



HAL
open science

Des manuels à la mise en œuvre en classe : le cas de l'addition au Niger

Moussa Mohamed Sagayar, Ghislaine Gueudet

► To cite this version:

Moussa Mohamed Sagayar, Ghislaine Gueudet. Des manuels à la mise en œuvre en classe : le cas de l'addition au Niger. Grand N, Revue de mathématiques, de sciences et technologie pour les maîtres de l'enseignement primaire, 2021, Grand N, 107, pp.29-52. <hal-03277350>

HAL Id: hal-03277350

<https://hal.science/hal-03277350v1>

Submitted on 3 Jul 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

DES MANUELS A LA MISE EN ŒUVRE EN CLASSE : LE CAS DE L'ADDITION AU NIGER

Moussa MOHAMED SAGAYAR¹

Ecole Normale Supérieure, Université Abdou Moumouni Niamey Niger

Ghislaine GUEUDET²

CREAD, INSPÉ de Bretagne, Université de Bretagne Occidentale

Résumé : Nous présentons ici une étude concernant l'enseignement des mathématiques au premier degré au Niger. Dans ce contexte, les professeurs disposent de deux ouvrages officiels de référence : l'un est destiné à leur formation, l'autre présente des mises en œuvre en classe. Nous nous centrons sur l'introduction de la technique opératoire de l'addition posée. En nous référant à la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD), avec en particulier les concepts de praxéologie et d'ostensif, nous analysons les éléments relatifs à cette introduction dans les deux ouvrages de référence, et dans une séance de classe. Nous observons que la mise en œuvre en classe tente de combiner les propositions des deux manuels, mais n'atteint sans doute pas l'objectif de construction par les élèves du sens de la retenue. La simple mise à disposition d'ouvrages de référence semble insuffisante pour assurer des mises en œuvre dirigées vers les objectifs retenus par ces ouvrages.

Mots-clés : Addition posée ; Manuel Scolaire ; Niger ; Ressources du professeur.

INTRODUCTION

En France, les professeurs des écoles ont accès à une grande variété de manuels scolaires de mathématiques, et les élèves sont souvent munis eux-mêmes de manuels ou de fichiers associés à un manuel. Un même manuel peut donner lieu en classe à des utilisations très différentes d'un professeur à l'autre (Mounier & Priolet 2015), notamment parce que les professeurs ont reçu une formation initiale lors de laquelle ils peuvent avoir rencontré d'autres manuels qui conservent une influence importante sur leur pratique (Margolinas & Wozniak 2010).

Qu'en est-il dans un pays dans lequel les conditions (équipements en manuels, formation initiale) sont très différentes ? Au Niger, les instituteurs disposent seulement de deux ouvrages officiels associés : « Bases Mathématiques » (INDRAP, 2001a pour le tome 1, 2001b pour le tome 2, notées BM par la suite) est un livre destiné à la formation des professeurs (formations aux mathématiques et à leur enseignement) ; « Le Guide du Maître » (INDRAP, 2001c, noté GM par la suite) décrit ce qui peut être fait en classe. Cette situation soulève des questions qui sont à l'origine de notre travail. Quels sont les contenus proposés dans les BM, de manière à former les professeurs ? Quel travail l'institution (ici le ministère de l'Éducation Nationale du Niger) attend-elle du professeur avec les BM et les GM, pour préparer les leçons de mathématiques, puis pour les mettre en œuvre en classe ? De quelle manière un professeur utilisateur des BM et GM conçoit-il son enseignement à partir de ces ouvrages (combinaison des deux, des ajouts

¹ mmsagayar@gmail.com

² ghislaine.gueudet@inspe-bretagne.fr

personnels etc.) ? Nous avons choisi de nous centrer sur le thème de la technique opératoire de l'addition posée, pour étudier ce type de questions.

En partie I nous proposons une revue de travaux concernant les manuels scolaires et le travail du professeur avec ces manuels. Notre questionnement étant très lié au fonctionnement d'une institution, l'éducation nationale au Niger, et à la manière dont cette institution présente les savoirs de mathématiques, nous avons choisi de nous référer au cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD, Chevallard, 1992). Nous présentons en partie II les éléments de ce cadre théorique que nous mobilisons et les questions que nous étudions dans cet article. Dans la partie III nous décrivons brièvement le contexte de l'enseignement au premier degré au Niger et présentons notre méthodologie. En partie IV, après une présentation de ce qui est a priori recommandé pour l'introduction de l'addition posée selon les recherches en didactique, nous analysons les textes consacrés à l'enseignement de l'addition avec retenue dans les ouvrages BM et GM. La partie V est consacrée à l'analyse d'une séance de classe mise en œuvre par un professeur utilisateur de ces manuels. En partie VI nous concluons cet article en revenant sur nos questions de recherche.

I. MANUELS SCOLAIRES ET PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AU PRIMAIRE : REVUE DE TRAVAUX

Nous nous intéressons ici à des travaux de recherche internationaux concernant le manuel scolaire, son usage par des professeurs, et les conséquences de cet usage pour les pratiques d'enseignement et l'évolution de ces pratiques. Ce que nous désignons comme « le manuel scolaire » peut prendre différentes formes selon les pays. Il peut y avoir un texte destiné aux élèves, voire plusieurs textes de ce type, adressés à différents types d'élèves (ainsi certains livres de l'élève aux Pays-Bas ont une version « médiane » ; une version destinée aux élèves en difficulté ; et une troisième version, destinée aux élèves avancés). Il peut y avoir également un texte destiné au professeur (usuellement nommé « guide du maître » en France), ou encore d'autres supports, fiches ou matériel plutôt adressés aux élèves. Lorsque nous parlons du « manuel scolaire », nous désignons l'ensemble de ces supports.

Des travaux de recherche de plus en plus nombreux s'intéressent au manuel scolaire au niveau international. Depuis 2014 existe ainsi une conférence internationale spécifique nommée « International Conference on Mathematics Textbook Research and Development » (ICMT), dont trois éditions ont déjà eu lieu. Ce développement rapide des recherches est lié à l'intérêt porté aux nouvelles possibilités offertes par le manuel numérique – dans cet article nous ne considérons toutefois pas cet aspect. Dans Bueno-Ravel & Gueudet (2015), nous avons présenté une synthèse de travaux de recherche à propos des ressources pour l'enseignement des mathématiques au premier degré, de leurs usages et des conséquences de ces usages pour le développement professionnel des professeurs. Nous rappelons ici certains éléments de cette synthèse concernant le manuel scolaire et nous les complétons par des références plus récentes.

Nous nous intéressons au manuel scolaire comme ressource pour le professeur (dans le contexte du Niger, les élèves ne disposent pas d'un manuel). Au premier degré en ce qui concerne les mathématiques, dans de nombreux pays et notamment en France le manuel scolaire constitue une ressource importante pour le professeur dans la conception de son enseignement (Mounier & Priolet, 2015). L'usage du manuel attendu par l'institution, (par exemple le ministère de l'éducation nationale en France) est directement lié à la perspective de cette institution sur le métier de professeur. Selon les pays le professeur peut être considéré comme un concepteur de son cours, ou comme un simple technicien délivrant auprès des élèves un contenu clef en main que d'autres ont préparé pour lui. Cette perspective influence fortement les types de contenus

présents dans les manuels. En reprenant l'exemple des Pays-Bas évoqué ci-dessus et du principal éditeur scolaire (qui détient 70% du marché, pour le premier degré) trois versions du livre de l'élève sont proposées et un guide du professeur explique très précisément comment articuler l'usage de ces trois versions. Ainsi la responsabilité de la différenciation est en partie confiée au manuel. Ceci correspond à une vision du travail du professeur avec le manuel allant dans le sens d'une mise en application, et non de la mobilisation d'une ressource parmi d'autres pour la conception de son enseignement.

Quelle que soit la vision retenue il semble fréquent que le manuel soit conçu comme une « ressource éducative » pour l'enseignant (*educational resource*, il s'agit ici d'une intention de formation des enseignants, Davis & Krajcik, 2005), visant à soutenir la mise en œuvre en classe de certaines pratiques. En particulier dans un contexte de réforme des programmes, le manuel scolaire peut constituer un relais entre les intentions institutionnelles et les pratiques effectives en classe (Ball & Cohen 1996). Il peut s'agir d'enseigner de nouveaux contenus ; leur présentation dans le manuel, la proposition d'exercices et d'activités pour la classe soutiendra alors le travail de conception nouveau pour l'enseignant. Il peut s'agir aussi de promouvoir l'introduction de nouvelles pratiques de classe : ainsi aux Etats-Unis à la fin des années 90, dans certains états (les états étaient alors seuls responsables des politiques éducatives, il n'y avait pas encore de programme scolaire partagé au niveau fédéral) les démarches d'investigation ont été mises en avant. Une série de manuels scolaires spécifiques intitulée « Investigations in Numbers, Data and Space » a été produite par un groupe d'experts.

Les recherches en didactique menées dans le cadre de l'approche documentaire (Gueudet & Trouche 2008) ont montré que les interactions entre les professeurs et les ressources mobilisées dans leur enseignement jouaient un rôle central dans le développement professionnel de ces professeurs. Ainsi ces recherches confirment que de nouvelles ressources peuvent amener des évolutions dans les pratiques des enseignants, et que le manuel peut être conçu comme une « ressource éducative ». Dans le même temps, ces recherches soulignent la nécessité de prendre en compte des interactions entre le professeur et le manuel : en fonction de leurs connaissances, de leurs convictions, mais également du contexte, les professeurs peuvent faire divers usages du même manuel. Un manuel peut influencer les pratiques, amener des évolutions dans les connaissances professionnelles et contribuer ainsi à la formation des professeurs. Cependant dans le même temps, le professeur conçoit ses propres ressources à partir d'extraits du manuel, qui peuvent être modifiés, associés à d'autres ressources, etc. Il convient donc de se garder de toute illusion simplificatrice : il n'est pas possible de prévoir l'impact précis de l'usage d'un manuel en termes de pratiques de classe et de formation des professeurs. De plus comme l'ont montré Robert et Rogalski (2002), de nombreuses contraintes interviennent comme déterminants des pratiques enseignantes, et en limitent les évolutions possibles.

