). Observée depuis la Terre, mais par rapport aux étoiles fixes (donc en ignorant la rotation de la Terre sur elle-même),

la trajectoire de Mars présente une particularité appelée « rétrogradation » : son sens de rotation s'inverse pendant quelques semaines (Figure 9, gauche).

La mise en évidence de cette trajectoire est habituellement faite en utilisant des logiciels de simulation céleste tels que Stellarium© ou Célestia©. Elle peut être faite également en utilisant du papier calque qui est déplacé en suivant la Terre, et sur lequel la position de Mars est reproduite à chaque époque (Figure 9, droite). Decamp et al. (2020) et Rollinde et al. (2021) ont montré que la compréhension des changements de référentiel est améliorée de manière très significative par l'utilisation du planétaire humain pour illustrer des trajectoires observées dans différents référentiels. Les dessins obtenus sont moins précis, mais les élèves suivent Mars en marchant sur l'orbite de la Terre et ont alors une perception immédiate de cette rétrogradation. De plus, les élèves construisent les différents référentiels avec leur propre corps (Figure 9, centre).



⁴ <https://apod.nasa.gov/apod/ap031216.html>

3. — Une séance menée par des enseignants en sciences autour des repères et des alignements : des opportunités pour l'enseignement des mathématiques

3. 1. Contexte et objectifs de la séance

Afin de donner une idée plus claire au lecteur de l'utilisation du planétaire au collège, nous présentons dans cette partie une séance d'utilisation du planétaire en classe de 6^{ème}.

Cette séance est intégrée dans un projet interdisciplinaire de Sciences en 6^{ème} au collège Pailleron (Paris) autour du « Voyage vers Mars »⁵. Les disciplines scientifiques (SVT, Physique Chimie, Technologie) ainsi que les arts plastiques, la documentation et la maîtrise de la langue sont regroupées dans ce projet. Chaque enseignant est associé pour une série de 4 séances, une par discipline, à un groupe d'élèves. Le planétaire humain est intégré à la séance de Physique. La construction des séances est l'objet de discussion sur les usages de chaque discipline tant du point de vue du vocabulaire que de la méthodologie. Bien que les enseignants de mathématiques ne soient pas encore associés à ce projet en 2020, les discussions entre enseignants de Sciences et les séances menées sur le planétaire humain, dont la séance développée ici, montrent que leur apport serait très bénéfique et permettrait en particulier de lever de nombreuses difficultés des élèves lorsqu'ils passent d'une discipline à une autre, en particulier en termes de vocabulaire différent associé à des objets de savoir utilisés dans les deux disciplines.

Le planétaire est utilisé au sein de ce projet comme un outil pédagogique nouveau, tracé dans le hall du collège (Figure 10) par les



Figure 10. Planétaire du collège Pailleron (Paris) construit par les élèves de 6^{ème} avec des gommettes de couleur.

élèves de 6^{ème} de l'année 2018-2019. Les élèves de 6^{ème} des années suivantes utilisent ce planétaire qui suscite leur intérêt dès leur entrée dans les locaux. La séance décrite ici est intégrée au premier thème du projet « Voyage vers Mars ». Les élèves n'ont donc jamais utilisé le planétaire auparavant. Les objectifs de cette séance étaient de faire comprendre les déplacements sur le planétaire et de faire observer les moments où les planètes se dépassent. Les aspects spécifiques à l'astronomie de cette séance ont été décrits par Rollinde (2019). Nous analysons ici uniquement ce qui relève spécifiquement des mathématiques et faisons des propositions d'exploitation par un enseignant de mathématiques, sachant que les ensei-

⁵ <http://ife.ens-lyon.fr/lea/le-reseau/les-differents-lea/college-pailleron-paris>

gnants qui ont mis en place cette séance sont des enseignants de SPC.

La séance est organisée en 4 phases : 1- découverte du dessin du planétaire et une expérience par la pensée pour appréhender la représentation du Système Solaire ; 2- une présentation des différents éléments du dessin et des objets célestes réels correspondants ; 3- un placement par groupe de 5 sur le planétaire puis le déplacement sur les orbites ; 4- la chorégraphie avec un focus particulier sur les moments de dépassement des planètes suivi par un compte rendu sur une fiche précédemment préparé par l'enseignant des observations faites.

Ces observations seront réutilisées pour des expériences ultérieures sur le planétaire.

3. 2. Phase 1 : Le Système Solaire est représenté sur un même plan.

Il est demandé aux élèves assis sur le sol autour du planétaire, yeux fermés, d'imaginer surplomber la Terre puis le Système Solaire. Ensuite l'enseignant leur demande de se mettre debout, d'ouvrir les yeux et de regarder le dessin sur le sol qui est une représentation du Système Solaire.