Les usages du manuel « Investigations » mentionné ci-dessus ont été étudiés par Remillard (2010). Cette recherche a montré que différents professeurs en faisaient des usages très divers, selon leurs pratiques habituelles, antérieures à l'introduction de ce manuel. En particulier, certains professeurs ne sélectionnaient que les exercices, et laissaient de côté la dimension d'investigation. Ainsi la perspective de l'approche documentaire amène aussi à rester prudent sur le potentiel d'un manuel en tant que moyen de formation des enseignants, surtout en dehors d'un dispositif de travail collectif ou de formation associé au manuel. Le professeur reste concepteur de son enseignement, il n'est pas une simple courroie de transmission, faisant passer directement à une classe les intentions d'auteurs de manuels.

Cette perspective est d'ailleurs en cohérence avec les constats faits par Robert (2007) de stabilité des pratiques enseignantes, à partir d'un certain nombre d'années d'expérience. Les manuels (ou

d'autres types de ressources) sont-ils susceptibles de faire évoluer les pratiques et les connaissances de professeurs débutants ? Georget (2018) a montré qu'un choix de ressources appropriées, au sein d'un dispositif de formation favorisant le travail documentaire collectif, faisait évoluer les pratiques et les connaissances de professeurs des écoles débutants. Margolinas et Wozniak (2010) ont identifié chez certains professeurs des écoles le fait qu'un manuel, rencontré lors de leurs débuts et en particulier dans le cadre de la formation initiale, pouvait jouer le rôle de document « générateur ». Ce manuel est à l'origine de toutes les ressources conçues pour leur enseignement de mathématiques – sans que le professeur s'y réfère explicitement, ce manuel peut continuer de marquer certains choix après des années de pratique.

Dans le cas que nous étudions ici, les instituteurs n'ont accès qu'aux ouvrages BM et GM, qui sont donc susceptibles de constituer pour eux des documents générateurs. L'ouvrage BM est explicitement dédié à la formation initiale et continue des professeurs, la lecture de cet ouvrage doit constituer une auto-formation, en complément à la formation dans les Ecoles Normales d'Instituteurs (ENI). Nous allons tenter de comprendre plus finement les intentions de l'institution telles que les donnent à voir les ouvrages BM et GM. En didactique des mathématiques, la théorie anthropologique (TAD, Chevallard 1992) fournit au chercheur des outils qui permettent d'analyser comment une institution donnée (pour nous l'enseignement primaire au Niger) donne forme aux savoirs qui seront rencontrés par ses membres (professeurs et élèves du primaire pour nous). Nous présentons dans la partie suivante ces outils.

II. CADRES THÉORIQUES ET QUESTIONS ETUDIÉES

Selon Chevallard (1992), les savoirs sont façonnés par les institutions dans lesquelles on les rencontre. Ainsi le savoir qui nous concerne ici : l'addition, n'a pas la même forme à l'école primaire et dans d'autres institutions, comme par exemple à l'université où les étudiants peuvent rencontrer des savoirs experts sur l'addition dans le cadre d'un cours de théorie des groupes. Selon les pays certaines personnes (ministre, inspecteurs généraux, groupes d'experts) décident qu'un certain savoir doit être enseigné. Ces mêmes personnes, ou d'autres, décrivent ce savoir à enseigner dans divers textes (programmes officiels pour les pays qui en disposent, manuels scolaires) ; ce processus appartient à ce qu'on appelle la transposition didactique. Cette transposition comporte d'autres étapes, notamment celle où l'enseignant transforme le savoir à enseigner en savoir effectivement enseigné dans sa classe, ce que Ravel (2003) nomme l'appropriation didactique du savoir.

Selon la TAD, le savoir mathématique est présent dans les institutions sous forme de *praxéologies*, ou organisations mathématiques, relatives à un objet de savoir donné. Ces *praxéologies* sont formées de quatre éléments : un type de tâches T ; une ou plusieurs techniques τ pour accomplir ce type de tâches ; un discours expliquant et justifiant la technique, et qu'on nomme une technologie, θ ; finalement une théorie Θ d'où provient ce discours. Pour les chercheurs en didactique, l'analyse du manuel scolaire est souvent utilisée pour approcher ces *praxéologies* (Chaachoua, 2014), considérant que le manuel reflète les attentes de l'institution (école primaire ici).

Dans notre travail, nous nous intéressons aux contenus mathématiques, mais nous considérons des ouvrages qui s'adressent au professeur. Donc nous allons chercher à identifier dans ces manuels des *praxéologies didactiques* : c'est-à-dire correspondant à un type de tâches professionnelles pour le professeur, comme « Introduire l'écriture chiffrée des nombres entiers en base 10 » par exemple. Pour ce type de tâches, peuvent exister plusieurs techniques comme « utiliser du matériel de type groupement », « afficher une bande numérique » etc. (notons que le professeur peut appliquer une seule de ces techniques ou en associer plusieurs). Dans un livre

destiné aux professeurs, on pourra trouver des textes justifiant les techniques proposées : ceux-ci constituent ce qu'on nomme des technologies didactiques. Parfois les auteurs peuvent se référer à certaines théories de l'apprentissage ; le plus souvent ce niveau théorique n'est pas mentionné. Nous décrivons donc ces praxéologies didactiques.

Nous nous intéressons également aux représentations proposées dans ces ouvrages destinés aux professeurs : symboles, tableaux, dessins, matériel, que la TAD désigne sous le terme d'ostensifs (Bosch & Chevillard 1999). Ces auteurs nomment ostensif tout objet qui a une forme matérielle, sensible. En effet les travaux sur l'enseignement et l'apprentissage de l'addition (voir la section IV.1 où nous évoquons ces travaux) ont montré l'importance des ostensifs dans ces apprentissages.

Ainsi les questions de recherche que nous nous proposons d'étudier peuvent être formulées comme suit :

- 1) Quelles sont les praxéologies mathématiques et didactiques présentées dans les manuels BM et GM, à propos de la technique opératoire de l'addition posée ? Quels ostensifs sont présents ou évoqués dans ces manuels ?
- 2) Comment un enseignant, pour la mise en œuvre d'une leçon en classe, utilise-t-il les propositions des BM et du GM ? Quels aspects sont conservés, lesquels sont modifiés, et avec quelles conséquences pour la leçon conçue ?

Dans ce qui suit nous allons présenter plus précisément le contexte de l'enseignement au Niger, et en particulier les ouvrages associés BM et GM qui sont au centre de nos analyses.

III. CONTEXTE ET MÉTHODOLOGIE

1. Enseignement primaire au Niger

Au Niger, l'âge d'entrée au cycle primaire est de 6 à 7 ans, comme le stipule la Loi d'Orientation du Système Éducatif Nigérien. Ce cycle primaire (nommé cycle de base 1) est structuré en trois sous-cycles (CI-CP, CE1-CE2, CM1-CM2) et sa durée est de six ans à raison de deux ans par sous-cycle.

La situation de l'enseignement au Niger présente plusieurs aspects critiques. Avec 2 666 748¹ élèves à l'école primaire pour 67 284 enseignants (un ratio d'environ 40 élèves par classe), les conditions d'apprentissages restent difficiles. Le manque de moyens matériels et financiers vient aggraver la situation particulièrement au niveau des infrastructures. Il existe au Niger 17 803 écoles, 3 401 disposent d'un point d'eau (eau courante ou eau de puits), 5 909 disposent de latrines (toilettes reliées à une fosse septique) et 1199 écoles sont électrifiées.

Il faut noter également que les résultats des évaluations nationales des acquis montrent une baisse du niveau entre 2005 et 2011 dans les différents sous-cycles. En début de scolarité primaire, en moyenne, plus de 90 % des élèves nigériens n'atteignent pas le seuil² « suffisant » de compétence en langue et plus de 70 % n'atteignent pas le seuil de compétence en mathématiques. Ces élèves éprouvent de la difficulté en compréhension orale et en déchiffrage de mots dans la langue d'enseignement (le français). En mathématiques, ils ne maîtrisent pas les

¹ Les données utilisées dans ce paragraphe proviennent de l'annuaire « Statistiques de l'éducation de base et alphabétisation Niger, annuaire provisoire 2018-2019 » du Ministère de l'Enseignement Primaire, de l'Alphabétisation, de la Promotion des Langues Nationales et de l'Éducation Civique.

² Le seuil « suffisant » en langue correspond au niveau 3 de l'échelle de compétences de langue, soit au moins 540,0 points (sur un nombre de point maximal de 610) sur l'échelle de scores internationale. Le seuil « suffisant » en mathématiques correspond au niveau 2 de l'échelle de compétences de mathématiques, soit au moins 489,0 points (sur un nombre de point maximal de 577,7) sur l'échelle de scores internationale.

premières notions de quantité (dénombrement, comparaison) autour d'objets et de nombres inférieurs à 20 (PASEC 2014, p.57). En moyenne 91,5 % des élèves n'atteignent pas le seuil « suffisant » en lecture en fin de scolarité primaire. En mathématiques la situation est aussi inquiétante qu'en lecture puisqu'en moyenne 92,4 % des élèves n'atteignent pas le seuil « suffisant » de compétence en mathématiques en fin de scolarité primaire (PASEC 2014, p.51). Le rapport du PASEC (2014, p.20) fait les constats suivants :

- les élèves nigériens, en particulier ceux en milieu rural, sont en situation de décrochage scolaire permanent ou quasi-permanent et les performances déclinent dans le temps ;
- la formation initiale et continue des enseignants est insuffisante, qu'ils soient contractuels (plus de 80 %) ou titulaires (moins de 20 %).

La formation des instituteurs au Niger se fait dans les Ecoles Normales d'Instituteurs (notées ENI). Les profils d'entrée sont des titulaires du BEPC (2 ans de formation pour être qualifié Instituteur Adjoint) ou du BAC (1 an de formation pour être qualifié Instituteur). Les disciplines³ enseignées dans les ENI se répartissent comme suit, selon le champ de compétences visé :

- domaine de l'enseignement (psychopédagogie, pédagogie spéciale et pratique, sociologie de l'éducation) ;
- domaine de l'administration et de la gestion (morale professionnelle et législation)
- domaine des contenus d'enseignement (français, mathématiques, langues nationales, arabe, EPS).

L'organisation de la formation repose sur l'enseignement de préalables théoriques et l'apport de modèles (leçons modèles, plans de leçons) conçus comme devant être appliqués de manière conforme lors des stages et en situation de classe. Ces stages⁴ interviennent à la fin de chaque unité de formation⁵. Ils ont pour objectif de permettre aux élèves maîtres de s'exercer à la conduite de classe sous le contrôle et avec les conseils de l'enseignant titulaire de classe et des encadreurs de l'ENI. Les stages en responsabilité donnent l'opportunité aux élèves maîtres d'exercer dans l'ensemble des sous-cycles du cycle de base 1. Ils sont responsables de la préparation et de l'exécution de l'ensemble des activités d'enseignement/apprentissage sous la supervision du directeur d'école et de l'enseignant titulaire de la classe.

L'élève nigérien de l'école primaire vit dans un environnement physique, culturel et socio-économique où les réalités de son milieu lui imposent des réflexions sur son rôle dans le développement de la société. Il se retrouve à l'école, une institution qu'il découvre à l'âge de 6-7 ans, avec pour objectifs : apprendre à lire, écrire et compter en Français langue seconde. L'apprentissage des mathématiques s'offre à lui comme une activité à travers laquelle il est censé développer son intelligence par des activités concrètes au sens de l'extrait suivant du programme de l'enseignement du premier degré (il s'agit ici d'un extrait du programme en cours lors de notre étude. D'autres extraits sont donnés en annexe 3) :

Les activités mathématiques ont un double objectif : d'une part favoriser une bonne structuration mentale, d'autre part donner aux élèves un outil utilisable dans les situations diverses qu'ils

³ Programmes d'études des ENI. Document de travail référence et de travail. Octobre 2008, revu Juin 2011

⁴ Le stage de sensibilisation d'une durée d'une (1) semaine, intervient dès le début de l'année avant le début des enseignements. Le stage d'observation dure une (1) semaine et chaque unité de formation est précédée d'un stage d'observation. Le stage pratique guidé intervient à la fin de chaque unité de formation. Ce stage dure deux semaines. Le stage en responsabilité est d'une durée de six (6) semaines pour le cycle instituteur et dix (10) pour les instituteurs adjoints.

⁵ Une Unité de Formation dure 2 semaines pour le cycle Instituteur, 3 semaines pour le cycle d'Instituteurs Adjoints première année et 4 semaines le cycle d'Instituteurs Adjoints deuxième année.

rencontrent au cours de leur existence. Dans cette perspective, elles constituent une discipline irremplaçable pour la formation de l'esprit, car l'acquisition de certaines structures mathématiques est essentielle pour le développement de l'intelligence. L'enseignement sera centré sur l'élève qui participera aux leçons par des manipulations conduisant au savoir-faire et à la découverte. (Ministère de l'éducation nationale, 1992, p. 24)⁶.

Dans cet article nous avons choisi de nous pencher sur le thème de l'addition et de sa technique opératoire posée, enseignée dans les deux premières années du primaire (le CI et le CP) selon les programmes en vigueur. Nous nous limiterons ici à l'addition de deux nombres à deux chiffres. Ceci nous permet de nous centrer sur un point d'enseignement qui ne soulève pas a priori de difficulté particulière en termes de technique opératoire. L'élève doit comprendre ce qui se passe dans le cas où la somme des unités atteint ou dépasse 10.

2. Les manuels BM et GM

Au Niger, le programme actuellement en vigueur date de 1988. Les ouvrages que nous considérons sont publiés par un organisme officiel dépendant du Ministère de l'Éducation Nationale, l'INDRAP (Institut National de Documentation, de Recherche et d'Animation Pédagogiques) ; leur première édition date de 1992, et nous utilisons une édition revue datant de 2001. Les ouvrages ne sont pas mis à jour lors des nouvelles éditions. Le Ministère obtient des financements auprès de bailleurs de fonds pour la reproduction à l'identique des ouvrages. Le Ministère a entamé une révision des programmes depuis 2019 pour proposer une mise à jour des ouvrages, en ce qui concerne les orientations pédagogiques et didactiques (Annexe 4). Les auteurs des BM et GM sont une équipe composée d'Inspecteurs, Conseillers pédagogiques, Instituteurs nigériens et d'experts/coopérants français.

Les BM comportent deux tomes, répartis selon les thèmes mathématiques au programme. Le thème qui nous concerne : « Arithmétique » est situé dans le tome 2 (INDRAP, 2001b). Les deux tomes débutent par un mode d'emploi, qui stipule :

Les Bases Mathématiques sont destinées à compléter la formation des enseignants ; on ne doit PAS LES ENSEIGNER AUX ELEVES. [...] Elles pourront également être très précieuses dans les ENI : la matière de ces Bases Mathématiques peut constituer une bonne formation théorique des futurs instituteurs. (ibid, p.9)

Le tome 1 (INDRAP 2001a) comporte en outre une partie de conseils de type professionnel, à propos de la tenue d'une classe ou de la préparation d'une leçon, mais aussi à propos de l'enseignement des mathématiques avec un long développement sur l'intérêt de la manipulation et ses usages plus ou moins pertinents en classe. Pour une comparaison avec la France, les BM peuvent être rapprochées de ressources proposées par le ministère de l'éducation nationale comme « Le nombre au cycle 2 »⁷. Cependant il est clair que les BM constituent un type de livre qui ne semble pas exister actuellement en France : un manuel de référence dont le but est explicitement de former les professeurs (Mohamed Sagayar, 2010).

Les BM couvrent les programmes d'enseignement des six années du primaire : depuis le Cours d'Initiation (CI)⁸ au Cours Moyen (CM). Elles sont accompagnées pour chaque niveau d'un Guide du Maître (noté GM) ; ici nous nous intéresserons au GM pour le Cours d'Initiation (INDRAP, 2001c). Le GM est également destiné aux enseignants, mais il vise la mise en œuvre en classe plutôt que la formation. Il est a priori accompagné d'un cahier de l'élève, mais le

⁶ Au moment de notre étude c'était le programme en vigueur. En 2020 il était en cours de révision.

⁷ https://media.eduscol.education.fr/file/ecole/00/3/Le_nombre_au_cycle_2_153003.pdf

⁸ Les élèves entrent au CI à 7 ans. Cependant comme c'est la première année d'école primaire, elle correspond plutôt au CP en France.

manque de moyens fait que ce cahier n'est généralement pas disponible dans les écoles. Le GM correspond plus à ce qu'on peut observer en France sous l'appellation « Livre du Maître » dans plusieurs collections de manuels. A propos de l'articulation entre les BM et le GM, il est écrit dans les BM (dans le mode d'emploi déjà cité ci-dessus) :

L'ouvrage de base de l'instituteur est le Guide du Maître correspondant à la classe à laquelle il enseigne. C'est dans le Guide du Maître que l'instituteur trouvera les activités à proposer aux élèves, l'organisation de la classe, les suggestions pour le matériel à se procurer etc... Mais avant d'aborder un chapitre du Guide du Maître, l'instituteur étudiera soigneusement pour sa propre formation, le chapitre correspondant des bases Mathématiques. (INDRAP 2001b, p.9)

Cependant comme nous le verrons ci-dessous, certains éléments des BM peuvent suggérer une mise en œuvre en classe, ne coïncidant pas exactement avec celle prévue dans le GM (voir les extraits en annexe 1 et annexe 2). Il est probable dans ces conditions que les propositions des BM soient mobilisées par un enseignant en classe, et non uniquement pour sa propre formation.

3. Méthodologie

En ce qui concerne l'analyse des deux manuels, nous considérons brièvement l'ensemble du chapitre dédié à l'addition. Celui-ci est intitulé « Addition » dans les BM ; et « Addition de deux nombres » dans le GM. Nous considérons alors plus précisément la partie dédiée à la technique de l'addition, intitulée « Pratique de l'opération » dans les BM, et « Technique de l'addition » dans le GM. Nous portons plus particulièrement notre attention sur les sous-parties relatives à l'addition avec retenue, intitulées respectivement « Comment expliquer la retenue ? » dans les BM, et « Addition avec retenue » dans le GM. Ces deux sous-parties correspondant environ à une page dans chacun des deux manuels sont données en annexes 1 et 2.

L'intitulé mentionné ci-dessus nous amène à considérer que les BM se centrent sur le type de tâches : « Expliquer la retenue », que nous considérons comme un sous-type de tâches du type plus général « Introduire l'addition avec retenue », traité dans le GM. Nous n'avons pas cherché à distinguer des sous-types de tâches encore plus précis, étant donnée la brièveté de chacun des extraits de manuels.