On remarque ici que les élèves acceptent ce saut du réel imaginé vers sa représentation « plane » sans se poser la question de la présence de tous les objets célestes dans un même plan. Cela peut être expliqué par le fait que les représentations dans les manuels scolaires du Système Solaire dès l'école primaire montrent les planètes d'une façon coplanaire mais peut aussi être dû au fait que la troisième dimension dans le passage espace réel - espace représenté n'est pas encore complètement acquis par ces élèves de 6^{ème}. Cette dernière hypothèse peut être validée par le fait que des lycéens ayant vécu la même expérience posent parfois la question

si certaines planètes sont au-dessus d'autres ou pas. D'ailleurs pour répondre à cette question l'enseignant pourrait évoquer un planétaire construit aux Etats Unis où les angles d'inclinaison des plans de rotations des planètes sont pris en compte⁶, et enchaîner sur l'approximation « acceptable » pour une représentation à l'échelle réduite du planétaire dessiné dans le hall de l'établissement.

3. 3. Phase 2 : les objets se déplacent sur des orbites « régulières » autour du soleil, circulaires/elliptiques

Après avoir retrouvé les noms des planètes représentées, la question qui est posée est celle des points (gouffres ronds) qui les représentent. Rapidement les élèves admettent que chaque planète ne peut pas être représentée par une multitude de points et que ces points correspondent au mouvement de la planète autour du soleil.

Ici plusieurs questions se posent :

- pourquoi plusieurs points par planètes et que représentent ces points ? Une des réponses données par les enseignants est « *les points de couleurs bleu sur le sol représentent les « différentes positions » de la terre* ». Cette réponse aurait dû appeler une autre question : « *pourquoi ces positions en particulier, qu'ont-elles de particulier ?* ». Les élèves ne se posent pas cette question (qui fera d'ailleurs l'objet d'une séance ultérieure dans la séquence) mais observent plutôt la régularité de l'espacement des points.
- Après un travail sur le vocabulaire relatif à la rotation des planètes, arrive la notion d'orbite. Elèves et enseignants conviennent que les points (gouffres) de chaque

⁶ Il s'agit du planétaire de l'Observatoire « Sky the limit » (<https://www.skysthelimit29.org/orrery1.html>). Le niveau du sol a été modifié pour reproduire les inclinaisons de chaque plan.

planète représentent son orbite. Il a fallu à plusieurs reprises que le chercheur observateur intervienne pour rectifier en disant que ces points sont sur l'orbite ou que « les points sont les positions de la terre sur son orbite ». Se posent ici la question du passage du discret au continu. Autrement dit, aucun élève ne pose la question du pourquoi les cercles (ou ellipses) représentant les orbites ne sont pas dessinés ou bien « qu'y-a-t-il entre les points ? ». Un professeur de mathématiques pourrait partir de cette observation pour revoir avec les élèves la définition du cercle comme l'ensemble des points à égales distances du centre.

Toutefois ce constat risque d'en soulever un autre sur l'approximation adoptée. En effet, sur le planétaire utilisé les orbites des quatre planètes sont pratiquement circulaires, c'est uniquement l'orbite de la comète qui apparaît clairement elliptique. Nous avons vu plus haut que le fait d'exagérer l'ellipticité de l'orbite de la Terre créait une conception erronée de l'origine des saisons. À l'inverse, nous avons vu également que la faible ellipticité expliquait le fait que l'été durait plus longtemps que l'hiver en France... Ces réflexions pourront permettre dans la poursuite de ce projet en interdisciplinarité une explication plus avancée de la modélisation faite et de ses limites.

3. 4. Phase 3 : Reproduire en espace vécu une figure d'un espace représenté

L'enseignant fourni aux élèves un dessin du planétaire où les quatre planètes sont placées à leurs positions exactes le jour de la séance (dessin issu du logiciel Stellarium⁷). Il leur demande par groupe de 5 de se placer sur le planétaire de la même façon (Figure 11). Les autres élèves regardent et conseillent les 5 élèves. Ici on

⁷ <http://stellarium.org>, version 0.18.0

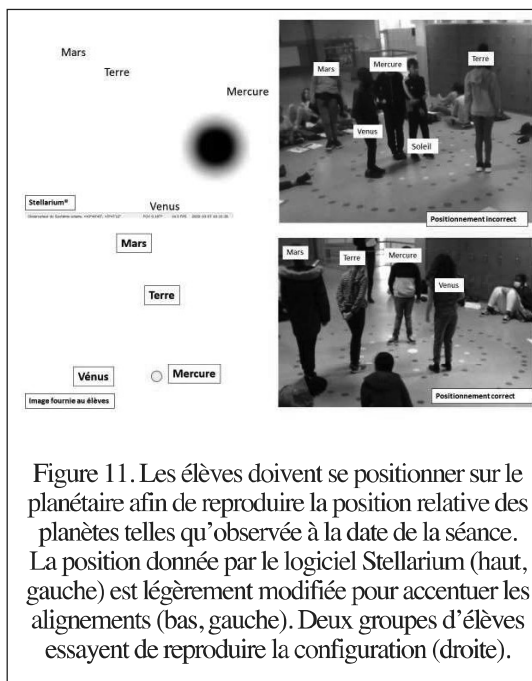


Figure 11. Les élèves doivent se positionner sur le planétaire afin de reproduire la position relative des planètes telles qu'observée à la date de la séance. La position donnée par le logiciel Stellarium (haut, gauche) est légèrement modifiée pour accentuer les alignements (bas, gauche). Deux groupes d'élèves essaient de reproduire la configuration (droite).

observe deux types de stratégies : approximative-perceptive ou bien par prise de repères : le soleil comme repère fixe et le repérage des planètes les unes par rapport aux autres (« *Vénus est à gauche de Mars ou bien la terre est derrière mercure ou encore toi mets-toi à sa gauche...* »). Ce sont souvent les élèves observateurs qui ont recours à la prise de repères, les élèves qui incarnent les planètes ne s'impliquent pas dans ce repérage. Nous pouvons ici avancer à juste titre la difficulté des élèves à se repérer dans leur espace vécu. Malgré que cette compétence relève du cycle 2 de l'école primaire, force est de constater que les activités relevant de l'orientation dans l'espace se font dans la suite de la scolarité essentiellement dans l'espace représenté (feuille, écran).

Encore une fois, un enseignant de mathématiques pourrait s'arrêter à ce moment (ou y

revenir plus tard) pour faire verbaliser aux élèves observateurs et ceux incarnant les planètes les repères qu'ils ont considérés pour réussir le positionnement selon l'image donnée et revenir ainsi avec eux sur la notion d'orientation dans l'espace micro et meso (Brousseau, 2000).

3. 5. Phase 4 : Dépassements et alignements des objets célestes

Après que les élèves ont compris puis effectué plusieurs fois le déplacement régulier des planètes, l'enseignant demande aux élèves observateurs d'arrêter la chorégraphie à chaque fois qu'il y a un dépassement d'une planète par une autre.

On constate d'abord que la notion de dépassement n'est pas comprise par les élèves. L'enseignant à ce moment-là fait une activité décrochée en demandant à deux élèves de marcher le long de deux lignes droites et demande aux autres élèves de dire quand l'un a dépassé l'autre. Une fois cette notion comprise, la chorégraphie sur le planétaire reprend, les élèves arrivent à voir les dépassements mais donnent le signal après le moment exact où le dépassement s'est produit.

L'objectif de l'enseignant qui est de constater l'alignement du soleil avec les deux planètes lorsque le dépassement a lieu est donc difficilement atteignable. Nous observons que les enseignants ont recours alors à plusieurs stratégies possibles :

- l'enseignant annonce : « *L'observation que vous devez faire se situe dans le cadre géométrique. Est-ce qu'on peut créer une figure géométrique à partir des positions des élèves ?* »,
- l'enseignant déplace les « élèves planètes » de telle sorte à les mettre d'une façon précise dans l'alignement avec le soleil,

- l'enseignant refait faire plusieurs fois l'observation et demande à chaque fois à l'élève soleil de dire ce qu'il observe,
- l'enseignant prononce lui-même le mot alignement que les élèves reprennent à leur compte, même si certains avancent d'abord que les deux planètes (deux points) sont alignées (!) avant de passer à l'alignement des trois points.

Nous soulignons là aussi que même si la notion d'alignement qui relève du programme du cycle 2 du primaire est supposée acquise en 6^{ème}, elle est difficile à être mobilisée ici dans le cadre de l'espace vécu. Encore une fois on peut noter que même si les élèves travaillent régulièrement la notion d'alignement en géométrie, ils le font plutôt dans le micro espace de la feuille ou de l'écran et ont du mal à le mobiliser dans l'espace meso où ils se trouvent eux-mêmes à l'intérieur de cet espace. On peut aussi supposer dans cette situation particulière d'interdisciplinarité que la question



Figure 12. Alignement Terre-Mercure-Soleil (en arrière-plan) et alignement approximatif Mars-Vénus-Soleil (au premier plan)

posée aux élèves « *que constatez-vous au moment du dépassement ?* » ne les renvoie pas sur le moment à une observation qui relève du domaine géométrique (d'où la première stratégie d'enseignant) mais qu'ils cherchent à répondre dans le cadre de l'astronomie dans lequel leur activité a lieu.