Nous relevons donc ce qui peut, selon nous, être interprété comme des techniques didactiques, et comme des technologies (discours expliquant les techniques proposées). Nous notons également les ostensifs utilisés (les représentations qui figurent dans le manuel et/ou le matériel et les représentations évoquées pour la mise en œuvre en classe).

Afin d'analyser quelle leçon peut être élaborée et mise en œuvre par un enseignant utilisant les BM et le GM en CP, nous avons retenu une séance de classe portant sur l'introduction de l'addition avec retenue. En effet il ne s'agit pas pour nous de décrire les pratiques les plus courantes au Niger, mais de regarder en détail une mise en œuvre effective, et de la relier à nos analyses des manuels. Réaliser des vidéos de classe au Niger est complexe pour des raisons matérielles ; nous avons donc utilisé une vidéo réalisée au cours de notre thèse, en vue d'analyses portant sur le contrat didactique. Nous disposons du film de classe, et de la fiche de préparation de l'enseignant. Celui-ci est un Instituteur Adjoint (I.A)⁹ titulaire du CFEEN¹⁰ obtenu après l'obtention du BEPC et deux années de formation à l'Ecole Normale d'Instituteurs. Il enseigne depuis 11 ans à l'école primaire dans des classes ordinaires. Il a la responsabilité d'une classe de CP (en milieu rural) de 40 élèves (F : 17 ; G : 23) assis à deux ou trois par table-banc. Dans cette classe en dur¹¹, les élèves disposent de bûchettes et de cailloux comme matériel à

⁹ Titulaire du BEPC et deux ans de formation dans une Ecole Normale d'Instituteurs

¹⁰ Certificat de Fin d'Etude de l'Ecole Normale

¹¹ En matériaux définitifs (certaines classes sont en paillotes au Niger)

manipuler en fonction des activités d'apprentissage. La présence d'un observateur dans la classe est bien accueillie par l'enseignant et par les élèves.

IV. L'ADDITION AVEC RETENUE DANS LES MANUELS : ANALYSE

Dans cette partie nous présentons tout d'abord certains éléments relatifs à l'enseignement de la technique opératoire de l'addition posée avec retenue. Nous analysons ensuite les BM et le GM, et mettons les deux en regard.

1. Enseignement de la technique de l'addition, apports de la recherche

Bien qu'il existe un IREM à Niamey, l'enseignement de la technique opératoire de l'addition n'avait encore jamais fait l'objet de recherches en didactique au Niger. Nous allons donc nous référer à des travaux français et québécois, sans pour autant viser une comparaison avec le Niger.

L'enseignement de l'addition de nombres entiers est fortement lié à celui de la numération entière. Ainsi Bednarz et Janvier (1984a) soulignent que les élèves rencontrent en particulier des difficultés « à interpréter les procédures de calcul relatives aux opérations (addition, soustraction, multiplication, division) en termes de groupements, qui conduit à des erreurs classiques sur les opérations. » (ibid., p.30). Elles proposent une stratégie didactique spécifique pour l'enseignement de la numération (Bednarz & Janvier 1984b) dans laquelle le matériel joue un rôle essentiel. Dans cette stratégie la progression se fait selon des représentations de plus en plus abstraites du nombre. Le Poche (2016) fait des recommandations similaires, pour l'apprentissage de la numération. Il propose d'utiliser en premier lieu un matériel de type « groupement » (comme des bâtonnets regroupés par paquets de dix à l'aide d'élastiques), puis de passer à l'emploi d'un matériel de type « échange » (comme des plaques portant les nombres 1, 10 ou 100, ou le boulier) qui oblige l'élève à distinguer la valeur représentée par le matériel et la quantité d'objets présents. Le travail sur le matériel se fait conjointement à l'introduction de l'écriture chiffrée. Dans le projet ACE (Arithmétique et Compréhension à l'Ecole, voir par exemple Joffredo-Lebrun 2016), pour l'apprentissage de la numération comme pour celui des opérations, les chercheurs soulignent l'intérêt non seulement du matériel mais du recours à une multiplicité de représentations, notamment divers types de schémas.

Pour l'enseignement de la technique opératoire de l'addition posée, Le Poche (2016) souligne l'importance de donner du sens à cette technique. Il recommande de débiter cet enseignement par la présentation d'une « situation de référence » utilisant le matériel de numération. Par exemple, passer des commandes de carreaux pour carreler deux pièces, les carreaux étant disponibles par paquets de dix (et il est interdit de commander plus de 9 carreaux seuls). En appui sur le matériel, peuvent alors être introduites des « dispositions intermédiaires » de l'addition posée (Figure 1).

Paquets de dix	Tout seul	Paquets de dix	Tout seul	Paquets de dix	Tout seul
+ 3	4	+ 3	4	+ 3	4
4	7	4	7	4	7
+ 7		+ 1	1	7	11
1	1	7		8	1
8		8	1		
Calculs développés de gauche à droite (a)		Calculs développés de droite à gauche (b)		Calculs développés de façon indifférente (c)	

Figure 1 : Dispositions intermédiaires de l'addition posée (Le Poche 2016 p.44)

On passe ensuite à l'introduction de la technique experte, incluant une retenue lorsque la somme des unités dépasse 10.

2. Praxéologies (mathématiques et didactiques) et ostensifs dans les BM

Dans les BM l'addition est définie par le cardinal de la réunion de deux ensembles finis disjoints. Les propriétés : commutativité, existence d'un élément neutre sont introduites. On en vient ensuite à une partie intitulée « pratique de l'opération », qui concerne d'abord l'addition sans retenue, puis l'addition avec retenue sur laquelle nous allons nous centrer (rappelons que, en effet, les BM concernent tous les niveaux scolaires, donc ces deux contenus qui concernent deux classes différentes sont tout de même présentés dans le même chapitre).

On relève un élément de discours technologique associé au type de tâches « Introduire la technique de l'addition », qui est explicite au début du texte :

« Ici, l'essentiel est de ne pas donner aux élèves une technique qu'ils auraient à apprendre, mais de leur faire découvrir les mécanismes de l'addition, y compris celui de la retenue. L'apprentissage de la technique, l'acquisition de la rapidité d'exécution viendront dans un deuxième temps ». (INDRAP, 2001b, p.105)

Cette découverte des mécanismes doit s'appuyer d'après les BM sur la manipulation par les élèves de matériel tangible. Notons la différence avec les préconisations de Le Poche (2016) : ce n'est pas une situation de référence qui est convoquée pour mettre en évidence le sens de la technique, mais la manipulation du matériel. Les nombres à additionner sont présentés sans référence à une situation « concrète ».

Dans la présentation de la technique de l'addition (sans retenue pour commencer) il est écrit : « les élèves peuvent manipuler deux types de matériel ». Les auteurs ne disent pas que les élèves « doivent » manipuler ; toutefois nous rappelons que dans la partie de conseil généraux des BM il est écrit « L'enseignement sera centré sur l'élève **qui participera aux leçons par des manipulations** » (c'est nous qui soulignons). Nous considérons donc que les auteurs du manuel attendent que le professeur fasse manipuler les élèves, et utilise les deux types de matériel.

Nous nous centrons par la suite sur l'extrait du manuel correspondant au type de tâches « Expliquer la retenue ». Nous donnons en annexe 1 une version complète de la page correspondante. Le manuel précise tout d'abord que la retenue intervient lorsque le nombre total d'unités dépasse 9. L'exemple donné est celui de l'addition de 25 et 17. En termes d'ostensifs on note que le manuel non seulement mentionne le matériel manipulable mais le représente (Figure 2).

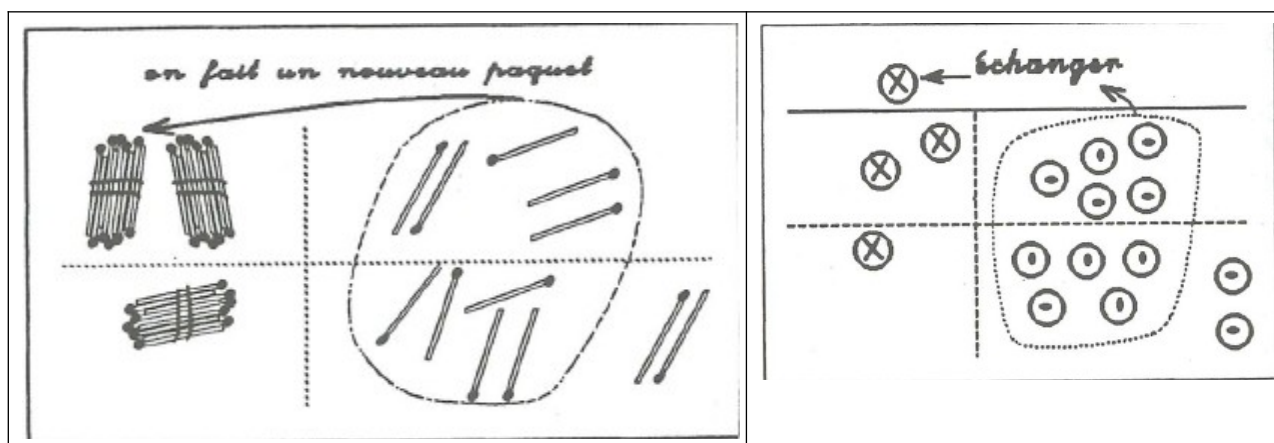


Figure 2 : Représentation de l'addition $25+17$, à gauche avec du matériel de type groupement, à droite avec du matériel de type échange (INDRAP, 2001b, p.106).