4. — Construction du planétaire : une co-animation par deux professeurs de mathématiques et de physique

La construction du planétaire humain a été mise en œuvre dans de nombreux lieux et contextes (Figure 13). Selon les cas, la construc-



Figure 13. La construction d'un planétaire humain (de haut en bas et de gauche à droite) au collège Guy Flavien (Paris), lors d'une formation d'enseignants à Thiès (Sénégal), au Collège Protestant Français (Beyrouth, Liban), au collège de Bercé (académie de Nantes), et à l'INSPE de Lille.

tion peut s'insérer dans la cour au milieu des marelles, au sein du terrain de basket, ou encore dans le hall de l'établissement (Figure 10). Elle fait probablement partie des aventures uniques dans la vie d'un élève et d'un établissement, permettant ainsi de renforcer la cohésion d'une classe.

L'arrivée du planétaire humain dans une école a presque toujours commencé par une séance menée par un chercheur avec les élèves. Le contact des chercheurs avec les établissements peut se faire via un collègue, ce fut le cas à Beyrouth, ou via les instances académiques telles que la CARDIE pour Paris, ou à l'occasion de formations d'enseignants (locales pour le collège de Bercé, ou, à l'étranger, avec le concours de l'ambassade de France au Sénégal pour la ville de Thiès). Ensuite, certains établissements investissent dans l'achat d'une bâche qui permet une utilisation immédiate et d'essaimer dans les établissements proches (par exemple pour favoriser des projets inter-degré). D'autres font construire par leurs élèves le planétaire, activité riche en apprentissage, et qui est le sujet de cette partie. Le recensement des planétaires humains réalisés dans le monde (imprimé sur une bâche, dessiné sur une bâche, peint au sol, composé de gommettes...) est disponible sur le blog du planétaire humain⁸.

La description du processus de construction ci-dessous est essentiellement basée sur les séquences menées dans deux établissements. D'une part, le collège Guy Flavien à Paris a répondu à un appel d'offre de Sciences à l'École pour initier des projets autour du planétaire humain. Deux enseignantes, en SPC et en mathématiques, ont ensuite développé une séquence interdisciplinaire dans le cadre des EPI pour une classe de 5^e, pendant

2h tous les 15 jours en co-animation, sur le 2^e semestre. La construction a été finalisée l'année scolaire suivante, sur le 1^{er} semestre. D'autre part, deux enseignantes du collège de Bercé (SPC et mathématiques) ont suivi une première formation proposée au PAF en 2018-2019. Elles ont convaincu deux collègues (arts plastiques et mathématiques) de suivre la même formation en 2019-2020 pour pouvoir mener ensemble un EPI avec les classes de 3^eme du collège. La construction a été initiée mais n'a pas pu être finalisée en raison du confinement en 2020.

Le projet pédagogique autour de la construction du planétaire se déroule en trois phases : apprentissage des prérequis dans les deux disciplines, construction, puis réinvestissement des éléments de construction. Nous insistons sur les apprentissages en mathématiques et les choix pédagogiques effectués par les équipes enseignantes. Il est important, pour bien comprendre les activités proposées, de savoir que les enseignants ont à leur disposition des fichiers numériques des planétaires humains avec les paramètres qu'ils désirent (date de départ, intervalle de temps entre deux points, orientation...) ainsi que les « gabarits » décrits en 4.2 sur simple demande. Il est prévu, en collaboration avec l'Irem de Lille, de mettre en place un site qui permettra de récupérer ces fichiers automatiquement.

4. 1. Phase 1 : prérequis et préparation de la construction

Les prérequis pour la construction du planétaire humain sont intégrés dans plusieurs séances à travers des exercices, des recherches d'information, des maquettes, etc... Ils sont nécessaires pour permettre et pour donner du sens à la construction. Les notions d'échelle et d'ordre de grandeur sont particulièrement mobilisées aux cours des premières étapes.

⁸ Voir note 1.

Première description d'un planétaire humain

Les enseignants commencent par présenter aux élèves le dessin d'un planétaire incluant seulement les points autour du Soleil sur les différentes orbites, mais aucune information écrite ou graphique. Ainsi, les élèves doivent retrouver tout d'abord le contexte, avec les noms des planètes et des autres objets du Système Solaire (astéroïdes, comètes, météorites...). Ils doivent ensuite retrouver les éléments nécessaires pour décrire une telle carte : une légende, une échelle spatiale et une échelle temporelle.

La légende doit inclure la correspondance entre les couleurs et les corps célestes, mais également la date du point de départ. Il est possible d'utiliser le logiciel Stellarium© pour retrouver à quelle date les planètes étaient dans la position proposée à l'aide d'observations de figures géométriques particulières (voir la partie 3.4 qui reprend cette activité avec un planétaire humain déjà construit). Une autre solution est de repérer avec le même logiciel la position des planètes à la date du jour, de la reproduire sur le dessin et de faire voyager les planètes dans le passé ou l'avenir jusqu'à retrouver la configuration du dessin. Il est cependant plus simple d'utiliser un planétaire dont la date de départ est proche de celle de la séance et d'en informer simplement les élèves ! C'est ce qu'ont fait les enseignants jusqu'à présent.

L'échelle spatiale est en général assez immédiate, mais elle permet ici d'introduire une nouvelle unité de longueur (l'unité astronomique), et est utilisée pour travailler des exercices de proportionnalité. Certains enseignants ont introduit d'autres unités utilisées en astronomie telles que l'année-lumière. L'échelle de durée a été explicitée dans les première et seconde parties, nous n'y revenons pas ici. Les élèves peuvent questionner le choix de ne

pas représenter les orbites par une courbe continue, mais par des points appartenant à la courbe. Ce choix n'est d'ailleurs pas une obligation, et a fait l'objet de débats lors de la construction des premiers planétaires humains. Nous avons voulu rester proche d'une part des observations qui peuvent être faites à intervalle de temps régulier et d'autre part des procédures utilisées dans les simulations astrophysiques lorsque les équations gravitationnelles n'ont pas de solutions analytiques (le célèbre « problème à 3 corps »). A chaque position, la connaissance de la vitesse et de la force permet de déterminer la position suivante par intégration sur un intervalle de temps « le plus petit possible ». La représentation de points séparés par un intervalle de temps constant semble donc plus en accord avec ces deux perspectives. Comme évoqué dans la première partie, le choix de cet intervalle de temps est arbitraire, et peut être discuté – voire même modifié.

Ce travail de description d'un planétaire est complété par des exercices d'extractions de données sur les différentes planètes et autres corps (masse, diamètre, volume, masse volumique, satellites, etc.). Un exercice assez typique consiste alors à essayer de représenter avec une même échelle de longueur les tailles des planètes et leur distance au Soleil. Sachant que Mercure (la plus petite planète) a un rayon de 2439 kilomètres, tandis que Mars (pour ne représenter que les planètes internes) est à une distance de 228 millions de kilomètres ; il faudrait placer Mars à une distance de 93 kilomètres du Soleil pour que Mercure ait un rayon de 1 millimètre approximativement ! Ce travail amène les élèves à l'idée d'une représentation à grande échelle, et donc à la possibilité de réaliser le dessin fourni dans la cour de leur école (sans pour autant espérer pouvoir représenter les tailles des planètes à la même échelle).

Des éléments de géométrie et de repères

Le Système Solaire sur le planétaire humain est une représentation dans le référentiel héliocentrique. Un travail préparatoire sur les repères est nécessaire. Un travail plus approfondi sur les référentiels est possible, mais est plus souvent abordé en classe de seconde. Il s'agit ici de montrer/rappeler l'utilité de définir une origine et des axes pour repérer des points dans un plan.

Pour le Système Solaire, l'axe de référence est appelé « axe vernal », et il correspond à la direction du Soleil observé depuis la Terre à midi le jour de l'équinoxe de printemps. Cette date a été choisie comme date initial pour le planétaire sur la Figure 1 ; l'axe vernal y est donc orienté d'une dizaine de degré environ par rapport au bord de cette page. Le choix de la direction de l'axe vernal est laissé libre. Il peut être parallèle à une structure de l'école (un mur, un terrain de jeu, etc.). Un choix motivé par l'astronomie consiste à l'orienter vers le Sud. Ainsi, tous les jours, à midi (solaire), le Soleil sera dans la direction de l'axe vernal de l'école. Et le 21 mars, uniquement, l'axe vernal de l'école sera aligné à midi (solaire) avec l'axe vernal du Système Solaire !

Le choix de l'origine (position du Soleil) est également libre. Il est placé soit au centre de la cour, soit en s'assurant que la distance du Soleil aux différents obstacles présents dans la cour permettrait de dessiner toutes les orbites prévues... Ces choix peuvent se faire en utilisant une image de la cour de l'école, sur internet, ou les plans de l'école fournis par l'administration. Ils seront ensuite confirmés « en plein air » lors de la construction effective.

Il est ensuite nécessaire d'entraîner les élèves à la construction d'ellipse. Les méthodes

qui seront utilisées dans la cour (homothétie et méthode « du jardinier ») sont décrites dans la phase suivante, mais doivent être testées auparavant sur des tailles réduites en classe. Une activité supplémentaire de préparation en classe consiste à utiliser le logiciel Geogebra© pour illustrer les notions de centre et de foyers, et donc le passage du cercle à une ellipse de plus en plus « aplatie » en écartant les deux foyers.