Cet exemple est tout d'abord traité en s'appuyant sur du matériel de type groupement (des allumettes sont représentées, voir Figure 2, à gauche), nommé dans le manuel « matériel

uniforme ». Grâce à l'emploi de ce matériel, selon les auteurs, « les élèves **découvriront** la nécessité de constituer une nouvelle dizaine, prélevée sur le total des douze unités ».

Toujours en termes d'ostensifs, l'écriture de l'addition posée selon deux colonnes est présentée immédiatement après. Nous notons qu'il n'y a pas d'intitulé à ces colonnes (contrairement à l'ostensif que nous nommerons ci-après « tableau »). La procédure est détaillée par étapes : « j'additionne les unités » (on obtient donc 12 unités) ; « je range les deux unités dans leur colonne, et la dizaine dans sa colonne », « j'additionne les dizaines ». Il n'y a pas dans le manuel de discours technologique (mathématique ou didactique) associé à cette disposition.

Puis l'addition est présentée avec le second type de matériel (Figure 2, à droite). Il s'agit de capsules « de type boulier ». Les capsules avec un trait figurent les unités, les capsules avec une croix figurent les dizaines. Il est à noter que l'ostensif « boulier » n'apparaît pas explicitement ici, les capsules sont rangées dans un tableau dont les colonnes ne portent pas d'intitulés (voir ci-dessous en figure 3 la représentation usuelle du boulier utilisée au Niger). Cependant elles sont bien disposées dans l'ordre usuel du boulier, la colonne de droite pour les unités, celle de gauche pour les dizaines. Il est noté que « les élèves découvriront la nécessité d'échanger des 'unités' contre une 'dizaine' ». Cet emploi d'un verbe au futur nous conduit à considérer que les auteurs du manuel attendent bien la mise en œuvre successive des deux matériels en classe. Nous pensons aussi que cette mise en œuvre est prévue dans cet ordre ; en effet le second matériel, de type symbolique, est plus abstrait que le premier de type analogique (Corriveau & Jeannotte 2015). Il ne permet pas les procédures de type comptage un à un. Les BM ne donnent cependant pas de précisions sur l'articulation des deux types de matériel, ni sur la manière d'introduire l'écriture « experte » en colonnes, ou la nécessité de proposer des exercices aux élèves : en effet elles se centrent sur un point précis, la manière d'expliquer la retenue aux élèves.

Un professeur voulant utiliser les BM pour le type de tâche « Introduire la technique de l'addition avec retenue » va donc y trouver des éléments relatifs à l'addition sans retenue, puis à la manière d'expliquer la retenue. Pour ce sous-type de tâche (« Expliquer la retenue ») le professeur peut inférer de la présentation dans les BM la succession de techniques suivantes :

- Faire manipuler les élèves avec le matériel de type groupement pour calculer le résultat d'une addition avec retenue ;
- Utiliser ce matériel pour mettre en évidence le groupement d'unités pour constituer une dizaine ;
- Disposer les écritures chiffrées correspondantes en colonnes, et faire apparaître dans ces colonnes la dizaine supplémentaire ;
- Faire ensuite manipuler les élèves avec le matériel de type « boulier » et l'utiliser pour mettre en évidence l'échange de dix unités contre une dizaine.

Les éléments technologiques liés à l'importance de la manipulation par les élèves contribuent à justifier ces techniques. Le premier matériel permet de mettre en évidence « la nécessité de constituer une nouvelle dizaine » ; le second « la nécessité d'échanger des unités contre une dizaine ». Cependant la différence entre groupement et échange n'est pas approfondie (elle ne l'a pas été auparavant dans le manuel) ; le fait que le matériel symbolique soit plus abstrait n'est pas souligné. Les contenus mathématiques de début de chapitre, concernant la définition de l'addition par le cardinal d'une réunion d'ensembles disjoints, peuvent aussi être considérés comme des éléments technologiques ici, fondant l'utilisation du matériel. Toutefois le lien n'est pas explicitement fait.

Les BM ne contiennent pas de discours technologique associé à la disposition en colonnes, et ne proposent pas un travail spécifique sur cette disposition. Ceci est lié au fait qu'elles se centrent

sur le type de tâches « Expliquer la retenue ».

2. Praxéologies (mathématiques et didactiques) et ostensifs dans le GM

Le guide du maître présente directement ce qui doit/peut être fait en classe ; les contenus mathématiques experts et les commentaires sur la manière dont se réalisent les apprentissages ne sont plus présents. Nous rappelons de plus que, alors que les BM concernent tout le cycle primaire, il y a un GM pour chaque année, et nous considérons celui du CP. Selon les suggestions du GM, le travail avec les élèves sur l'addition de deux nombres commence par des rappels (de la classe de CI) : rappel des propriétés de l'addition (si on échange les deux nombres, le résultat ne change pas ; on ne change pas un nombre en lui additionnant zéro) et rappel portant sur une table d'addition, que le maître doit avoir tracée au tableau. Il s'agit de vérifier que les élèves savent lire la table.

On passe ensuite à l'addition sans retenue, pour laquelle il est écrit « le maître fait manipuler sur le boulier ». Le boulier comporte quatre colonnes (de la droite vers la gauche, la colonne des unités, des dizaines, des centaines et des milliers). Précisons que, au Niger, ce qu'on nomme boulier¹ est une feuille de carton mince de 29 cm sur 21 cm que l'on colle sur du carton épais pour dénombrer, associée à des capsules de bouteilles. Parfois les maîtres en font réaliser par les élèves, mais il faut qu'ils disposent du carton nécessaire. Des capsules sont récupérées à partir de bouteilles de soda.

Le plus souvent il existe un seul boulier par classe, donc « faire manipuler sur le boulier » ne signifie pas une manipulation individuelle. Plus probablement, un boulier est dessiné au tableau et un élève est envoyé pour manipuler devant la classe. Pour l'addition avec retenue, on montre que 10 capsules unités (⊙) s'échangent contre une capsule dizaine (⊗) quand la colonne des unités est remplie (la taille des colonnes est faite pour qu'elles soient remplies dès qu'il y a 10 capsules). L'ostensif boulier est représenté dans le manuel, ainsi que les capsules qui sont rangées dans les colonnes du boulier correspondantes. L'exemple illustré dans le manuel concerne l'addition de 57 et 26 (figure 3).

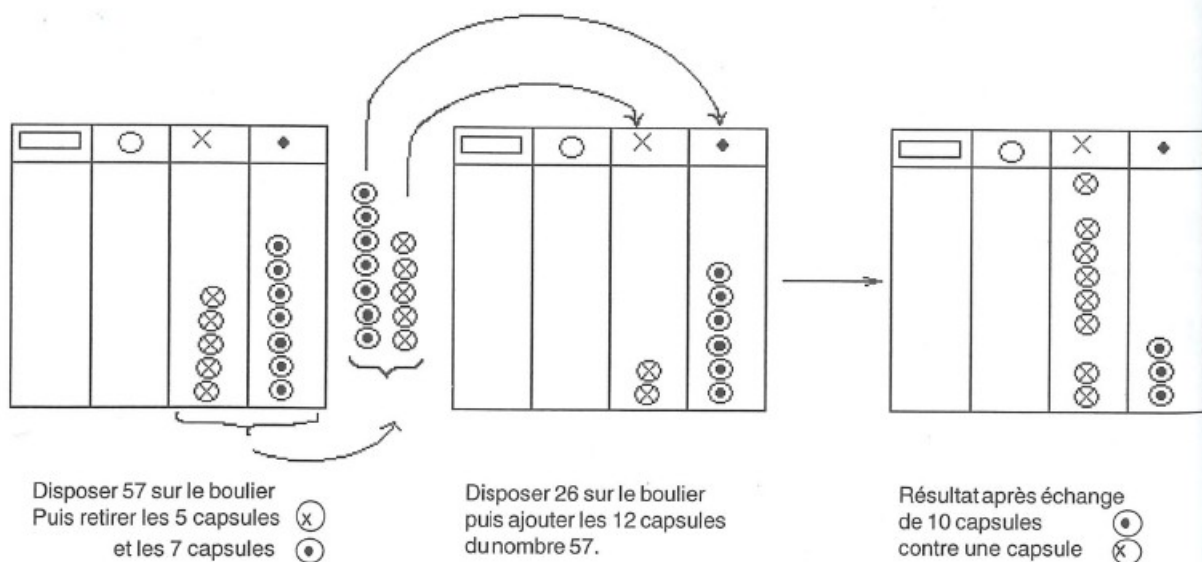


Figure 3 : Représentation de l'addition 57+26 sur le boulier.

¹ Au Niger, le boulier est un support utilisé dans la numération de position au CI. Il est introduit dans la classe dans le contexte de l'enseignement de la numération entière.

Cette représentation de l'exemple sur le boulier est suivie d'un nouvel ostensif : l'addition des nombres écrits en chiffres dans un tableau à deux colonnes (voir annexe 2). Les intitulés des deux colonnes reprennent ceux du boulier : (X) pour les dizaines, et (♦) pour les unités. Cette écriture en tableau peut être considérée comme une disposition intermédiaire pour l'addition posée (Le Poche 2016) ; c'est la seule qui soit envisagée dans ce manuel.

Le dernier ostensif utilisé correspond à la forme experte de l'addition posée. Les élèves doivent ensuite effectuer 6 calculs d'additions posées dans un travail individuel sur leurs ardoises. Une note précise « *Pour les élèves défaillants, faire recours à l'addition sous forme de tableaux à deux colonnes* » : on retrouve l'idée de disposition intermédiaire, utilisée ici non plus pour la découverte mais pour le soutien à des élèves « défaillants ».