La notion de vitesse

Afin de donner du sens au planétaire humain, les élèves effectuent des calculs divers autour de durée, distance et vitesse en astronomie. La combinaison de ces trois notions est nécessaire pour bien comprendre la signification de ces points placés à une certaine distance et correspondant à des positions espacées dans le temps par une certaine durée. Il est à noter que l'astronomie permet d'introduire des ordres de grandeurs très divers, avec une utilisation originale des puissances de 10 et des conversions d'unité. Pour permettre aux élèves d'incarner la vitesse des planètes avant de disposer d'un planétaire humain, il est possible d'utiliser le planétaire imprimé sur une feuille A4 avec des jetons. Ainsi, lors du confinement en 2019-2020, l'enseignante d'arts plastiques du collège Pailleron a demandé aux élèves de réaliser chez eux des photos des positions des jetons tous les 16 jours, à la manière d'une chronophotographie. Ils ont ainsi pu (avec notre aide...) réaliser le film du mouvement des planètes⁹.

Après toutes ces activités en classe, il est temps de sortir « en plein air » pour construire le planétaire humain !

4. 2. Phase 2 : construction

La première étape de la construction consiste à repérer la position du Soleil et la direction

⁹ https://youtu.be/J_I0zK02Els

de l'axe vernal dans l'espace réel. Les élèves vont ensuite procéder orbite par orbite en utilisant un gabarit par orbite (Figure 14). Le gabarit est une représentation à échelle réduite de l'orbite. Afin d'assurer le placement du gabarit de manière identique pour toutes les orbites, un rectangle et la direction de l'axe vernal (depuis le Soleil) sont tracés au sol et sur le gabarit. Deux approches ont ensuite été utilisées pour construire l'orbite à échelle humaine (1 mètre pour 1 unité astronomique).

La première approche utilise les propriétés de l'homothétie, ou ici de l'agrandissement. C'est la méthode la plus directe et probablement la plus précise. L'objectif est de construire un agrandissement du gabarit. Pour cela, les élèves utilisent deux propriétés de l'homothétie : le centre, le point et son image sont alignés ; le rapport des distances centre-image et centre-point est constant et égal au rapport d'homothétie (ici le rapport des échelles du planétaire humain et du gabarit). Il suffit donc, pour chaque position M le long de l'orbite, de mesurer la longueur entre le Soleil et le point M sur le gabarit, de multiplier cette longueur par le rapport d'homothétie et enfin de prolonger la demi-droite (SM) du gabarit jusqu'à obtenir un point image à la distance voulue.

La seconde approche utilise la « méthode du jardinier » pour suivre le contour de l'ellipse et y placer les points au fur et à mesure. Elle peut paraître plus complexe, mais elle est plus ludique pour les élèves et ne nécessite pas de compréhension de l'homothétie, ni de calculs. Les élèves placent tout d'abord le second foyer de l'ellipse (F) et préparent une corde de longueur égale au grand axe (convertie selon l'échelle de longueur choisie). La direction Soleil-Foyer (SF) est indiquée sur le gabarit. La distance entre le Soleil et le Foyer, SF, ainsi que le grand axe sont des données nécessaires qui sont disponible sur demande ou sur

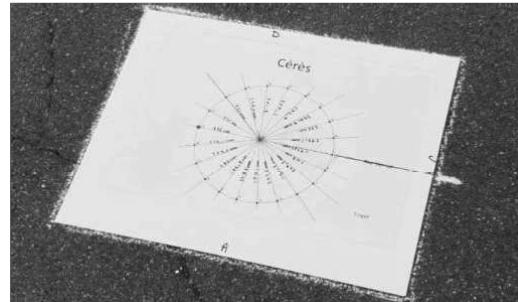


Figure 14. Gabarit utilisé pour la construction de l'orbite de la planète naine Cérès dans la cour de l'INSPE de Lille. Le gabarit est placé en respectant la position du centre et la direction de l'axe vernal grâce au rectangle et la flèche tracés à la craie. Il s'agit d'une représentation réduite du planétaire humain à construire.

le site planetaire.overblog.com. Les deux extrémités de la corde sont placées sur les deux foyers (S et F) par deux élèves. Un troisième élève tend la corde à l'aide d'un doigt ou d'une craie, qui devient un troisième point M. Il construit ainsi un triangle S-F-M. Le doigt-craie (point) se déplace tout en maintenant avec la corde la forme d'un triangle de périmètre constant. Il suit ainsi le contour de l'orbite (ellipse). Lorsque le côté du triangle S-M est aligné avec une des demi-droites sur le gabarit, le point M est l'image du point sur le gabarit à l'échelle désirée. Un quatrième élève note alors au sol la position du doigt-craie.

En procédant ainsi pour tous les points de toutes les orbites, les élèves reproduisent un planétaire à échelle humaine.

4. 3. Phase 3 : « revivre » la construction

Cette dernière phase permet de reprendre les étapes de la construction pour en vérifier la

qualité. Elle reprend donc les activités décrites plus haut dans la partie 2.2 sur le thème « espace et géométrie » à laquelle nous renvoyons le lecteur. En particulier, dans le contexte de la première approche ci-dessus, une fois tous les points homothétiques tracés, on peut les relier et voir apparaître l'ellipse dont l'un des foyers est placé au Soleil. On utiliserait ensuite la méthode du jardinier pour vérifier la forme de l'orbite, combinant ainsi les deux approches.