Ici le type de tâches didactique que nous avons considéré est « Introduire la technique de l'addition avec retenue ». Les techniques associées sont :

- Rappeler l'addition sans retenue ;
- Faire manipuler les élèves avec le matériel de type « boulier » et l'utiliser pour mettre en évidence l'échange de dix unités contre une dizaine ;
- Présenter le mécanisme de l'opération posée dans un tableau à deux colonnes dont les intitulés proviennent du boulier, puis sous forme d'addition posée avec la disposition experte ;
- Faire pratiquer des additions posées aux élèves avec la disposition experte. Pour les élèves en difficulté, revenir à la disposition en tableau.

Nous allons ci-dessous discuter les points communs et les différences entre les BM et le GM.

3. Mise en regard des BM et du GM, analyses

Pour le même type de tâches didactique, « Introduire l'addition avec retenue », les praxéologies didactiques associées diffèrent dans les deux livres.

Dans les BM, des éléments technologiques sont présentés pour expliquer et justifier les techniques didactiques proposées. Il y a des éléments mathématiques experts d'une part ; et des éléments concernant les apprentissages, avec l'insistance sur la nécessité de faire découvrir aux élèves le mécanisme de l'addition. Nous considérons que ceci est directement lié à l'objectif de formation poursuivi par les BM (qui prime sur l'objectif de mise en œuvre en classe). Ce livre comporte d'une part des éléments mathématiques experts, et d'autre part de nombreuses explications sur la manière dont les élèves apprennent des mathématiques (selon les auteurs).

Les BM se centrent particulièrement sur un sous-type de tâches didactique : « Expliquer la retenue ». La question des rappels sur l'addition sans retenue n'est pas abordée dans la partie correspondante (partie 3.2 du tome 2 des BM, reproduite en annexe 2). Il faut toutefois noter que dans le préambule général (Partie introductive du tome 1 des BM), des conseils sont donnés sur ce qu'est une progression, et sur la pratique de révisions lorsqu'une notion précédente est nécessaire. Le cas de l'addition est utilisé pour illustrer ces conseils. Dans l'exemple présenté, la technique de l'addition sans retenue est enseignée le lundi et le mardi. La technique de l'addition avec retenue est enseignée le vendredi (de la même semaine), et le conseil suivant est donné :

« *La leçon de vendredi débutera donc par une révision des notions vues lundi et mardi car cette leçon est la suite de ces deux notions. Le maître doit donc s'assurer de leur assimilation.* » (INDRAP 2001a, p. 16).

Cette partie introductive située dans le tome 1 des BM (INDRAP 2001a) présente de nombreux éléments de praxéologies didactiques, et le GM (INDRAP 2001c) est écrit en accord avec ces

praxéologies.

En termes d'ostensifs, les BM ne donnent pas de détail relatif à l'ostensif « addition posée » (pas de disposition intermédiaire proposée, pas de commentaire sur la disposition experte).

Pour le type de tâches « Expliquer la retenue », les BM présentent deux types de matériel (et donc d'ostensifs) possibles : groupement, et échange. Seul le matériel de type « échange » subsiste dans le GM. En revanche, le GM introduit un autre ostensif : la disposition intermédiaire de type « tableau » avec des intitulés rappelant le boulier, qui fait le lien entre le boulier et la disposition experte en colonne.

Une raison de la présentation de deux matériels dans les BM peut être la formation des professeurs. Il s'agit de leur montrer qu'il existe différents types de matériel, et de mettre en évidence des différences dans les raisonnements des élèves selon qu'on emploie l'un ou l'autre matériel. Regrouper 10 bâchettes par un élastique est moins abstrait qu'échanger 10 capsules unité contre une capsule de dizaine. Lorsque la disposition en colonnes dans le boulier est utilisée, on pourrait d'ailleurs aller vers encore plus d'abstraction en ne différenciant pas visuellement les capsules « dizaines » des capsules « unités », mais ceci n'apparaît dans aucun des deux livres.

La présence des deux types de matériel dans les BM semble également liée au choix d'accorder une attention particulière au sous-type de tâches « expliquer la retenue ». Le matériel de type groupement, qui est analogique, permet de mettre en évidence la constitution d'une dizaine à partir de dix unités, avant de passer à l'emploi de l'ostensif boulier qui souligne l'idée d'échange. Le GM privilégie plutôt cet ostensif 'boulier', associé à l'ostensif 'tableau' dont la représentation rappelle le boulier, qui soutient le cheminement de la manipulation à la disposition experte. Ainsi un professeur utilisateur des BM et du GM, s'il dispose des deux types de matériels et de suffisamment de temps pourra élaborer et mettre en œuvre une séance qui combine les propositions des BM et celle du GM. Comment un professeur va-t-il effectivement combiner ces propositions, quelles autres modifications va-t-il apporter lors d'une mise en œuvre en classe, en fonction des contraintes du contexte et de ses objectifs d'enseignement ? Pour répondre à ces questions nous allons étudier ci-dessous une séance de classe.

V. ANALYSE D'UNE SEANCE DE CLASSE

Nous présentons ci-dessous l'exemple d'une séance de classe que nous avons observée (Mohamed Sagayar, 2011), concernant l'introduction de l'addition avec retenue. La classe de CP comporte 40 élèves. Les élèves disposent individuellement de deux types de matériel : des bâchettes avec des morceaux de tissu qui permettent de les attacher, et des cailloux. Chacun a également une ardoise et une craie. Il y a dans la classe un boulier et un jeu de capsules, mais les élèves ne disposent pas individuellement de bouliers.

Le professeur utilise régulièrement les BM et le GM pour ses préparations de classe. Il utilise ces manuels comme référence des savoirs mathématiques à enseigner, et pour choisir ses déroulements de classe. Ici pour l'introduction de l'addition avec retenue, il a choisi l'exemple de $15+5$ (Figure 4). Cette manière de débiter est semblable à celle des manuels BM et GM : on ne part pas d'une situation décrite dans un contexte concret mais d'un calcul. Cependant le choix de cet exemple numérique est surprenant, par rapport à ceux donnés dans les manuels : en effet cette addition peut être faite simplement de tête. Ce choix est sans doute motivé par le fait qu'il nécessite moins de matériel que les exemples donnés dans les manuels. Ceci est particulièrement sensible avec le matériel analogique : pour traiter l'exemple $57+26$ du GM il faudrait disposer de 83 bâchettes par élève... L'exemple de $15+5$ minimise le nombre de bâchettes nécessaires (20

est le plus petit nombre résultat d'une addition avec retenue impliquant un nombre à deux chiffres !). De plus cet exemple permet une vérification simple du résultat obtenu, par calcul mental.





Forme posée de l'addition 15+5 dans un tableau à deux colonnes	Manipulation et comptage de bâchettes	Le nombre d'unités est noté en dehors du tableau	Ecriture dans le tableau avec introduction de la retenue																								
																											
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>x</td><td>●</td></tr> <tr><td>1</td><td>5</td></tr> <tr><td>+</td><td>5</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	x	●	1	5	+	5				<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>x</td><td>●</td></tr> <tr><td>1</td><td>5</td></tr> <tr><td>+</td><td>5</td></tr> <tr><td></td><td>10</td></tr> </table>	x	●	1	5	+	5		10	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>x</td><td>●</td></tr> <tr><td>¹1</td><td>5</td></tr> <tr><td></td><td>5</td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td></tr> </table>	x	●	¹ 1	5		5	2	0
x	●																										
1	5																										
+	5																										
x	●																										
1	5																										
+	5																										
	10																										
x	●																										
¹ 1	5																										
	5																										
2	0																										

Figure 4 : A propos de la séance analysée, introduction de l'addition avec retenue au Niger en classe de CP, quelques-uns des ostensifs utilisés.

L'enseignant (E) commence par proposer d'effectuer l'addition 15+5 avec le matériel disponible. Les élèves peuvent utiliser à leur place des bâchettes et des cailloux. Chaque élève dispose des deux types de matériel, ce choix de l'enseignant vise à varier les manipulations. Les bâchettes peuvent être attachées pour former un paquet de 10 avec un morceau de tissu (et il est de même possible de former des tas de dix cailloux bien sûr). Un temps de recherche est laissé, puis l'enseignant montre l'opération avec le matériel boulier et capsules devant la classe, en

soulignant que, lorsque la colonne des unités est remplie avec dix capsules unités (●), on les échange contre une capsule de dizaine (X).

Ensuite l'enseignant envoie un élève au tableau ; celui-ci doit tracer un tableau à deux colonnes, reprenant la représentation de type boulier. Le professeur demande aux élèves de montrer la colonne des unités et la colonne des dizaines. Les élèves répondent, et celui qui est au tableau

identifie ces colonnes respectivement par un point (●) et par une croix (X), représentation qui correspond au tableau et à la disposition intermédiaire que nous avons vue dans le manuel (Figure 4). Deux autres élèves sont envoyés au tableau pour écrire respectivement 15 puis 5 dans le tableau à deux colonnes. Ceci évite une possible erreur de disposition du 5 : en effet on peut considérer que l'exemple choisi par le professeur est plus complexe de ce point de vue que celui du GM, puisque les deux nombres à additionner n'ont pas le même nombre de chiffres. Les élèves sont invités individuellement à reproduire ce tableau et à effectuer l'addition 15+5 sur leurs ardoises.

Après un temps de recherche, un élève est envoyé au tableau pour effectuer l'addition 15 + 5. E demande à l'élève de prendre ses bâchettes. L'élève s'exécute (Figure 4, 2° photo). Il compte

d'abord 5 bâchettes qu'il dépose sur le rebord du tableau. Il compte à nouveau 5 bâchettes. E précise : « Maintenant, tu comptes le tout, tu mets ensemble tes bâchettes et tu comptes, donc on a 5 bâchettes + 5 bâchettes ». L'élève compte les bâchettes au tableau devant la classe entière. Il trouve 10 bâchettes.