Un retour sur les notions mobilisées tout au long des phases 1 et 2 aussi bien en mathématiques qu'en sciences physiques et astronomie permet de faire expliciter aux élèves ce qu'ils ont appris de nouveau ou appris autrement de ces notions et de leurs utilisations dans les disciplines convoquées. Ainsi un compte rendu d'expérience peut d'abord revenir sur les notions d'échelles et d'ordres de grandeurs et l'attention à porter aux choix faits pour rendre la représentation qu'est le planétaire humain la plus fidèle possible. Ensuite et en lien avec le précédent revenir sur la notion d'homothétie et son utilité comme outil de réduction et d'agrandissement fiable pour permettre cette représentation. Un retour sur la notion de vitesse comme relation qui relie durée et distance et les approximations acceptables du point de vue de l'astronomie pour ne considérer que la vitesse moyenne constante dans le cas des planètes internes (voir partie 2.2) permet de renforcer ici les connaissances sur la proportionnalité et d'ouvrir des pistes pour la notion de fonction linéaire.

5. — Conclusion

A travers l'outil pédagogique « planétaire humain » nous proposons un environnement d'enseignement et d'apprentissage permettant une approche interdisciplinaire, combinant des concepts relevant du programme de sciences physiques (cinématique, dynamique...) et de mathématiques (géométrie, fonctions...) dans

le contexte du Système Solaire. La grande partie de cet environnement se situe en dehors de la classe, en plein air. Les scénarios que développent les enseignants permettent des allers-retours entre l'espace réel vécu dans la cour d'une façon innovante et l'espace représenté sur lequel l'élève a l'habitude d'agir en classe avec des outils classiques (matériels et intellectuels) et favorisent ainsi la conceptualisation des notions en jeu. Cet outil a déjà été utilisé et continue à l'être à travers des projets expérimentaux dès le Cycle 2 des apprentissages jusqu'à l'université (Figure 15 page ci-contre).

Nous faisons l'hypothèse que la démarche de la cognition incarnée que nous adoptons, permettrait une meilleure compréhension des concepts scientifiques abstraits. Prendre appui sur l'engagement corporel de l'apprenant rendrait les notions plus « concrètes » et faciliterait la compréhension et la mise en mémoire de ces concepts.

Dans cet article, nous avons choisi de montrer les apports avérés et potentiels à l'enseignement et l'apprentissage scientifique au collège. Ces apports se situent dans l'esprit des programmes du Cycle 4 de privilégier des approches et lieux d'apprentissage visant à donner du sens aux connaissances scientifiques et de développer la conscience scientifique des élèves en tant que citoyens de l'univers qui les entoure.

Les retours d'expérience que nous avons présentés, soulèvent également des questions sur l'attitude de l'enseignant face à cette nouvelle modalité pédagogique. Il s'agit d'étudier le rôle que l'enseignant joue ou aura à jouer dans le processus de réflexion dans l'action et sur l'action de ses élèves. Comment gérer la dynamique entre travail en plein air et travail en classe ? Comment « canaliser » les interrogations des élèves sur les expériences vécues

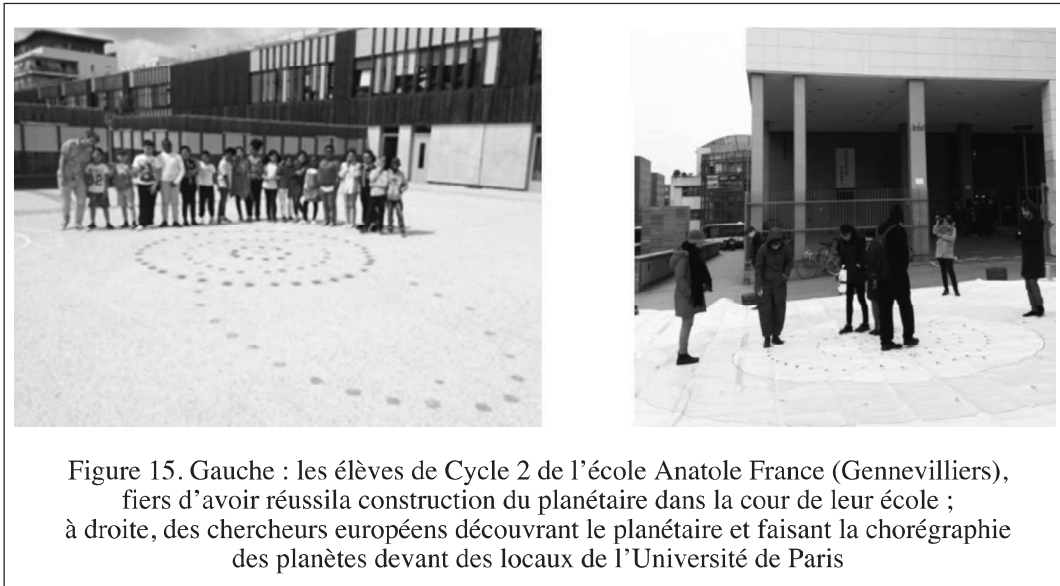


Figure 15. Gauche : les élèves de Cycle 2 de l'école Anatole France (Gennevilliers), fiers d'avoir réussi la construction du planétaire dans la cour de leur école ; à droite, des chercheurs européens découvrant le planétaire et faisant la chorégraphie des planètes devant des locaux de l'Université de Paris

(qui sont souvent multiples et divers) pour que le professeur puisse rester dans la trajectoire didactique qu'il a prévu pour sa classe ? Comment s'assurer des transferts possibles entre les notions qui ont été rencontrées et comprises dans le cadre de ce contexte particulier et d'autres notions associées dans le programme ? On peut continuer à lister plu-

sieurs autres questions sur le rôle et l'activité de l'enseignant d'une discipline, mais les questions de la collaboration et du croisement des activités et représentations entre enseignants de plusieurs disciplines (au moins ici mathématiques et SPC) restent un enjeu majeur pour que de telles approches interdisciplinaires portent leurs fruits en classe et en plein air !

Bibliographie

- Abboud, M., Hoppenot, P. & Rollinde, E. (2019). Enhancing mathematics and science learning through the use of a Human Orrery. CERME11, Feb 2019, Utrecht, Netherlands. hal-023039
- Abboud, M. & Rollinde, E. (2020). The use of Human Orrery in teacher training, or how to introduce pre-service teachers to mathematics and science subjects by using an astronomical pedagogical tool. In proceeding of the Astronomy Education Conference. Munich-Germany.
- Blum, W. & Leiss, D. (2005). Filling Up “-the problem of independence-preserving teacher interventions in lessons with demanding modelling tasks. In CERME 4—Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 1623-1633).

- Brousseau, G. (2000). Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire ; l'étude de l'espace et de la géométrie, Apr 2000, Rethymnon, Grèce. pp.67-83. hal-00515110
- Causeret, P. (2015). <http://acces.ens-lyon.fr/acces/logiciels/e-librairie/astonomie-et-science-de-lunivers/les-saisons>
- Décamp, N., Rollinde, E., Derniaux, C. (2020). Une expérimentation concernant l'étude des changements de référentiels. Soumis aux 11e rencontres scientifiques de l'ARDiST hal-03008391
- Goldin-Meadow, S. & Alibali, M.W. (2013), Gesture's role in speaking, learning, and creating language. *Annual Review of Psychology*, 64, pp. 257–283.
- Hegarty, M. (2011). The cognitive science of visual-spatial displays: Implications for design, *Topics in cognitive science*, 3, p. 446
- Lapaire, J.R. (2019). Mental action as visible bodily performance: an educational perspective. Benedek, András; Nyíri, Kristóf *Vision Fulfilled. The Pictorial Turn*, Hungarian Academy of Sciences; Budapest University of Technology and Economics, pp.27-37, hal-02091834
- Lee, V. R. (2010). How different variants of orbit diagrams influence student explanations of the seasons. *Science Education*, 94(6), 985-1007.
- Radford, L. (2019). On the Epistemology of the Theory of Objectification. In U. T. Jankvist, M. V. D. Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11, February 6 – 10, 2019)* (pp. 3062-3069). Utrecht, the Netherlands: ERME., p.3063.
- Rollinde, E. (2017). Learning Science through enacted astronomy. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(2), 237-252. doi.org/10.1007/s10763-017-9865-8
- Rollinde, E. (2019). Enacting planets to understand occultation phenomena. *JOE - Journal of Occultation and Eclipse*, ed. Dr. Soleiman Hosseinpour (6), p.11-19 hal-02303664
- Rollinde, E., & Decamp, N. (2019). Enacting planets to learn physics. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1287, No. 1, p. 012011). IOP Publishing.
- Rollinde, E., Couanon, L., & Ballenghien, S. (2020). Incarner la notion de vitesse en classe de 6e. *Le Bulletin de l'Union des Professeurs de Physique et de Chimie*, 114(1023), 411-434.
- Rollinde, E., Decamp, N., & Derniaux, C. (2021) Should frames of reference be enacted in astronomy instruction? *accepted for publication in PRPER*.
- Segal, A. (2011). Do Gestural Interfaces Promote Thinking? *Embodied Interaction: Congruent Gestures and Direct-Touch Promote Performance in Math*. Thèse de doctorat. Columbia University.
- Varela F, Thompson E and Rosch E (1991). *The Embodied Mind: Cognitive Science and Human Experience* MIT Press ISBN 978-0-262-72021-2