E dit : « donc $5+5$ donne combien ? ». L'élève répond : « 10 ». E demande à l'élève d'écrire 10 sur le côté, en bas à droite du tableau d'addition (Figure 4, 3^e photo). Il poursuit : « Est-ce qu'il va écrire 10 ici ? ». L'élève ayant compris le sens de la question de E, efface « 0 » et l'écrit dans la colonne des unités. Il reporte finalement « 1 » dans la colonne des dizaines (en le positionnant à gauche du chiffre 1 correspondant à la dizaine dans 15) et dit « $1 + 1 = 2$, $2 + 0 = 2$ ». Il trouve 20.

Finalement E revient sur l'addition $15 + 5$ cette fois-ci en demandant aux élèves de manipuler individuellement des cailloux. Chaque élève fait un tas de cailloux devant lui sur sa table. E invite un élève à lire l'opération $15 + 5 = 20$. Chaque élève compte 15 cailloux puis 5. E demande à quelques élèves de dire le nombre de cailloux trouvé. Les élèves désignés répondent qu'ils ont trouvé 20 cailloux.

Sur sa fiche de préparation de la séance, E a prévu : « Fait écrire le nombre 15 puis 5. Demander aux élèves d'additionner ces deux nombres. En additionnant les unités ($5+5$) d'autres peuvent écrire le nombre 10 dans la colonne des unités tandis que d'autres peuvent déjà découvrir la technique d'où la nécessité d'interroger un élève parmi ces derniers pour effectuer cette opération ». E a en effet envoyé au tableau un élève qui avait réussi.

On note ici que la séance construite par l'enseignant combine les propositions des BM et celles du GM. L'emploi du matériel « bâchettes » est suggéré par les BM, de même que le fait d'employer deux types de matériels pour la manipulation. Cependant ici les deux matériels sont du même type, matériel analogique de type « groupement ». La représentation sous forme de boulier est suggérée par le GM. Cependant la succession de techniques didactiques employées par l'enseignant s'écarte de celle suggérée par les BM comme par le GM. Nous les décrivons comme suit :

- Faire effectuer la manipulation aux élèves, avec le matériel de type « groupements ». Les élèves doivent dénombrer pour déduire le résultat de l'opération $5+5$ en utilisant le matériel dont ils disposent, bâchettes et cailloux ;
- Montrer devant la classe l'addition avec le matériel boulier et capsules, et l'échange de dix capsules unité contre une capsule dizaine ;
- Envoyer des élèves au tableau pour représenter le tableau (disposition intermédiaire) et pour écrire $15+5$ sur ce boulier ;
- Faire recopier cette représentation aux élèves sur leurs ardoises et leur faire effectuer l'addition ;
- Envoyer un élève au tableau avec des bâchettes pour mettre en évidence le groupement de dix unités en une dizaine, présenter la disposition dans le tableau à deux colonnes et donner le résultat de cette addition ;
- Faire manipuler individuellement des cailloux pour vérifier le résultat de l'addition.

En termes d'ostensifs, on note la présence de plusieurs types de matériel manipulable. Les élèves disposent de deux de ces matériels, bâchettes et cailloux, mais dans les deux cas ce matériel est de type groupement. Le boulier et le matériel de type échange sont bien présents comme préconisé dans le GM, mais seul l'enseignant manipule le boulier devant toute la classe (ceci est

lié au matériel disponible). Ensuite comme suggéré dans le GM l'enseignant a recours à l'ostensif « tableau intermédiaire », qui est représenté au tableau par un élève. Lors de cette séance, les élèves ne manipulent pas eux-mêmes le matériel de type échange. L'essentiel de la séance est orienté vers l'écriture de l'addition posée.

VI. CONCLUSION

Les questions que nous nous sommes proposé d'étudier ici étaient les suivantes :

- 1) Quels sont les savoirs mathématiques et les praxéologies didactiques présentés dans les manuels BM et GM, à propos de la technique opératoire de l'addition posée ? Quels ostensifs sont présents ou évoqués dans ces manuels ?
- 2) Comment un enseignant, pour la mise en œuvre d'une leçon en classe, utilise-t-il les propositions des BM et du GM ? Quels aspects sont conservés, lesquels sont modifiés, et avec quelles conséquences pour la leçon conçue ?

Concernant la question 1, nous avons observé que figuraient dans les manuels BM et GM des savoirs mathématiques experts sur l'addition et sur ses propriétés. D'autre part, les praxéologies didactiques mettent en avant la nécessité de la construction du sens de la technique opératoire de l'addition posée. Le moyen permettant cette construction du sens est la manipulation d'ostensifs de type matériel. Les BM détaillent un type de tâche particulier : « Expliquer la retenue », pour lequel est proposé l'usage successif de deux types de matériel, groupement puis échange. Le GM, qui traite globalement le type de tâche « Introduire la technique opératoire de l'addition posée avec retenue » propose l'utilisation d'un seul ostensif matériel, le boulier. Il utilise en revanche plusieurs ostensifs de type « représentation en colonne avec les nombres écrits en chiffres ». Ainsi une disposition de type intermédiaire : un tableau rappelant le boulier, est proposée avant de passer à la disposition experte et à des exercices.

Concernant la question 2, nous avons analysé une séance de classe en CP. L'enseignant, utilisateur des BM et du GM, combine les propositions de ces deux livres. Plusieurs ostensifs matériels sont utilisés : les élèves disposent individuellement du matériel de type groupement (bûchettes et cailloux), et l'enseignant montre à la classe la manipulation du matériel de type échange, le boulier. Toutefois les contraintes de disponibilité du matériel font que les élèves ne manipulent pas individuellement le boulier. Elles amènent aussi au choix d'un exemple numérique dont la pertinence est limitée. La succession des types de matériel reprend l'ordre proposé dans les BM : les élèves manipulent le matériel de type groupement ; puis le maître manipule devant la classe le matériel de type échange. Cependant l'emploi du matériel de type groupement n'est pas suivi du recours à des ostensifs de type représentation avec les nombres écrits en chiffres. Ainsi l'exploitation de la succession des deux types de matériel semble réduite, par rapport à ce qui est suggéré – sans être complètement explicité – dans les BM. L'objectif de l'enseignant semble être essentiellement d'introduire la disposition de l'addition posée, et il utilise à cet effet l'ostensif boulier matériel montré à la classe, puis des ostensifs de type représentation : la disposition en tableau et finalement la disposition experte, ce qui est proche des propositions du GM.

Dans les manuels comme dans la séance, on note que l'introduction de l'addition avec retenue se fait en partant de l'exemple d'un calcul, et non d'une situation qui pourrait donner du sens à la technique. La construction du sens semble reposer sur l'emploi des ostensifs matériels. Ces éléments sont communs aux praxéologies didactiques des manuels et à celles mises en place par le professeur.

Les BM suggèrent l'emploi de deux types de matériels, qui peuvent amener pour les élèves des

conceptualisations différentes (groupement et échange respectivement). Mais il n'y a pas dans ce livre d'explication pour les lecteurs sur l'intérêt d'utiliser ces deux types de matériel et sur la manière de les articuler. On pourrait notamment proposer de commencer par le matériel « bûchettes » avant de passer au matériel « boulier » plus abstrait. Dans la séance observée, les contraintes matérielles empêchent la manipulation de l'ostensif boulier par les élèves. La progression de la séance est orientée rapidement vers l'introduction de la disposition experte, comme proposé par le GM. Le professeur emploie deux types de matériel, comme proposé par les BM, mais les exploite de manière très limitée, sans marquer nettement une progression. Le matériel de type groupement semble plutôt jouer le rôle d'une aide – ainsi un retour est fait à ce matériel en fin de séance, ce qui ne correspond ni aux propositions des BM ni à celles du GM.

Naturellement notre étude est limitée au cas d'un unique enseignant ; nous avons tenté d'analyser dans ce cas précis comment l'emploi d'un manuel destiné à la formation pouvait conduire à compléter/modifier les propositions d'un manuel décrivant des mises en œuvre en classe. Il faudrait la prolonger dans plusieurs classes, en particulier pour étudier comment les enseignants combinent les BM et le GM, et analyser les causes des écarts entre les séances effectivement réalisées et les préconisations des manuels. Comme nous l'avons noté plus haut (§III.2), les BM sont a priori dédiées à la seule formation du professeur, et pas à la mise en œuvre en classe. Mais lorsque la présentation des BM fait directement référence à ce qui peut être fait en classe, mais ne coïncide pas avec ce qui est prévu dans le GM, l'enseignant peut souhaiter utiliser les deux manuels pour concevoir sa leçon. Est-ce que la difficulté notée provient simplement du fait que la proposition des BM n'est pas intégrée dans le GM ? Est-ce qu'une présentation différente dans les BM aurait soutenu un meilleur emploi de leurs propositions (par exemple, mettre plus clairement en évidence l'objectif, ou donner plus d'explications sur les différences entre les deux matériels) ? Étudier ces questions demanderait une recherche spécifique.

Nous retenons toutefois que dans le cas de cet enseignant, l'emploi d'un manuel destiné à sa propre formation (les BM) en plus d'un manuel présentant des mises en œuvre en classe (le GM) semble être d'un apport limité. Cet enseignant a certainement rencontré les BM et le GM lors de sa formation initiale. Pour la conception de cette séance, il les a utilisés seul et non au sein d'un collectif. Il serait intéressant d'approfondir, par un entretien ou une observation de son travail de préparation, de quelle manière il mobilise chaque livre. L'étude présentée ici est à prolonger. Toutefois cet exemple illustre selon nous les limitations de l'emploi d'un texte (un livre, ou un site Internet) pour l'auto-formation des professeurs. Ce rappel nous semble utile, en particulier en cette période où des institutions de formation ont été fermées dans de nombreux pays pour cause de crise sanitaire, et où diverses modalités de formation à distance ont été improvisées en urgence.

Remerciements Nous remercions vivement Laetitia Bueno-Ravel et Typhaine le Méhauté, formatrices à l'INSPÉ de Bretagne, pour leurs excellents conseils dans l'écriture de cet article.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Ball, D.L., & Cohen, D. (1996). Reform by the book: what is – or might be – the role of curriculum materials in teacher learning and instructional reform? *Educational Researcher*, 25(9), 6-8, 14.
- Bednarz, N. & Janvier, B. (1984a). La numération. Les difficultés suscitées par son apprentissage. *Grand N* 33, 5-31.

- Bednarz, N. & Janvier, B. (1984b). La numération. Une stratégie didactique visant à favoriser une meilleure compréhension. *Grand N* 34, 5-17.
- Bosch, M., & Chevillard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques* 19(1), 77-124.
- Bueno-Ravel, L. & Gueudet, G. (2015). Quelles ressources pour les professeurs des écoles et leurs formateurs ? Apports de la recherche en didactique. *Grand N* 96, 71-89.
- Chaachoua, H. (2014). *Le rôle de l'analyse des manuels dans la théorie anthropologique du didactique*. Repéré à <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01519339>
- Chevillard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 183-203.
- Corriveau, C., & Jeannotte, D., (2015). L'utilisation de matériel en classe de mathématiques au primaire : quelques réflexions sur les apports possibles. *Bulletin AMQ, Vol. LV, n°3*, 32-49.
- Davis, E. A., & Krajcik, J. S. (2005). Designing educative curriculum materials to promote teacher learning. *Educational Researcher*, 34(3), 3-14.
- Georget, J.-P. (2018). A primary documentation system embodied in a system of training activities for trainee teachers of mathematics. In . In Gitirana, V., Miyakawa, T., Rafalska, M., Soury-Lavergne, S., & Trouche, L. *Proceedings of the resources 2018 conference* (pp. 155-168). Ifé, ENS Lyon, Lyon, France.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : Genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. *Education et Didactique*, 2(3), 7-33.
- INDRAP (Ed.) (2001a). *Bases mathématiques Tome 1. Mesure-Géométrie*. Niamey-Niger : Editions Daouda.
- INDRAP (Ed.) (2001b). *Bases mathématiques Tome 2. Arithmétique. Logique/Raisonnement*. Niamey-Niger : Editions Daouda.
- INDRAP (Ed.) (2001c). *Guide de l'Instituteur*. Niamey-Niger : Ministère de l'Education de Base.
- Joffredo-Le Brun, S. (2016). Enseignement et apprentissage des mathématiques au CP : continuité de l'expérience des élèves et systèmes de représentation, un exemple. *Questions vives*, 25. <http://questionsvives.revues.org/1983>
- Le Poche, G. (2016). Débuter la numération. In *Le nombre au cycle 2*, (pp. 39-50). Scéren, CNDP-CRDP.
- Margolinas, C. & Wozniak, F. (2010) Le rôle de la documentation scolaire dans la situation du professeur : le cas de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. In Gueudet, G. & Trouche, L. (Eds) *Ressources vives, la documentation des professeurs en mathématiques*. (pp. 233-249). PUR, Rennes et INRP.
- Ministère de l'éducation Nationale, République du Niger (1992). *Programmes de l'enseignement du premier degré*. Niamey-Niger : Ministère de l'éducation Nationale.
- Mohamed Sagayar, M. (2010). Connaissances mathématiques et manuels d'enseignement : Quelle(s) influence(s) sur l'action du professeur dans une situation d'enseignement et d'apprentissage ? *Revue Internationale Francophone*, Numéro spécial (G1), Centre de Recherche de l'Ecole Normale Supérieure de l'Université Cheick Anta Diop de Dakar,

143-157.

- Mounier, E., & Priolet, M. (2015). *Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire. De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire. Rapport pour le CNESEO*. <http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/Manuels-scolaires.pdf>
- PASEC (2016). PASEC2014 – Performances du système éducatif nigérien : Compétences et facteurs de réussite au primaire. PASEC, CONFEMEN, Dakar
- Ravel, L. (2003). *Des programmes à la classe : Etude de la transposition didactique interne. Exemple de l'arithmétique en Terminale S spécialité mathématique*. Thèse de doctorat, Université Joseph-Fourier - Grenoble I.
- Remillard, J. (2010). Modes d'engagement : comprendre les interactions entre les professeurs et les ressources curriculaires. In G. Gueudet, & L. Trouche (Eds.), *Ressources Vives*. (pp. 105-122). Lyon/Rennes : INRP/Presses Universitaires de Rennes.
- Robert A. (2007). Stabilité des pratiques des enseignants de mathématiques (second degré) : une hypothèse, des inférences en formation. *Recherches en didactique des mathématiques*, 27(3), 271-311.
- Robert, A., & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignantes de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies* 4, 505-528.

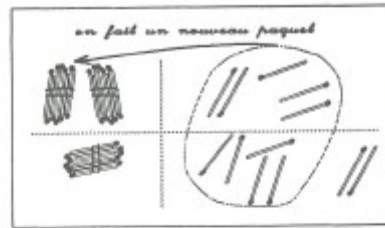
ANNEXE 1 : Introduction de la retenue dans les BM

3.2 COMMENT EXPLIQUER LA RETENUE ?

La retenue intervient quand, pour les *deux tas*, le nombre total d'unités dépasse 9. Exemple : $\begin{array}{r} 215 \\ + 117 \\ \hline \end{array}$
 nombre total d'unités: $5 + 7$, c'est à dire douze ; ce nombre ne peut pas se représenter par un chiffre.

3.2.1 Matériel uniforme

Ici encore, les élèves *découvriront* l'avantage de ne pas *défaire* les dizaines déjà constituées. Ils *découvriront* aussi la nécessité de *constituer* une *nouvelle* dizaine, prélevée sur le total des douze unités.



Le détail du mécanisme est le suivant :

$$\begin{array}{r} | \\ 215 \\ + 117 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} | \\ 215 \\ + 117 \\ \hline \end{array} \rightarrow 12$$

J'additionne les unités.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ 1 \\ \hline 12 \end{array}$$

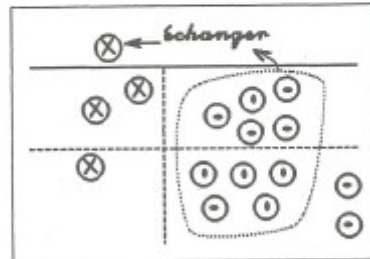
Je range les deux unités dans leur colonne, et la dizaine dans sa colonne.

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ \hline 412 \end{array}$$

J'additionne les dizaines.

3.2.2 Matériel « à échanger »

La manipulation est presque la même. les élèves *découvriront* la nécessité d'*échanger* des « unités » contre une « dizaine ».



3.2.3 Dans les deux cas :

Le nombre d'unités est suffisant pour avoir une nouvelle dizaine. La retenue, dans l'opération, vient de *dix unités* qu'on *transfère* dans la colonne de gauche, sous forme d'une dizaine.

Remarque :

C'est dans le cas de l'addition *avec retenue* qu'on voit l'intérêt de commencer l'opération *par la droite* : si on commence par la gauche, on devra modifier le chiffre des dizaines après avoir comptabilisé les unités.

L'avantage d'opérer de droite à gauche est que cette technique marche *dans tous les cas*.

ANNEXE 3 : Extrait de programme concernant le contenu étudié

Extraits du document : « Programmes de l'Enseignement du Premier degré Instructions officielles et Commentaires pédagogiques » Ministère de l'Education Nationale. Institut National de Documentation de Recherche et d'Animation Pédagogique (INDRAP). Pages 60-61

Mathématiques

CI

Arithmétique

1. *Notion de nombres*

Correspondance terme à terme entre ensembles. Etude des notions :

- autant que, plus que, moins que. Nombres de 0 à 9
- Introduction des signes =, >, <

2. *Numération de 0 à 69 (en français et en langues maternelles)*

- Jeu de tiges (échange à 10 contre 1)
- Utiliser un boulier pour dénombrer - Utilisation de différents matériels.

3. *L'addition*

- Etude de la notion « ajouter »

Introduction du signe +

Reconnaître les situations relevant de l'addition (s'assurer qu'aucun objet n'est compté deux fois).

- Technique de l'opération : réalisation manipulatoire d'additions (nombres de 2 chiffres maximum), éventuellement avec retenue (échange à 10 contre 1).

Traduction écrite des manipulations sous forme de tableaux.

- Table d'addition : élaboration, utilisation.
- Propriétés de l'addition :
 - . Additionner zéro.
 - . Echanger les termes
- Reconnaître des situations pouvant s'exprimer sous la forme: ... + a = c, et résoudre les problèmes correspondants.
- Résoudre quelques problèmes simples.
- Machines +a

CP

Arithmétique

1. *Numération de 0 à 99 (en français et en langues maternelles). Tableau de numération.*

2. a. *Technique écrite de l'addition (nombres de 2 chiffres)*

b. *Table d'addition : utilisation*

c. *Situations faisant intervenir l'addition de plusieurs nombres*

d. *Propriétés :*

- la somme ne dépend pas de l'ordre des termes ;
- on peut regrouper plusieurs termes : « bulles » (ex. : 17 + 5+20)

e. *Machine retour : -a*